

S V E U Č I L I Š T E U Z A G R E B U  
E L E K T R O T E H N I Č K I F A K U L T E T U S P L I T U

Mr. MATE KURTOVIĆ

S I N H R O N I S T R O J E V I  
Z B I R K A Z A D A T A K A



Split, 1971.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET U SPLITU

Mr. MATE KURTOVIĆ

SINHRONI STROJEVI  
ZBIRKA ZADATAKA



Split, 1971.

## P R E D G O V O R

Ova je zbirka zadataka sastavljena na osnovu gradiva i ispitnih zadataka iz predmeta "Električni strojevi II", kako se on predaje na Elektrotehničkom fakultetu u Splitu. U tom se predmetu obradjuje osnovna teorija sinhronog električnog stroja, zasnovana na elektromagnetskim prilikama koje u njemu vladaju u stacionarnom stanju. Zbirka je namijenjena studentima elektrotehnike, kao pomoć za razumijevanje fizikalne suštine i svojstva sinhronog stroja.

Zahvaljujem predstojniku Katedre za električne strojeve Prof. Dr. Božidaru Frančiču na korisnim savjetima koji su doprinijeli stručnoj i pedagoškoj razini zbirke. Zahvaljujem takodjer i asistentu Branislavu Jajcu, dipl.inž., na pomoći pri obradi slika i korekciji tiskanog teksta.

Mr. Mate Kurtović

U Splitu, rujna 1971.

Odobreno rješenjem Komisije za udžbenike i skripta Sveučilišta u Zagrebu  
Broj 08-1853/1 od 8. XI 1971.

Cijena za studente Sveučilišta u Zagrebu  
N. din 18.-

Tisak: Kućna tiskara Sveučilišta u Zagrebu - Trg Maršala Tita 14  
Broj 1418

# SINHRONI

SADRŽAJ

	Stranica:
1. Osnovi sinhronog stroja .....	1
1.1. Zadaci za rješavanje .....	50 (2)
2. Armaturni namot sinhronog stroja .....	54
2.1. Jednoslojni namot sa cijelim brojem utora po polu i fazi .....	54 (2)
2.2. Dvoslojni namot sa cijelim brojem utora po polu i fazi .....	66 (1)
2.3. Jednoslojni namot s razlomljenim brojem utora po polu i fazi .....	75 (2)
2.4. Dvoslojni namot s razlomljenim brojem utora po polu i fazi .....	97 (2) 12
2.5. Primjeri uz armaturni namot .....	125
2.6. Zadaci za rješavanje .....	142
3. Vektorska slika sinhronog stroja .....	148
3.1. Sinhroni generator s okruglim rotorom .....	150 (2)
3.2. Sinhroni motor s okruglim rotorom .....	170 (2)
3.3. Sinhroni generator s izraženim polovima .....	176 (2) 2
3.4. Sinhroni motor s izraženim polovima .....	194 (2)
3.5. Paralelni rad, preopteretivost, stabilnost, elektromehaničke oscilacije, rad na vlasti- tu mrežu .....	204
3.6. Zadaci za rješavanje .....	219
4. Statičke karakteristike sinhronog stroja .....	223
4.1. Karakteristika praznog hoda i kratkog spoja .....	223 (2)
4.2. Švedski i američki dijagram .....	229 (2) 11
4.3. Krivulje regulacije .....	270 (2) 11
4.4. Zadaci za rješavanje .....	281
5. Dimenzioniranje sinhronog stroja .....	283

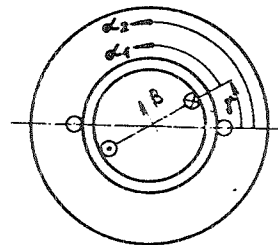
Pregled oznaka

Literatura

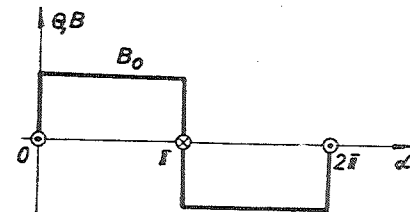
1. OSNOVI SINHRONOG STROJA

1.1. Elementarni sinhroni generator s okruglim rotorom prikazan slikom 1.1 ima na statoru i rotoru po jedan koncentrični svitak. Promjer provrta  $D = 0,2$  m, dužina paketa  $L = 0,15$  m, broj okretaja  $n = 3000$  o/min, a broj zavoja na statoru  $w = 10$ . Kolika indukcija treba biti u zračnom rasporu da bi na stezaljkama armaturnog namota dobili napon efektivne vrijednosti  $E = 33,4$  V. Pretpostavite nezasićen stroj.\*

R:



Sl. 1.1



Sl. 1.2

Slikom 1.2 prikazano je protjecanje po obodu rotora. Zbog konstantnog zračnog raspora to je ujedno i oblik krivulje indukcije u zračnom rasporu.

Ulančeni tok s armaturnim namotom:

za  $0 < \gamma < \pi$

prema sl. 1.1 je:

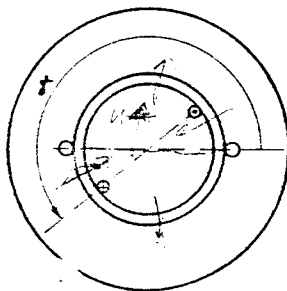
$$\begin{aligned} \Psi_1 &= \int_0^\gamma w(-B) dS + \int_\gamma^\pi w B dS \\ &= w B L \frac{D}{2} \left( \int_\gamma^\pi d\alpha_2 - \int_0^\gamma d\alpha_2 \right) \\ &= w B L \frac{D}{2} (\pi - 2\gamma) \end{aligned}$$

za  $\pi < \gamma < 2\pi$  prema sl. 1.3 je:

$\phi$  - tok  
u rotoru



$$\begin{aligned} \Psi_2 &= \int_0^{\gamma-\pi} w B dS + \int_{\gamma-\pi}^{\pi} w(-B) dS \\ &= w B L \frac{D}{2} \left( \int_0^{\gamma-\pi} d\alpha_2 - \int_{\gamma-\pi}^{\pi} d\alpha_2 \right) \\ &= w B L \frac{D}{2} (2\gamma - 3\pi) \end{aligned}$$



Sl. 1.3

Ulančeni tok s armaturnim namotom mijenja se linearno (Sl. 1.4). Budući da je

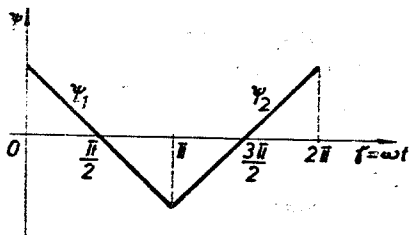
$$\gamma = \omega_{meh} t \quad (1.1)$$

trenutna vrijednost inducirano napona je:

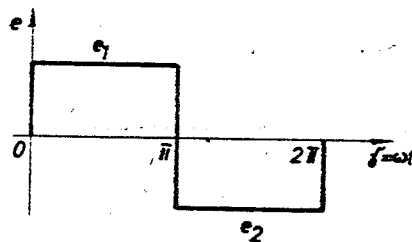
$$\begin{aligned} e_1 &= - \frac{d}{dt} \left| w B L \frac{D}{2} (\pi - 2 \omega_{meh} t) \right| = \\ &= w B L D \omega_{meh} \quad (1.2) \end{aligned}$$

$$e_2 = - w B L D \omega_{meh}$$

Oblik inducirano napona prikazan je slikom 1.5.



Sl. 1.4



Sl. 1.5

Za ovaj oblik napona, trenutna, maksimalna, efektivna i srednja vrijednost su jednake, pa je efektivna vrijednost indukcije u zračnom rasporu

$$\begin{aligned} B_{ef} &= \frac{E}{w L D \omega_{meh}} = \frac{E}{w L D \frac{\pi n}{30}} \quad (1.3a) \\ &= \frac{33,4}{10 \cdot 0,15 \cdot 0,2 \cdot \frac{\pi \cdot 3000}{30}} = 0,355 \text{ [T]} \end{aligned}$$

Prema (1.2) vidimo da se prostorni oblik indukcije odslikao u vremenski oblik napona.

Do istog rezultata možemo doći kraćim putem, polazeći od izraza za inducirani napon u jednom vodiču

$$e = B L v \quad (1.4a)$$

gdje je B indukcija u zračnom rasporu a v mehanička brzina kojom silnice magnetskog polja sijeku promatrani vodič.

Efektivna vrijednost inducirano napona u jednom vodiču je

$$\begin{aligned} E_v &= B_{ef} L v_{meh} \quad (1.4b) \\ &= B_{ef} L \frac{D}{2} \omega_{meh} \end{aligned}$$

Efektivna vrijednost napona svitka

$$\begin{aligned} E &= z E_v \quad (1.5) \\ &= 2 w E_v = w B_{ef} L D \omega_{meh} \end{aligned}$$

Slijedi:

$$B_{ef} = \frac{E}{w L D \omega_{meh}} \quad (1.3b)$$

Budući da je za ovaj oblik indukcije efektivna vrijednost jednaka maksimalnoj vrijednosti, ovaj rezultat potpuno se slaže s rezultatom dobivenim iz promjene ulančenog toka.

Indukciju u zračnom rasporu možemo odrediti i na ovaj način:

Obodna brzina

$$v_{\text{meh}} = \omega_{\text{meh}} \frac{D}{2}$$

$$= \omega_{e1} \frac{D}{2p} \quad (1.6)$$

$$= 2 f \tau$$

Efektivnu vrijednost indukcije možemo izraziti pomoću srednje vrijednosti indukcije i faktora oblika

$$B_{\text{ef}} = f_o B_{\text{sr}} \quad (1.7a)$$

Ako (1.6) i (1.7a) uvrstimo u (1.4b), imamo:

$$E_v = 2 f_o f L \tau B_{\text{sr}} \quad \phi = \text{sk}$$

$$= 2 f_o f \phi \quad (1.8)$$

Efektivna vrijednost napona svitka prema (1.5) i (1.8) je

$$E = 2 f_o f z \phi_{\text{SR}}$$

$$= 4 f_o f w \phi_{\text{SR}} \quad (1.9)$$

U ovom primjeru je:

faktor oblika

$$f_o = 1$$

frekvencija

$$f = \frac{p \cdot n}{60} = \frac{3000}{60} = 50 \text{ Hz}$$

tok po polu

$$\phi_{\text{sk}} = \frac{E}{4 f_o f w} = \frac{33,4}{4 \cdot 1 \cdot 50 \cdot 10} = 0,0167 \text{ Vs}$$

Srednja vrijednost indukcije

$$B_{\text{sr}} = \frac{\phi}{\tau L} = \frac{0,0167}{\frac{0,2 \cdot \pi \cdot 0,15}{2}} = 0,355 \text{ T} \quad (1.3c)$$

Maksimalna vrijednost indukcije jednaka je srednjoj vrijednosti. Mogli bismo nadalje razviti krivulju inducirano napona u Fourierov red.

Koeficijenti Fourierovog reda su:

$$a_v = b_{2v} = 0$$

$$b_v = \frac{4}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\gamma) \sin v \gamma \, d\gamma = \frac{4}{2\pi} \int_0^{\pi} e_1 \sin v \gamma \, d\gamma$$

$$= \frac{4}{\pi} \frac{e_1}{v} \quad v = 1, 3, 5, \dots$$

pa je inducirani napon

$$e = \frac{4}{\pi} e_1 \left( \sin \gamma + \frac{1}{3} \sin 3 \gamma + \frac{1}{5} \sin 5 \gamma + \dots \right)$$

Prema (1.9) možemo odrediti tok po polu pojedinog harmonika

$$\phi_v = \frac{E_v}{4 f_o f_v w} \quad (1.10)$$

Pripadne srednje vrijednosti indukcije su:

$$B_{\text{srv}} = \frac{\phi_v}{\tau_v L} \quad (1.11)$$

a pripadne efektivne vrijednosti

$$B_{\text{efv}} = f_o B_{\text{srv}} \quad (1.7b)$$

Efektivnu vrijednost indukcije možemo izračunati iz sume kvadrata efektivnih vrijednosti pojedinih harmonika indukcije.

$$B_{\text{ef}} = \sqrt{\sum_v B_{\text{efv}}^2} \quad v = 1, 3, 5, \dots \quad (1.12)$$

Prema (1.7b), (1.11) i (1.10) je

$$B_{ef} = \frac{1}{4 w L} \sqrt{\sum_v \frac{E_v^2}{f_v^2 \tau_v^2}} \quad (1.13)$$

Budući da je efektivna vrijednost induciranog napona  $v$ -tog harmonika

$$E_v = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{4}{\pi} \frac{e_1}{v}$$

frekvencija induciranog napona  $v$ -tog harmonika

$$f_v = v f_1 = \frac{v \omega_1}{2 \pi} \quad (1.14)$$

i polni korak  $v$ -tog harmonika

$$\tau_v = \frac{\tau_1}{v} = \frac{D \pi}{2 v p}, \quad (1.15)$$

to je prema (1.13)

$$\begin{aligned} B_{ef} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{4}{\pi} \frac{e_1}{DL} \frac{p}{\omega_1} \sqrt{\sum_v \frac{1}{v^2}}, \quad v = 1, 3, 5, \dots \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{4}{\pi} \frac{e_1}{DL} \frac{p}{\omega_1} \frac{\pi}{2 \sqrt{2}} \\ &= \frac{e_1}{w L D \omega_{meh}} \end{aligned} \quad (1.3d)$$

I ovaj rezultat slaže se s prije dobivenim rezultatima (1.3a), (1.3b) i (1.3c).

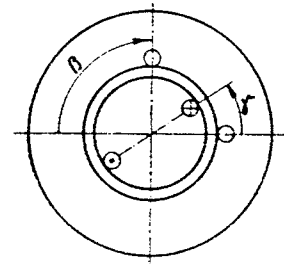
\*Neki primjeri sinhronog stroja razmatrani u ovoj zbirci odabrani su samo radi ilustracije odnosa pojedinih veličina koje se susreću u analizi rada ovog stroja, a praktično se takvi strojevi ne izvode.

Ako drukčije nije navedeno, smatrat ćemo u buduće da se radi o

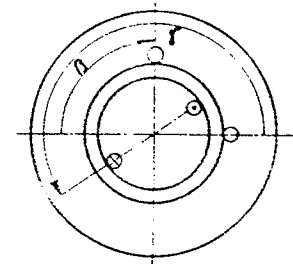
magnetski nezasićenom stroju.

1.2. Ako korak armaturnog namota iz prethodnog zadatka skratimo za kut  $\beta = 90^\circ$ , izračunajte uz jednaku vrijednost indukcije u zračnom rasporu efektivnu vrijednost napona dobivenog na stezaljkama generatora u praznom hođu.

R:



Sl. 1.6



Sl. 1.7

Ulančeni tok armaturnog namota:

za  $0 < \gamma < (\pi - \beta)$  prema sl. 1.6 je

$$\begin{aligned} \Psi_1 &= w B L \frac{D}{2} \left( - \int_0^\gamma d\alpha_2 + \int_\gamma^{\pi-\beta} d\alpha_2 \right) \\ &= w \frac{D}{2} L B |(\pi - \beta) - 2\gamma| \end{aligned}$$

za  $(\pi - \beta) < \gamma < \pi$  je

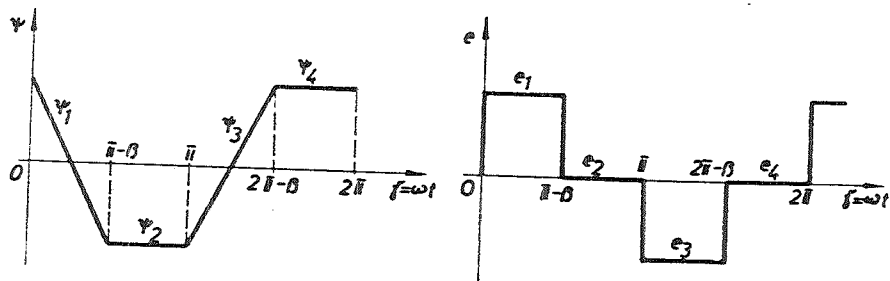
$$\Psi_2 = - w B L \frac{D}{2} (\pi - \beta)$$

za  $\pi < \gamma < (2\pi - \beta)$  prema sl. 1.7 je

$$\Psi_3 = w B L \frac{D}{2} |2\gamma - (3\pi - \beta)|$$

za  $2\pi - \beta < \gamma < 2\pi$  je

$$\psi_4 = w B L \frac{D}{2} (\pi - \beta)$$



Sl. 1.8

Sl. 1.9

Ulančeni tok armaturnog namota u ovisnosti o položaju rotora prikazan je slikom 1.8.

Oblik inducirano napona prikazan je slikom 1.9. Tu je

$$e_1 = w B L D \omega_{meh}$$

$$e_2 = 0$$

$$e_3 = -w B L D \omega_{meh}$$

$$e_4 = 0$$

Efektivna vrijednost napona

$$E = \sqrt{\frac{1}{2\pi} e_1^2 \left( \int_0^{\pi-\beta} d\gamma + \int_{\pi}^{2\pi-\beta} d\gamma \right)} = e_1 \sqrt{\frac{\pi-\beta}{\pi}}$$

$$\text{Za } \beta = \frac{\pi}{2}$$

$$E = \frac{e_1}{\sqrt{2}} = \frac{33,4}{\sqrt{2}} = 23,6 \text{ [V]} \quad (1.3e)$$

Efektivnu vrijednost napona možemo odrediti također pomoću efektivnih vrijednosti svih viših harmonika. Zbog simetrije po polu

javljaju se samo neparni članovi.

$$a_v = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(\gamma) \cos v\gamma \, d\gamma \quad (1.16)$$

$$= \frac{2}{2\pi} \left( \int_0^{\frac{\pi}{2}} e_1 \cos v\gamma \, d\gamma + \int_{\frac{3\pi}{2}}^{\pi} e_3 \cos v\gamma \, d\gamma \right)$$

$$= \frac{e_1}{v\pi} (\sin v \frac{\pi}{2} - \sin v \frac{3\pi}{2}), \quad v = 1, 3, 5, \dots$$

Analogno je

$$b_v = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(\gamma) \sin v\gamma \, d\gamma \quad (1.17)$$

$$= \frac{e_1}{v\pi} (1 - \cos v\pi), \quad v = 1, 3, 5, \dots$$

Inducirani napon:

$$e = \frac{2e_1}{\pi} (\cos \gamma - \frac{1}{3} \cos 3\gamma + \dots + \sin \gamma + \frac{1}{3} \sin 3\gamma + \dots)$$

$$= \frac{2\sqrt{2} e_1}{\pi} \left| \sin(\gamma + \frac{\pi}{4}) + \frac{1}{3} \sin(3\gamma - \frac{\pi}{4}) + \frac{1}{5} \sin(5\gamma + \frac{\pi}{4}) + \dots \right|$$

Efektivna vrijednost

$$E = \frac{2\sqrt{2} e_1}{\sqrt{2} \pi} \sqrt{1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \dots}$$

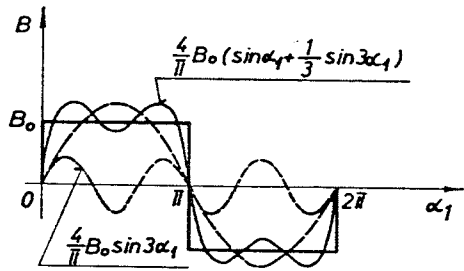
$$= \frac{2\sqrt{2} e_1}{\sqrt{2} \pi} \frac{\pi}{2\sqrt{2}}$$

$$= \frac{e_1}{\sqrt{2}} = \frac{33,4}{\sqrt{2}} = 23,6 \text{ [V]} \quad (1.3f)$$

Razvijmo krivulju indukcije u zračnom rasporu u Fourierov red. Taj red glasi:

$$B = \frac{4}{\pi} B_0 \left( \sin \alpha_1 + \frac{1}{3} \sin 3 \alpha_1 + \frac{1}{5} \sin 5 \alpha_1 + \dots \right)$$

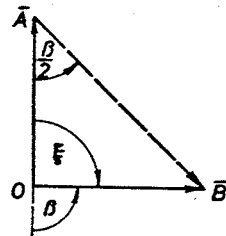
Prvi i treći harmonik indukcije superponiraju se prema slici 1.10, a prvi, treći i peti prema slici 1.11.



Sl. 1.10

Pojedini harmonici indukcije inducirat će u vodičima statora sinusni napon, koji možemo prikazati vektorom. Ako se u polaznoj strani zavoja inducira napon prvog harmonika  $E_{m1} \sin \omega t$ , u povratnoj strani zavoja inducirat će se napon  $E_{m1} \sin(\omega t - \xi)$ .

Vektori polazne i povratne strane zavoja prikazani su slikom 1.12. Napon zavoja jednak je razlici vektora  $\bar{A}$  i vektora  $\bar{B}$ . Omjer napona zavoja i sume napona vodiča zovemo tetivnim faktorom namota.



Sl. 1.12

$$f_{t1} = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA} + \overline{OB}} = \frac{2 \overline{OA} \cos \frac{\beta}{2}}{2 \overline{OA}} = \cos \frac{\beta}{2} \quad (1.18a)$$

Kut skraćanja svitka  $\beta$  možemo izraziti pomoću koraka svitka  $y$  i polnog koraka  $\tau_1$ .

$$\beta = 180^\circ \frac{\tau_1 - y}{\tau_1} \quad (1.18b)$$

Prema (1.18a) je

$$f_{t1} = \sin\left(\frac{y}{\tau_1} 90^\circ\right) \quad (1.18c)$$

Budući da  $v$ -ti harmonik indukcije ima  $v$  puta više polova od osnovnog harmonika, tetivni faktor namota  $v$ -tog harmonika napona prema (1.18c) je

$$f_{tv} = \sin\left(\frac{y}{\tau_1} 90^\circ\right) = \sin\left(v \frac{y}{\tau_1} 90^\circ\right) \quad (1.19)$$

Prema (1.5) i (1.9) efektivna vrijednost  $v$ -tog harmonika inducirano napona je

$$\begin{aligned} E_v &= z f_{tv} E_{Vv} \\ &= 4 f_0 f_{tv} f_v w \phi_v \end{aligned} \quad (1.20)$$

Efektivna vrijednost napona

$$E = \sqrt{\sum_v E_v^2} \quad (1.21a)$$

Prema (1.11), (1.14), (1.15), (1.17b) i (1.20) je

$$E = 4 f_1 L \tau_1 w \sqrt{\sum_v f_{tv}^2 B_{efv}^2} \quad v = 1, 3, 5, \dots \quad (1.21b)$$

U ovom primjeru je

$$f_{tv} = \left| \cos\left(v \frac{\pi}{4}\right) \right| = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$B_{ef} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{4}{\pi} \frac{B_0}{v}$$

pa je prema (1.21b)

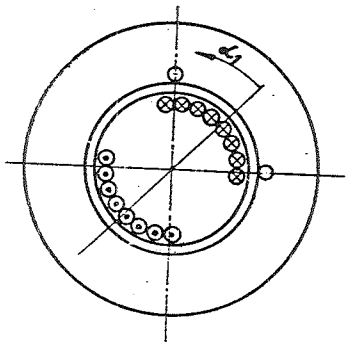
$$\begin{aligned}
 E &= 4 f_1 L \tau_1 \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{4 B_0}{\sqrt{2\pi}} w \sqrt{\frac{\Sigma}{v} \frac{1}{v^2}} \\
 &= 4 f_1 L \tau_1 \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{4 B_0}{\sqrt{2\pi}} w \frac{\pi}{2 \sqrt{2}} \\
 &= 4 f_1 \frac{1}{\sqrt{2}} L \tau_1 w B_0 \\
 &= 4 \frac{\omega e \ell l}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{2}} L \frac{D\pi}{2P} w B_0 \\
 &= \frac{w B_0 L \omega_{meh}}{\sqrt{2}} = \frac{e_1}{\sqrt{2}} \quad (1.3g)
 \end{aligned}$$

I ovaj rezultat slaže se s rezultatima (1.3e) i (1.3f).

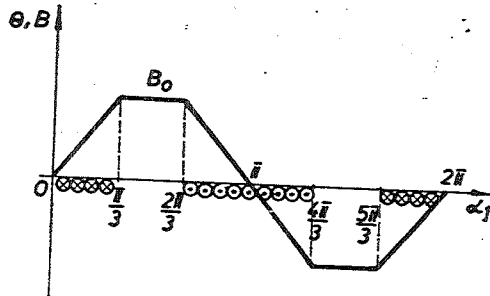
1.3. Ako rotor elementarnog sinhronog generatora iz prethodnog zadatka namotamo na 2/3 opsega, izračunajte efektivnu vrijednost inducirano napona i napona prvog harmonika u armaturnom namotu u praznom nodu uz maksimalnu vrijednost indukcije  $B_0 = 0,355 \text{ T}$ .

R:

Oblik indukcije prikazan je na slici 1.14.



Sl. 1.13



Sl.1.14

Efektivna vrijednost indukcije

$$\begin{aligned}
 B_{ef} &= \sqrt{\frac{2}{\pi} \left| \int_0^{\frac{\pi}{3}} \left( \frac{3}{\pi} B_0 \alpha_1 \right)^2 d\alpha_1 + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{3}} B_0^2 d\alpha_1 \right|} \\
 &= \sqrt{\frac{2}{\pi} B_0^2 \left| \frac{9}{\pi^2} \left( \frac{\pi}{3} \right)^3 \frac{1}{3} + \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} \right) \right|} \\
 &= \sqrt{\frac{10}{18} B_0^2} \\
 &= 0,745 B_0
 \end{aligned}$$

Srednja vrijednost indukcije

$$\begin{aligned}
 B_{sr} &= \frac{2}{\pi} \left( \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{3}{\pi} B_0 \alpha_1 d\alpha_1 + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{3}} B_0 d\alpha_1 \right) \\
 &= 0,666 B_0
 \end{aligned}$$

Faktor oblika

$$f_0 = \frac{0,745}{0,666} = 1,12$$

Ovaj oblik je veoma blizak faktoru oblika sinusoide 1, 11.

Razvijmo krivulju indukcije u Fourierov red.

Koeficijenti Fourierovog reda su:

$$a_v = b_{2v} = 0$$

$$b_v = \frac{8}{2\pi} \left| \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{B_0}{\alpha_0} \alpha_1 \sin v\alpha_1 d\alpha_1 + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{3}} B_0 \sin v\alpha_1 d\alpha_1 \right|$$

$$= \frac{4}{\pi} \frac{B_0}{\alpha_0} \frac{\sin v\alpha_1}{v^2}$$

$$v = 1, 3, 5, \dots$$

Za  $\alpha_0 = \frac{\pi}{3}$  imamo:

$$b_1 = \frac{12 B_0}{\pi^2} \sin \frac{\pi}{3}$$

$$b_3 = 0$$

$$b_5 = \frac{-12 B_0}{\pi^2} \frac{1}{5^2} \sin \frac{\pi}{3}$$

$$b_7 = \frac{12 B_0}{\pi^2} \frac{1}{7^2} \sin \frac{\pi}{3}$$

Indukcija

$$B = \frac{12 B_0}{\pi^2} \sin \frac{\pi}{3} \left(1 - \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} - \dots\right)$$

$$= 1,052 B_0 \left(1 - \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} - \dots\right)$$

Faktor osnovnog člana

$$\beta = \frac{B_{m1}}{B_0} = 1,052 \quad (1.22)$$

Koeficijent srednje vrijednosti

$$\alpha = \frac{B_{sr}}{B_0} = 0,666 \quad (1.23)$$

Tok jednog pola prema (1.24), je

$$\phi = \tau L B_{sr} = \tau L \alpha B_0 = \frac{D\pi}{2p} L \alpha B_0 \quad (1.24)$$

$$= \frac{0,2\pi}{2} \cdot 0,15 \cdot 0,666 \cdot 0,355 = 0,01115 \text{ Vs}$$

Tok osnovnog harmonika

$$\phi_1 = \tau L \frac{2}{\pi} B_{m1} = \tau L \frac{2}{\pi} \beta B_0 = \frac{D\pi}{2p} L \frac{2}{\pi} \beta B_0$$

$$= \frac{0,2\pi}{2} \cdot 0,15 \cdot \frac{2}{\pi} \cdot 1,052 \cdot 0,355 = 0,01122 \text{ Vs}$$

Omjer ukupnog toka i toka prvog harmonika

$$\frac{\phi}{\phi_1} = \frac{0,01115}{0,01122} = 0,993$$

Efektivnu vrijednost induciranog napona možemo izračunati prema (1.21b).

Budući da je  $f_{tv} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ , slijedi:

$$E = \frac{1}{\sqrt{2}} 4 f_1 L \tau_1 w \sqrt{\sum B_{efv}^2}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} 4 f_1 L \tau_1 w B_{ef}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} 4 f_0 f_1 L \tau_1 w B_{sr}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} 4 f_0 f_1 L \tau_1 w \alpha B_0$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 4 \cdot 1,12 \cdot 50 \cdot 0,15 \cdot \frac{0,2\pi}{2} \cdot 10 \cdot 0,666 \cdot 0,353 = 17,7 \text{ V} \quad (1.26)$$

Efektivnu vrijednost prvog harmonika induciranog napona možemo izračunati prema (1.20).

$$E_1 = 4 \cdot 1,11 \cdot f_{t1} f_1 L \tau_1 B_{sr1}$$

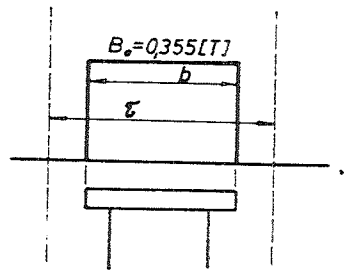
$$= 4 \cdot 1,11 f_{t1} f_1 L \tau_1 \frac{2}{\pi} B_{m1}$$

$$= 4 \cdot 1,11 f_{t1} f_1 L \frac{D\pi}{2} \frac{2}{\pi} \beta B_0 \quad (1.27)$$

$$= 4,44 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 50 \cdot 0,15 \cdot 0,2 \cdot 1,052 \cdot 0,353 = 17,5 \text{ V}$$

1.4. Ako rotor elementarnog sinhronog generatora iz prethodnog zadatka zamijenimo novim dvopolnim rotorom s izraženim polovima koji stvara u zračnom rasporu oblik indukcije prema sl. 1.15, kolika će biti efektivna vrijednost inducirane e.m.s. u armaturnom namotu u praznom hodu ako je maksimalna vrijednost indukcije  $B_0 = 0,355 \text{ T}$ , a prekrivanje  $b/\tau = 0,7$  ?

R:



Sl. 1.15

Faktor oblika

$$f_0 = \frac{B_{ef}}{B_{sr}} = \frac{B_0 \sqrt{\frac{b}{\tau}}}{B_0 \frac{b}{\tau}} = \sqrt{\frac{\tau}{b}} = \sqrt{\frac{1}{0,7}} = 1,195$$

Tok pola

$$\phi = B_{sr} \tau L = B_0 \frac{b}{\tau} \frac{D\pi}{2p} L = 0,355 \cdot 0,7 \cdot \frac{0,2\pi}{2} \cdot 0,15 = 0,0116 \text{ [Vs]}$$

prema (1.26) je

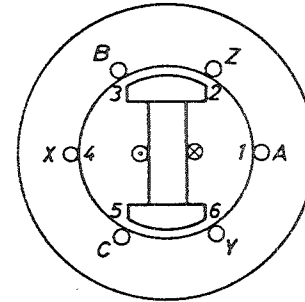
$$E = \frac{1}{\sqrt{2}} 4 f_0 f_1 w \phi \quad (1.28)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 4 \cdot 1,195 \cdot 50 \cdot 10 \cdot 0,0116 = 19,7 \text{ [V]}$$

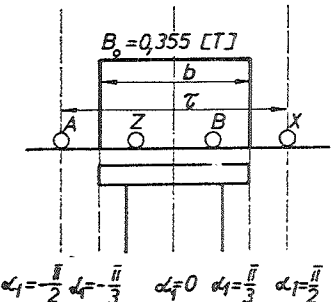
1.5. 2-polni trofazni sinhroni generator s izraženim polovima 50 Hz promjera provrta  $D = 0,2 \text{ m}$ , dužine paketa  $L = 0,15$  ima na statoru 6 utora i jednoslojni dijametralni namot. Broj zavoja po fazi  $w = 10$ , prekrivanje pola  $b/\tau = 2/3$ . Indukcija nad polnim lukom je konstantna  $B_0 = 0,355 \text{ T}$ , a u međjupolnom prostoru jednaka je nuli. Kolika je efektivna vrijednost faznog napona ?

R:

Oblik indukcije u zračnom rasporu prikazan je slikom 1.17.



Sl. 1.16



Sl. 1.17

Razvijmo krivulju indukcije u Fourierov red.

$$a_{2v} = b_v = 0$$

$$a_{2v+1} = \frac{8}{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{3}} B_0 \cos |(2v+1)\alpha_1| d\alpha_1 \quad v = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$a_{2v+1} = \frac{4}{\pi} \frac{B_0}{2v+1} \sin |(2v+1) \frac{\pi}{3}|$$

Indukcija

$$B(\alpha_1) = \frac{4}{\pi} \sum_{v=0}^{\infty} \frac{B_0}{2v+1} \sin |(2v+1) \frac{\pi}{3}| \cos |(2v+1)\alpha_1|$$

$$B(\alpha_1) = \sum_{v=0}^{\infty} B_{2v+1} \cos |(2v+1) \alpha_1|, \text{ gdje je}$$

$$B_{2v+1} = \frac{4}{\pi} \frac{B_0}{2v+1} \sin |(2v+1) \frac{\pi}{3}| \quad (1.29)$$

$$B_1 = \frac{4}{\pi} B_0 \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$B_3 = 0$$

$$B_5 = \frac{4}{\pi} \frac{B_0}{5} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$B_7 = \frac{4}{\pi} \frac{B_0}{7} \frac{\sqrt{3}}{2}$$

-----  
Efektivna vrijednost indukcije

$$B_{\text{ef}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{B_1^2 + B_3^2 + B_5^2 + B_7^2 + \dots} \quad (1.30)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{4}{\pi} B_0 \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{1 + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} + \dots}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{4}{\pi} B_0 \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \frac{\pi}{3}$$

$$= \sqrt{\frac{2}{3}} B_0$$

Ovaj rezultat dobijamo neposredno prema zadanoj krivulji indukcije

$$B_{\text{ef}} = \sqrt{\frac{b}{\tau}} B_0 = \sqrt{\frac{2}{3}} B_0$$

Tok pola

$$\phi = \frac{2}{\pi} \tau L \int_0^{\frac{\pi}{3}} B(\alpha_1) d\alpha_1$$

$$= \frac{2}{\pi} \tau L \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sum_{v=0}^{\infty} B_{2v+1} \cos |(2v+1) \alpha_1| d\alpha_1$$

$$= \frac{2}{\pi} \tau L \sum_{v=0}^{\infty} \frac{B_{2v+1}}{2v+1} \sin |(2v+1) \frac{\pi}{3}|$$

$$\phi = \sum_{v=0}^{\infty} \phi_{2v+1} \sin |(2v+1) \frac{\pi}{3}|, \text{ gdje je}$$

$$\phi_{2v+1} = \frac{2}{\pi} \frac{\tau}{2v+1} L B_{2v+1}$$

Polni korak  $(2v+1)$  harmonika je  $(2v+1)$  dio polnog koraka osnovnog harmonika

$$\phi_1 = \frac{2}{\pi} \tau L B_1$$

$$\phi_3 = 0$$

$$\phi_5 = \frac{2}{\pi} \frac{\tau}{5} L B_5$$

$$\phi = \frac{2}{\pi} \tau L \left( B_1 \frac{\sqrt{3}}{2} - B_5 \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{1}{5} + B_7 \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{1}{7} - \dots \right)$$

$$= \frac{2}{\pi} \tau L \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{4}{\pi} B_0 \frac{\sqrt{3}}{2} \left( 1 + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} + \dots \right)$$

$$= \frac{2}{\pi} \tau L \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{4}{\pi} B_0 \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\pi^2}{9}$$

$$= \frac{2}{3} \tau L B_0$$

Ovaj rezultat mogli smo dobiti direktno iz krivulje indukcije

$$\phi = B_{\text{sr}} \tau L = \frac{b}{\tau} B_0 \tau L = \frac{2}{3} \tau L B_0 \quad (1.31)$$

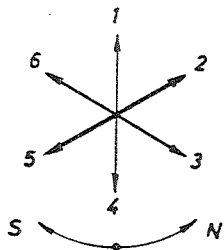
Efektivna vrijednost pojedinih harmonika inducirano napona prema (1.20) je

$$E_1 = 4 \frac{\pi}{2 \sqrt{2}} f_{t1} f_1 w \phi_1$$

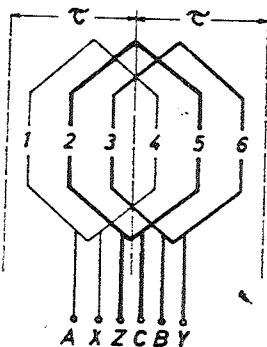
$$E_5 = 4 \frac{\pi}{2 \sqrt{2}} f_{t5} f_5 w \phi_5$$

$$E_7 = 4 \frac{\pi}{2 \sqrt{2}} f_{t7} f_7 w \phi_7$$

Faktor namota pojedinog harmonika određuje se prema vektorskoj zvijezdi induciranih napona jedne faze. Vektorska zvijezda svih triju faza, odnosno utorska zvijezda prvog harmonika prikazana je slikom 1.18.



Sl. 1.18



Sl. 1.19

Slikom 1.19 prikazana je shema namota.

Korak svitka

$$y = 3$$

Polni korak

$$\tau = \frac{N}{2p} = \frac{6}{2} = 3 \quad (1.32)$$

Tetivni faktor namota

$$f_{tv} = \left| \sin v \frac{\pi}{2} \right| = 1$$

Efektivna vrijednost faznog napona

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_5^2 + E_7^2 + \dots}$$

Budući da je tetivni faktor namota za sve harmonike jednak jedini-  
ci, to je

$$E = 4 \frac{\pi}{2 \sqrt{2}} w \sqrt{f_1^2 \phi_1^2 + f_5^2 \phi_5^2 + f_7^2 \phi_7^2 + \dots}$$

$$= 4 \frac{\pi}{2 \sqrt{2}} w f_1 \sqrt{\phi_1^2 + 5^2 \phi_1^2 + 7^2 \phi_1^2 + \dots}$$

$$= 4 \frac{\pi}{2 \sqrt{2}} w f_1 \frac{2}{\pi} \tau L \sqrt{B_1^2 + B_5^2 + B_7^2 + \dots}$$

$$= 4 \frac{\pi}{2 \sqrt{2}} w f_1 \frac{2}{\pi} \tau L B_{ef} \sqrt{2}$$

$$= 4 \frac{\pi}{2 \sqrt{2}} w f_1 \frac{2}{\pi} \tau L B_{sr} \frac{B_{ef}}{B_{sr}} \sqrt{2}$$

$$= 4 f_0 w f_1 \phi$$

(1.33)

U našem slučaju faktor oblika je

$$f_0 = \frac{B_0 \sqrt{\frac{2}{3}}}{B_0 \frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{3}{2}} = 1,223$$

Prema (1.31) je

$$\phi = \frac{2}{3} \cdot \frac{0,2\pi}{2} \cdot 0,15 \cdot 0,355 = 0,01112 \quad |Vs|$$

Prema (1.33) je

$$E = 4 \cdot 1,223 \cdot 1 \cdot 10 \cdot 50 \cdot 0,01112 = 27,2 \quad |V|$$

1.6. Uz nepromijenjeni namot statora (armaturni namot) rotor elementarnog sinhronog generatora iz prethodnog zadatka zamijenjen je novim rotorom s drugim brojem polova.

a) S novim 10 - polnim rotorom

b) S novim 8 - polnim rotorom.

Prekrivanje i oblik indukcije u zračnom rasporedu ostali su nepromijenjeni. Koliki je linijski napon na stezaljkama armaturnog namota u spoju zvijezda ako pretpostavljamo nepromijenjeni broj okretaja.

R:

a) Polni korak prema (1.32) je

$$\tau = \frac{3}{5}$$

Tetivni faktor namota prema (1.19) je

$$f_{tv} = \left| \sin\left(\nu \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{\pi}{2}\right) \right| = 1$$

Tok po polu prema (1.31) je

$$\phi = \frac{2}{3} \cdot \frac{0,2\pi}{2 \cdot 5} \cdot 0,15 \cdot 0,355 = \frac{0,01112}{5} \quad |Vs|$$

Frekvencija osnovnog harmonika inducirano napona

$$f_1 = 5 \cdot 50 \quad |Hz|$$

Inducirani napon prema (1.33) je

$$E = \sqrt{3} \cdot 4 \cdot 1,223 \cdot 1 \cdot 10 \cdot 5 \cdot 50 \cdot \frac{0,00112}{5} = \sqrt{3} \cdot 27,2 = 47 \quad |V|.$$

b) Polni korak

$$\tau = \frac{3}{4}$$

Tetivni faktor namota

$$f_{tv} = \sin\left(\nu \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{\pi}{2}\right) = 0$$

Inducirani napon

$$E = 0$$

1.7. Efektivna vrijednost inducirano napona šesterepolnog sinhronog generatora s izraženim polovima u jednom dijametralnom zavojju u praznom hodu iznosi 20 V.

Ako rotor ovog generatora zamijenimo novim 24-polnim rotorom, odnosno novim 18-polnim rotorom, a armaturni namot ostane nepromijenjen, kolika će biti efektivna vrijednost inducirane e.m.s. u jednom armaturnom zavojju u praznom hodu ako su maksimalna vrijednost indukcije, prekrivanje i broj okretaja ostali nepromijenjeni.

R:

Efektivna vrijednost napona po zavojju

$$E = 4 f_0 f_t \phi$$

$$\frac{E'}{E} = \frac{f' f_t' \phi'}{f f_t \phi}$$

$$\frac{f'}{f} = \frac{p'n}{p n} = \frac{p'}{p}$$

$$\frac{\phi'}{\phi} = \frac{\tau'}{\tau} = \frac{p'}{p}$$

$$\frac{E'}{E} = f_t'$$

Za 24-polni rotor tetivni faktor namota je

$$f_t = \sin\left(\nu \cdot \frac{\tau}{2} \cdot \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(\nu \cdot \frac{p}{2} \cdot \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(\nu \cdot \frac{4\pi}{2}\right) = 0$$

$$\nu = 1, 3, 5, \dots$$

pa je inducirani napon  $E' = 0$ .

Za 18-polni rotor tetivni faktor namota je

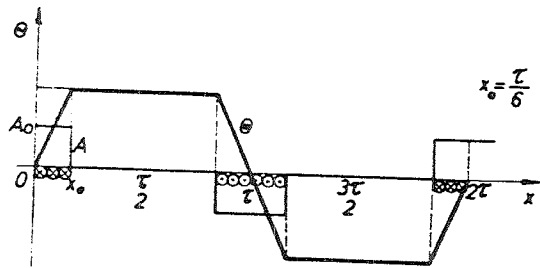
$$f_t' = \sin\left(\nu \cdot \frac{3\pi}{2}\right) = 1 \quad \nu = 1, 3, 5, \dots$$

pa je inducirani napon  $E' = 20 \quad |V|$ .

1.8. Izračunajte ukupni induktivitet i induktivitet osnovnog harmonika jedne faze trofaznog dijametralnog namota četveropolnog stroja s konstantnim zračnim rasporom 0,8 mm, promjerom provrta 31 cm, dužinom paketa 28 cm, sa po 5 vodiča po utoru i 48 utora uz pretpostavku konstantnog strujnog obloga i zanemarenog pada magnetskog napona u željezu. Pretpostavite takodjer da ostalim dvjema fazama ne teče struja.

R:

Na sl. 1.20 prikazane su krivulje strujnog obloga A i protjecanja  $\theta$  po obodu stroja.



Sl. 1.20

Ulančeni tok po jednom polu izračunat ćemo na ovaj način:  
Na dijelu oboda koji nosi strujni oblog A imamo:

$$\begin{aligned}
 d\psi_1 &= d\phi \int_0^x \frac{A}{I_2} dx, & d\phi &= \mu_0 L \frac{dx}{\delta} \theta \\
 &= \mu_0 L \frac{dx}{\delta} \theta \int_0^x \frac{A}{I_2} dx \\
 &= \mu_0 L \frac{dx}{\delta} \int_0^x A dx \frac{L}{I_2} \int_0^x A dx \\
 &= \mu_0 L \frac{dx}{I_2 \delta} A^2 x^2 \\
 \psi_1 &= \mu_0 \frac{L}{\delta} \frac{z_u^2 I_2^2}{I_2 \tau_u} \int_0^{\tau/6} x^2 dx \\
 &= \mu_0 \frac{L}{\delta} \frac{I_2 z_u^2}{\tau_u^2} \frac{1}{3} \left(\frac{\tau}{6}\right)^3
 \end{aligned} \tag{1.34}$$

Na dijelu oboda bez strujnog obloga

$$d\psi_2 = \mu_0 \frac{A}{I_2} \frac{\tau}{6} L A \frac{\tau}{6} \frac{dx}{\delta}$$

$$\psi_2 = \mu_0 \frac{z_u^2}{\tau_u^2} \left(\frac{\tau}{6}\right)^2 \frac{L}{\delta} \frac{4\tau}{6} = \mu_0 \frac{L}{\delta} \frac{I_2 z_u^2}{\tau_u^2} \left(\frac{\tau}{6}\right)^2 \frac{4}{6} \tau \tag{1.35}$$

Ulančeni tok na jednom polu

$$\begin{aligned}
 \psi_p &= \psi_2 + 2\psi_1 \\
 &= \mu_0 \frac{L}{\delta} \frac{I_2 z_u^2}{\tau_u^2} \left(\frac{\tau}{6}\right)^2 \frac{4}{6} \tau + 2\mu_0 \frac{L}{\delta} \frac{I_2 z_u^2}{\tau_u^2} \frac{1}{3} \left(\frac{\tau}{6}\right)^3 \\
 &= \frac{14}{3} \mu_0 \frac{L}{\delta} \left(\frac{z_u}{\tau_u}\right)^2 \left(\frac{\tau}{6}\right)^3 I_2
 \end{aligned} \tag{1.36}$$

Ulančeni tok sa cijelim namotajem

$$\psi_{aa} = 2p \frac{14}{3} \mu_0 \frac{L}{\delta} \left(\frac{z_u}{\tau_u}\right)^2 \left(\frac{\tau}{6}\right)^3 I_2 \tag{1.37}$$

Induktivitet jedne faze

$$L_{aa} = 2p \frac{14}{3} \mu_0 \frac{L}{\delta} \left(\frac{z_u}{\tau_u}\right)^2 \left(\frac{\tau}{6}\right)^3 \tag{1.38}$$

U ovom primjeru je

$$\begin{aligned}
 L_{aa} &= 2p \frac{14}{3} \mu_0 \frac{L}{\delta} z_u^2 \left(\frac{N}{D\pi}\right)^2 \left(\frac{D\pi}{2p}\right)^3 \frac{1}{6^3} \\
 &= \frac{14}{3} \mu_0 \frac{L}{\delta} z_u^2 N^2 \frac{D\pi}{(2p)^2} \frac{1}{6^3} \\
 &= \frac{7}{324} \mu_0 \frac{L}{\delta} z_u^2 N^2 \frac{D\pi}{(2p)^2} \\
 &= \frac{7}{324} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{28}{0,8 \cdot 10^{-1}} \cdot 25 \cdot 48^2 \cdot \frac{31 \cdot 10^{-2} \pi}{16} \\
 &= 0,0332 \text{ |H|}
 \end{aligned} \tag{1.39}$$

Razvijmo krivulju strujnog obloga u Fourierov red. Koeficijenti Fourierovog reda su:

$$a_v = \frac{4A_0}{\pi v} \sin(v\pi \frac{x_0}{\tau}) \quad v = 1, 3, 5, \dots$$

Ako integraciju strujnog obloga počinjemo u neutralnoj zoni, imamo prema zakonu protjecanja

$$\begin{aligned} H\delta &= \int_0^x A \, dx = \theta \\ \theta &= \int_0^x \sum_1^{\infty} A_v \cos(v\pi \frac{x}{\tau}) \, dx \\ &= \sum_1^{\infty} \frac{A_v \tau}{\pi v} \sin(v\pi \frac{x}{\tau}) \\ &= \sum_1^{\infty} \theta_v \sin(v\pi \frac{x}{\tau}) \\ \theta_v &= \frac{A_v \tau}{\pi v} \end{aligned} \quad (1.40)$$

Jakost magnetskog polja u zračnom rasporu

$$\begin{aligned} H &= \frac{\theta}{\delta} \\ &= \sum_{v=1}^{\infty} \frac{\theta_v}{\delta} \sin(v\pi \frac{x}{\tau}) \end{aligned} \quad (1.41)$$

Ulančeni tok možemo izračunati iz energije polja

$$\begin{aligned} \psi_{aa} &= 2p \frac{\mu_0 \tau}{I_2} \int_0^{\tau} H^2 \delta L \, dx \\ &= \frac{2p \mu_0 \tau L}{2 \delta I_2} \sum_1^{\infty} \theta_v^2 \\ &= \frac{2p \mu_0 \tau^3 L}{2\pi^2 \delta I_2} \sum_1^{\infty} (\frac{A_v}{v})^2 \end{aligned} \quad (1.42)$$

Induktivitet

$$L_{aa} = \psi_{aa} / I_2 = \frac{2p \mu_0 \tau^3 L}{2\pi^2 \delta} \sum_1^{\infty} \frac{1}{v^2} (\frac{4A_0}{\pi v})^2 \sin^2(v\pi \frac{x_0}{\tau})$$

$$\begin{aligned} &= \frac{2p \mu_0 \tau^3 L}{2\pi^2 \delta} \sum_1^{\infty} \frac{1}{v^4} \frac{16}{\pi^2} (\frac{z_u}{\tau u})^2 \sin^2(\frac{v\pi}{6}) \\ &= \frac{2p \mu_0 \tau^3 L}{2\pi^2 \delta} \frac{16}{\pi^2} (\frac{z_u}{\tau u})^2 \sum_1^{\infty} \frac{1}{v^4} \sin^2 \frac{v\pi}{6} \end{aligned} \quad (1.43)$$

za osnovni član imamo:

$$L_{1aa} = \frac{2p \mu_0 \tau^3 L}{2\pi^2 \delta} \frac{16}{\pi^2} (\frac{z_u}{\tau u})^2 \sin^2 \frac{\pi}{6} \quad (1.44)$$

U ovom primjeru je

$$\begin{aligned} L_{1aa} &= 2p \mu_0 \frac{\tau^3 L}{2\pi^4} \frac{z_u^2 N^2}{D^2 \pi^2} \frac{16}{4} \\ &= \mu_0 \frac{D z_u^2 N^2 L}{p^2 2\pi^3 \delta} \end{aligned} \quad (1.45)$$

$$= 0,4\pi \cdot 10^{-6} \frac{0,31 \cdot 5^2 \cdot 48^2 \cdot 0,28}{2^2 \cdot 2\pi^3 \cdot 0,8 \cdot 10^{-3}} = 0,0316 \text{ H} \quad (1.46)$$

Omjer ukupnog induktiviteta i induktiviteta prvog harmonika iznosi

$$\frac{L_{aa}}{L_{1aa}} = \frac{0,0332}{0,0316} = 1,05$$

1.9. Slikom 1.21 prikazan je poprečni presjek stroja s okruglim rotorom koji ima rotorski namot ff' i dva identična statorska namota AX BY. Samoinduktivitet svakog statorskog namota je  $L_{aa}$ , a rotorskog  $L_{ff}$ . Zračni raspor je konstantan, a utjecaj utora može se zanemariti. Statorski namoti su međusobno okomiti. Međuinduktivitet namota statora i rotora u ovisnosti o položaju rotora može se izraziti ovako:

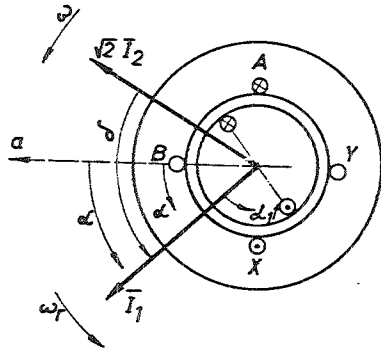
$$L_{af} = L_m \cos \alpha \quad (1.47)$$

$$L_{bf} = L_m \sin \alpha$$

gdje je  $L_m$  maksimalna vrijednost medjuinduktiviteta. Rotorski namot uzbudjuje se konstantnom istosmjernom strujom  $I_f$ , a statorskim namotima teku simetrične dvofazne struje

$$i_a = \sqrt{2} I_2 \cos \omega t \quad (1.48)$$

$$i_b = \sqrt{2} I_2 \sin \omega t$$



Sl. 1.21

Rotor se vrti konstantnom sinhronom brzinom, tako da mu je trenutni položaj određen kutom  $\alpha = \omega_r t - \alpha_0$ , gdje je  $\alpha_0$  kut koji označava položaj rotora za  $t = 0$ .

Uz pretpostavku sinusnog oblika protjecanje statora i rotora i zanemarivog radnog otpora namota na statoru izračunajte elektromagnetski moment ovog stroja.

R:

Elektromagnetski moment izračunat ćemo iz promjene akumulirane magnetske energije po kutu vrtnje uz konstantne struje svih namotaja

$$M = \left( \frac{dW}{d\alpha} \right)_{i_{a,b,f} = \text{const.}} \quad (1.49)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{d}{d\alpha} \left( \frac{1}{2} i_a^2 L_{aa} + \frac{1}{2} i_b^2 L_{bb} + \frac{1}{2} i_f^2 L_{ff} + \right. \\ &+ i_a i_b L_{ab} + i_a i_f L_{af} + i_b i_f L_{bf} \left. \right)_{i_{a,b,f} = \text{const.}} \\ &= \frac{1}{2} i_a^2 \frac{dL_{aa}}{d\alpha} + \frac{1}{2} i_b^2 \frac{dL_{bb}}{d\alpha} + \frac{1}{2} i_f^2 \frac{dL_{ff}}{d\alpha} + \\ &+ i_a i_b \frac{dL_{ab}}{d\alpha} + i_a i_f \frac{dL_{af}}{d\alpha} + i_b i_f \frac{dL_{bf}}{d\alpha} \end{aligned}$$

Budući da je

$$\frac{dL_{aa}}{d\alpha} = \frac{dL_{bb}}{d\alpha} = \frac{dL_{ff}}{d\alpha} = \frac{dL_{ab}}{d\alpha} = 0$$

to je

$$\begin{aligned} M &= i_a i_f \frac{d}{d\alpha} (L_m \cos \alpha) + i_b i_f \frac{d}{d\alpha} (L_m \sin \alpha) \\ &= -\sqrt{2} I_2 I_f L_m (\sin \omega t \sin \alpha - \cos \omega t \cos \alpha) \\ &= -\sqrt{2} I_2 I_f L_m \sin(\alpha - \omega t) \end{aligned} \quad (1.50)$$

Protjecanje statora je čisto obrtno protjecanje

$$\begin{aligned} \theta_2 &= \theta_a + \theta_b \\ &= \theta_{m2} \cos \omega t \cos \alpha_2 + \sin \omega t \cos(\alpha_2 + \frac{\pi}{2}) \\ &= \theta_{m2} \cos(\omega t + \alpha_2) \end{aligned} \quad (1.51)$$

Protjecanje rotora

$$\theta_f = \theta_{mf} \cos \alpha_1 \quad (1.52)$$

$$\text{Budući da je } \alpha_1 - \alpha_2 = \alpha, \text{ to je} \quad (1.53)$$

$$\theta_f = \theta_{mf} \cos(\alpha + \alpha_2) \quad (1.54)$$

Kut medju protjecanjem rotora i protjecanjem statora

$$\delta = \alpha + \alpha_2 - (\omega t + \alpha_2) = \alpha - \omega t$$

Prema (1.50) elektromagnetski moment je

$$\begin{aligned} M &= -\sqrt{2} I_2 I_f L_m \sin \delta \\ &= L_m \sqrt{2} \bar{I}_2 \times \bar{I}_f \end{aligned} \quad (1.55)$$

gdje je

$$\delta = (\omega_r - \omega)t - \alpha_0 \quad (1.56)$$

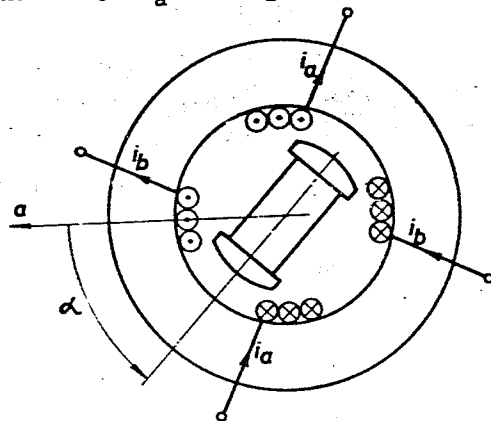
Pri sinhronoj brzini vrtnje rotora, tj. pri  $\omega_r = \omega$  kut izmedju protjecanja rotora i obrtnog (rezultirajućeg) protjecanja statora je konstantan i iznosi

$$\delta = -\alpha_0$$

pa je elektromagnetski moment

$$M = \sqrt{2} I_2 I_f L_m \sin \alpha_0 \quad (1.57)$$

1.10 Armaturnim namotom dvofaznog sinhronog motora prikazanog slikom 1.22 teku struje  $i_a = \sqrt{2} I_2 \sin \omega t$ ,  $i_b = -\sqrt{2} I_2 \cos \omega t$ .



Sl. 1.22

Induktivitet faze a i b ovisi o položaju rotora

$$\begin{aligned} L_{aa} &= L_0 + L_2 \cos 2\alpha \\ L_{bb} &= L_0 - L_2 \cos 2\alpha \end{aligned} \quad (1.58)$$

Zbog nesimetrije rotora postoji i medjuinduktivitet faza a i b.

$$L_{ab} = L_v \sin 2\alpha \quad (1.59)$$

Kut izmedju rotora i čvrste osi na statoru prema sl. 1.22 je

$$\alpha = \omega t - \alpha_0$$

Za slučaj  $L_0 = 1 \text{ H}$ ,  $L_2 = 0,5 \text{ H}$ ,  $L_v = 0,5 \text{ H}$ ,  $i_a = \sin 314 t \text{ [A]}$ ,

$$i_b = -\cos 314 t \text{ [A]}, \quad \alpha_0 = 30^\circ \text{ potrebno je odrediti:}$$

- srednji elektromagnetski moment
- napon na stezaljkama namota faze a.

Utjecaj radnog otpora namota na statoru može se zanemariti.

R:

$$\begin{aligned} a) \quad M &= \frac{1}{2} i_a^2 \frac{dL_{aa}}{d\alpha} + \frac{1}{2} i_b^2 \frac{dL_{bb}}{d\alpha} + i_a i_b \frac{dL_{ab}}{d\alpha} \\ &= 2 I_2^2 (\cos^2 \omega t - \sin^2 \omega t) L_v \sin 2\alpha - \\ &\quad - 2 \sin \omega t \cos \omega t L_2 \cos 2\alpha = \\ &= 2 I_2^2 (L_v \cos 2\omega t \sin 2\alpha - L_2 \sin 2\omega t \cos 2\alpha) \end{aligned}$$

Ako je stroj projektiran tako da je  $L_v = L_2$ , elektromagnetski moment možemo izraziti u obliku:

$$M = 2 I_2^2 L_2 \sin(2\alpha - 2\omega t).$$

Pri sinhronoj brzini je  $\alpha = \omega t - \alpha_0$  pa moment ima konstantnu veličinu

$$M = -2 I_2^2 L_2 \sin 2\alpha_0. \quad (1.60)$$

Ovaj moment izazvan je magnetskom nesimetrijom rotora, tj. promjenjivim magnetskim otporom po obodu stroja pa se zove reluktantni ili reakcioni moment.

Za zadani stroj je:

$$M = -0,5 \sin 60^\circ = -0,433 \text{ Nm}$$

$$b) \quad u_a = \frac{d\psi_a}{dt} = \frac{d}{dt} (i_a L_{aa} + i_b L_{ab}) \quad (1.61)$$

$$= \omega \sqrt{2} I_2 L_0 \cos \omega t - \omega \sqrt{2} I_2 L_2 \cos(\omega t - 2\alpha_0)$$

$$= 314 \cos 314 t - 157 \cos(314 t - 60^\circ), \text{ [V]}$$

1.11. Slikom 1.23 prikazan je stroj sa dva identična statorska namota AX i BY koji su međusobno okomiti. Rotor s izraženim polovima nosi namotaj vezan za klizne prstenove. Zbog nejednolikog zračnog rasporeda, samoinduktivitet namota statora i medjuinduktivitet su funkcije položaja rotora, i to:

$$L_{aa} = L_0 + L_2 \cos 2\alpha$$

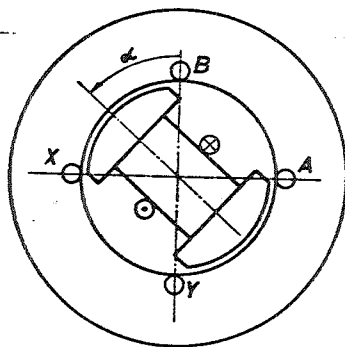
$$L_{bb} = L_0 - L_2 \cos 2\alpha$$

$$L_{ab} = L_2 \sin 2\alpha$$

gdje su  $L_0$  i  $L_2$  pozitivne konstante. Medjuinduktivitet namota statora i rotora je funkcija položaja rotora, i to:

$$L_{af} = L_m \cos \alpha$$

$$L_{bf} = L_m \sin \alpha$$



Sl. 1.23

gdje je  $L_m$  pozitivna konstanta. Samoinduktivitet  $L_{ff}$  uzbuđenog namota je konstantan i ne ovisi o položaju rotora. Rotorski (uzbuđeni) namot uzbuđuje se istosmjernom strujom  $I_f$ , a statorski namotaji spojeni su na izvor simetričnog dvofaznog sistema napona. Struje u statorskim namotajima su:

$$i_a = \sqrt{2} I_2 \cos \omega t, \quad i_b = \sqrt{2} I_2 \sin \omega t$$

Rotor se vrti konstantnom sinhronom brzinom tako da mu je trenutni položaj određen kutom  $\alpha = \omega t - \alpha_0$ , gdje je  $\alpha_0$  kut koji označava položaj rotora za  $t = 0$ . Utjecaj radnog otpora namota na statoru može se zanemariti.

- Izračunajte elektromagnetski moment koji djeluje na rotor.
- U slučaju da uzbuđna struja  $I_f$  padne na nulu, da li će rotor produžiti da se okreće? Ako hoće, izračunajte elektromagnetski moment.

R:

a) Ovaj zadatak riješit ćemo na način analogan prethodnom zadatku.

$$\begin{aligned} M &= \frac{1}{2} i_a^2 \frac{dL_{aa}}{d\alpha} + \frac{1}{2} i_b^2 \frac{dL_{bb}}{d\alpha} + i_a i_f \frac{dL_{af}}{d\alpha} + \\ &+ i_b i_f \frac{dL_{bf}}{d\alpha} + i_a i_b \frac{dL_{ab}}{d\alpha} = \\ &= I_2^2 \cos^2 \omega t (-2L_2 \sin 2\alpha) + I_2^2 \sin^2 \omega t 2L_2 \sin 2\alpha + \\ &+ \sqrt{2} I_2 \cos \omega t I_f (-L_m \sin \alpha) + \sqrt{2} I_2 \sin \omega t I_f L_m \cos \alpha + \\ &+ 2 I_2^2 \sin \omega t \cos \omega t 2L_2 \cos 2\alpha = \\ &= \sqrt{2} I_2 I_f L_m \sin \alpha_0 + 2 I_2^2 L_2 \sin 2\alpha_0. \quad (1.62) \end{aligned}$$

b) Ako uzbuđna struja padne na nulu, stroj će se i dalje vrtjeti uz moment

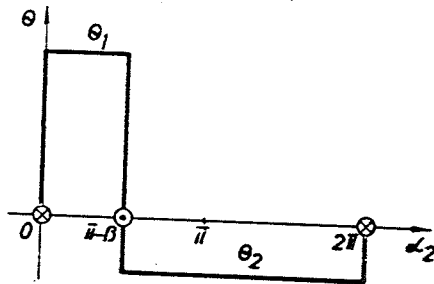
$$M = 2 I_2^2 L_2 \sin 2\alpha_0 \quad (1.60a)$$

Ovaj rezultat usporedite s rezultatom (1.60).

1.12. Armaturnim namotajem elementarnog sinhronog stroja iz zadatka 1.2 teče konstantna struja jakosti 5 A. Nacrtajte krivulju protjecanja koju armaturni namot stvara na obodu stroja.

R:

Krivulja protjecanja kvalitativno je prikazana slikom 1.24.



Sl. 1.24

Zbog  $\text{div } \vec{B} = 0$ , ukupni tok svitka mora biti jednak nuli, tj.

$$\int_0^{2\pi} \phi(\alpha_2) d\alpha_2 = \int_0^{2\pi} \Lambda \theta d\alpha_2 = \int_0^{\pi-\beta} \Lambda \theta_1 d\alpha_1 +$$

$$+ \int_{\pi-\beta}^{2\pi} \Lambda \theta_2 d\alpha_1 = 0$$

s obzirom na to da je  $\Lambda = \text{const.}$ ,  $\theta_1 = \text{const.}$ ,  $\theta_2 = \text{const.}$ , slijedi

$$\theta_1 (\pi - \beta) + \theta_2 (\pi + \beta) = 0$$

prema zakonu protjecanja mora biti

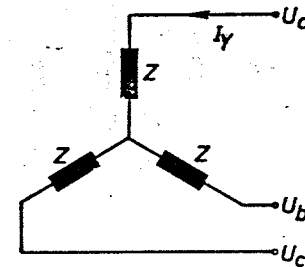
$$\theta_1 - \theta_2 = I w$$

Iz posljednje dvije jednačbe slijedi:

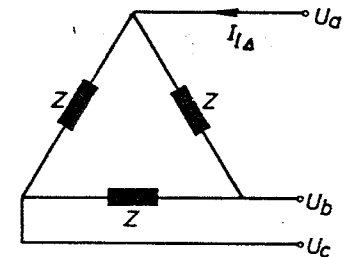
$$\theta_1 = I w \frac{\pi + \beta}{2\pi} = 5 \cdot 10 \frac{\pi + \frac{\pi}{2}}{2\pi} = 37,5 \text{ !A!}$$

$$\theta_2 = -I w \frac{\pi - \beta}{2\pi} = -5 \cdot 10 \frac{\pi - \frac{\pi}{2}}{2\pi} = -12,5 \text{ !A!}$$

~~Q.12.~~ Trofazni sinhroni generator s okruglim rotorom ima otvoreni rotorski namot (rotorom ne mogu teći nikakve struje). Statorski namot spojen je u zvijezdu i priključen na trofazni simetrični sistem napona  $U_a, U_b, U_c$ . Ako statorski namot prespojimo u trokut i priključimo ga na isti trofazni sistem napona, kolika će biti jakost struje u priključnom vođu u spoju trokut u odnosu na spoj zvijezda?



Sl. 1.25



Sl. 1.26

R:

Neka je  $Z$  impedancija statorskog namota po jednoj fazi. Fazna struja u spoju zvijezda

$$I_Y = \frac{U_f}{Z}$$

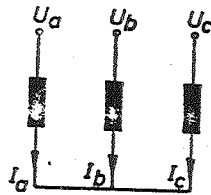
Fazna struja u spoju trokut

$$I_{f\Delta} = \frac{\sqrt{3} U_f}{Z}$$

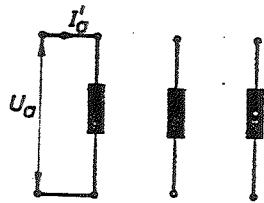
Struja u priključnom vođu u spoju trokut

$$I_{L\Delta} = \sqrt{3} I_{f\Delta} = \frac{\sqrt{3} \sqrt{3} U_f}{Z} = \frac{3 U_f}{Z} = 3 I_Y$$

1.14. Trofazni sinhroni stroj s okruglim rotorom ima otvoreni rotorski namot (rotorom ne mogu teći nikakve struje). Statorski namot spojen je u zvijezdu i priključen na trofazni simetrični sistem napona  $U_a, U_b, U_c$ . Kolika je jakost struje faze a u ovom slučaju u odnosu na slučaj kada je na kraju faze a priključen jednofazni napon jednak faznom naponu  $U_a$  u spoju zvijezda a fazama b i c ne teku struje. Utjecaj radnog otpora može se zanemariti.



Sl. 1.27



Sl. 1.28

R:

$$|\sqrt{2} \bar{U}_a| = |\omega_s \bar{\Psi}_a| = \sqrt{2} \omega_s (\bar{I}_a L_a + \bar{I}_b L_{ab} + \bar{I}_c L_{ac})$$

$$L_{ab} = L_{ac} = L_a \cos 120^\circ$$

*"b" strava međuradaktivitet  
tok a "a" ulančuje*

$$|\bar{U}_a| = |\omega_s L_a |\bar{I}_a - \frac{1}{2} (\bar{I}_b + \bar{I}_c)|$$

$$\bar{I}_a + \bar{I}_b + \bar{I}_c = 0$$

$$\bar{I}_a = -(\bar{I}_b + \bar{I}_c)$$

$$|\bar{U}_a| = |\omega_s \frac{3}{2} L_a \bar{I}_a|$$

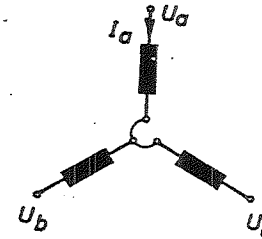
U drugom slučaju je

$$|\sqrt{2} \bar{U}_a| = |\omega_s \bar{\Psi}_a| = |\sqrt{2} \omega_s L_a \bar{I}'_a|$$

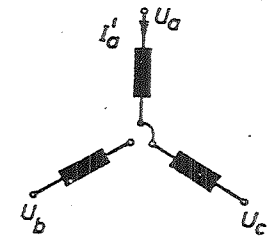
$$\frac{I'_a}{I_a} = \frac{U_a 2 \omega_s L_a}{3 \omega_s L_a U_a} = \frac{2}{3}$$

1.15. Na statorski namot trofaznog stroja s okruglim rotorom i otvorenim rotorskim namotom (rotorom ne mogu teći nikakve struje) priključen je trofazni simetrični sistem napona  $U_a, U_b, U_c$ . Odredite struju koja teče namotom faze a u slučaju spoja prema slici 1.30 u odnosu na slučaj spoja prema slici 1.29. Utjecaj radnog otpora može se zanemariti.

R:



Sl. 1.29



Sl. 1.30

U slučaju spoja prema sl. 1.29 je

$$\begin{aligned} |\sqrt{2} \bar{U}_a| &= |\omega_s \bar{\Psi}_a| = |\sqrt{2} \omega_s (\bar{I}_a L_a + \bar{I}_b L_{ab} + \bar{I}_c L_{ac})| \\ &= |\sqrt{2} \omega_s L_a \frac{3}{2} \bar{I}_a| \end{aligned}$$

U slučaju spoja prema si. 1.30

$$\begin{aligned} |\sqrt{2} \frac{\sqrt{3} \bar{U}_a}{2}| &= |\omega_s \bar{\Psi}_a| = |\sqrt{2} \omega_s (\bar{I}_a L_a + \bar{I}_c L_{ac})| \\ &= |\sqrt{2} \omega_s L_a \frac{3}{2} \bar{I}_a| \end{aligned}$$

Konačno je omjer struja

$$\frac{I'_a}{I_a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

1.16. U sinhronom stroju s konstantnim zračnim rasporedom koji radi pri frekvenciji mreže 50 Hz maksimalna jakost električnog polja koja se pri nazivnoj brzini javlja u otvorenom armaturnom namotu iznosi 100 V/m, a maksimalna vrijednost uzbuđenog strujnog obloga iznosi  $1,67 \cdot 10^4$  A/m.

Odredite induktivni otpor magnetiziranja i induktivitet zračnog rasporeda. Koliki je promjer provrta ovog stroja pri 3000 o/min i veličini zračnog rasporeda od 2 mm? Pretpostavite sinusni strujni oblog.

R:

Strujni oblog

$$a = A_m \cos \frac{\pi}{\tau} x = \operatorname{Re} (A_m e^{-j \frac{\pi}{\tau} x}) = \operatorname{Re} (\dot{A})$$

Normalna komponenta indukcije

$$B_n = \int_0^x \frac{x}{\delta} \mu_0 a dx = \frac{\tau}{\pi} \frac{\mu_0}{\delta} A_m \sin \frac{\pi}{\tau} x$$

U kompleksnom računu je

$$\dot{B}_n = j \frac{\tau}{\pi} \frac{\mu_0}{\delta} \dot{A}$$

gdje je

$$\dot{A} = A_m e^{-j \frac{\pi}{\tau} x}$$

Ovaj izraz za indukciju vrijedi bez obzira na kojoj se strani zračnog rasporeda nalazi strujni oblog.

Tangencijalna komponenta indukcije tik uz narinuti strujni oblog je

$$\dot{B}_t = \mu_0 \dot{A}$$

Omjer tangencijalne i normalne komponente indukcije

$$\frac{B_t}{B_n} = \frac{\pi \delta}{\tau} \ll 1$$

U proračunu reaktancije magnetiziranja zračnog rasporeda tangencijalnu komponentu indukcije možemo zanemariti.

Da bismo dobili induciranu e.m.s., načinimo produkt  $v \dot{B}$ .

$$v \dot{B} = j \mu_0 \frac{\pi}{\tau} \frac{v}{\delta} \dot{A}$$

Veličina  $\mu_0 (\tau v / \pi \delta)$  izražava se u omima pa je možemo smatrati otporom.

$$x_m = \mu_0 \frac{\tau v}{\pi \delta} = \mu_0 \frac{D^2}{4\pi \delta} \omega_{\text{meh}} = \mu_0 \frac{\tau^2 \omega}{\pi^2 \delta} \quad (1.63)$$

Budući da je ovaj otpor proporcionalan električkoj kutnoj brzini, možemo ga smatrati induktivnim otporom, a budući da je izveden iz magnetskog kruga zračnog rasporeda možemo ga nazvati induktivnim otporom zračnog rasporeda ili reaktancijom magnetiziranja.

U ovom primjeru je

$$v B_m = x_m A_m$$

$$100 = x_m 1,67 \cdot 10^4$$

$$x_m = 6 \cdot 10^{-3} \quad |\Omega|$$

Induktivitet zračnog raspora

$$L_m = \frac{x_m}{\omega} = \frac{6 \cdot 10^{-3}}{314} = 0,191 \cdot 10^{-4} \text{ H}$$

Promjer provrta dobivamo iz (1.63)

$$D = \sqrt{\frac{4 L_m \delta p^2}{\mu_0}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0,191 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 1^2}{4\pi \cdot 10^{-7}}} = 0,348 \text{ m}$$

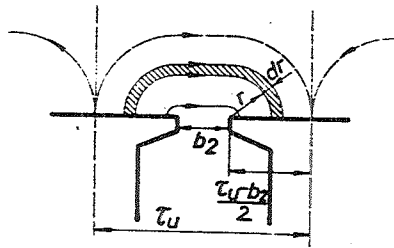
1.17. Zadan je trofazni sinhroni generator 10.000 kVA, 6.300 V, 50 Hz, 125 o/min sa 17/8 utora po polu i fazi, koji ima jednoslojni dvoetažni namot spojen u zvijezdu sa 102 zavoja po fazi spojena u seriju. Generator ima ove dimenzije:

Glavne dimenzije

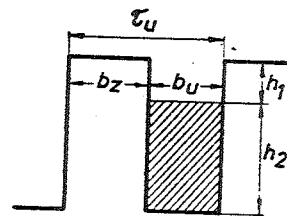
$$\begin{aligned} D &= 4,5 \text{ m} \\ L &= 1,058 \text{ m} \\ \tau &= 0,0461 \text{ m} \end{aligned}$$

Dimenzije, utora  
(vidi sl. 1.32)

$$\begin{aligned} h_1 &= 0,008 \text{ m} \\ h_2 &= 0,068 \text{ m} \\ b_u &= 0,015 \text{ m} \\ b_2 &= b_u \\ \tau_u &= 0,0461 \text{ m} \end{aligned}$$



Sl. 1.31



Sl. 1.32

Izračunajte pad napona na rasipnoj reaktanciji utora i glave zuba.

R:

Jakost magnetskog polja mijenja se po visini utora linearno

$$H = \frac{I_2 z_u}{b_u h_2} x$$

Na dijelu utora visine  $h_1$  jakost magnetskog polja je konstantna i iznosi

$$H = \frac{I_2 z_u}{b_u}$$

Rasipni induktivitet utora možemo izračunati iz magnetske energije. Prema sl. 1.32 je

$$\begin{aligned} L_{\sigma u} &= \frac{\mu_0}{I_2^2} \left[ \int_0^{h_2} \left( \frac{I_2 z_u}{b_u h_2} \right)^2 x^2 b_u L dx + \int_0^{h_1} \left( \frac{I_2 z_u}{b_u} \right)^2 b_u L dx \right] \\ &= \mu_0 z_u^2 L \left( \frac{h_2}{3b_u} + \frac{h_1}{b_u} \right) = \mu_0 z_u^2 L \lambda_u \end{aligned} \quad (1.64)$$

gdje je

$$\lambda_u = \frac{h_2}{3b_u} + \frac{h_1}{b_u} \quad (1.65)$$

Rasipni induktivitet glave zuba izračunat ćemo prema sl. 1.31. Vodljivost jedne silocijevi je:

$$d\Lambda = \frac{L dr}{b_2 + \pi r}$$

Ukupna vodljivost je

$$\begin{aligned} \Lambda &= \int_0^{\tau_u - b_2} d\Lambda = \frac{L}{\pi} \ln(b_2 + \pi) \Big|_0^{\tau_u - b_2} \\ &= \frac{2,3}{\pi} L \log\left(\frac{\pi \tau_u}{2b_2} - 0,57\right) \end{aligned}$$

Rasipni induktivitet glave zuba

$$L_{\sigma gz} = \mu_0 z_u^2 \frac{2,3}{\pi} L \log\left(\frac{\pi \tau_u}{2b_2} - 0,57\right) = \mu_0 z_u^2 L \lambda_{gz} \quad (1.66)$$

gdje je

$$\lambda_{gz} = \frac{2,3}{\pi} \log \left( \frac{\pi \tau_u}{2b_2} - 0,57 \right) \quad (1.67)$$

Ukupni rasipni induktivitet utora i glave zuba je:

$$L_{\sigma} = \mu_0 z_u^2 L (\lambda_u + \lambda_{gz}) \quad (1.68)$$

Rasipni induktivitet jedne faze je

$$L_{\sigma 2} = \frac{N}{m} \mu_0 z_u^2 L (\lambda_u + \lambda_{gz}) \quad (1.69)$$

a reaktancija

$$\begin{aligned} x_{\sigma 2} &= 2\pi f L_{\sigma} \\ &= 12,56 f \frac{w^2}{p} L \frac{\mu_0}{q} (\lambda_u + \lambda_{gz}) \end{aligned} \quad (1.70)$$

Prema (1.65) je

$$\lambda_u = \frac{0,068}{3 \cdot 0,015} + \frac{0,008}{0,015} = 2,04$$

Prema (1.67) je

$$\lambda_{gz} = \frac{2,3}{\pi} \log \left( \frac{\pi \cdot 0,0461}{2 \cdot 0,015} - 0,57 \right) = 0,461$$

Prema (1.70) je

$$\begin{aligned} x_{\sigma 2} &= 12,56 \cdot 50 \cdot \frac{102^2}{24} \cdot 1,058 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-7}}{17} (2,04 + 0,461) = \\ &= 0,423 \quad \Omega \quad \text{po fazi} \end{aligned}$$

Pad napona

$$E_{\sigma 2} = I_2 x_{\sigma 2} = 916 \cdot 0,423 = 389 \quad |V|$$

ili

$$e_{\sigma 2} = \frac{389 \cdot 100}{3640} = 10,4 \quad \%$$

1.18. Mjerenjem je ustanovljeno da parametri trofaznog sinhronog generatora 120.000 kVA, 10,5 kV, 50 Hz, iznose:

sinhrona reaktancija u uzdužnoj osi	$x_d = 1,000$	(i)
sinhrona reaktancija u poprečnoj osi	$x_q = 0,600$	
rasipna reaktancija armaturnog namota	$x_{\sigma 2} = 0,200$	(0,3)
prelazna reaktancija u uzdužnoj osi	$x'_d = 0,400$	(0,35)
početna reaktancija u uzdužnoj osi	$x''_d = 0,250$	(0,3)
početna reaktancija u poprečnoj osi	$x''_q = 0,270$	(0,18)
početna vremenska konstanta u uzdužnoj osi	$T'_d = 0,055$	s
početna vremenska konstanta u poprečnoj osi	$T'_q = 0,087$	s
vremenska konstanta uzbuđenog namota	$T_{do} = 7,5$	s  (6s)
radni otpor armaturnog namota	$r_2 = 0,00226$	(0,002)

Potrebno je izračunati slijedeće parametre generatora u relativnim vrijednostima:

reaktanciju armaturnog namota na glavnom putu u uzdužnoj osi	$x_{ad}$
reaktanciju armaturnog namota na glavnom magnetskom putu u poprečnoj osi	$x_{aq}$
reaktanciju uzbuđenog namota	$x_l$
rasipnu reaktanciju uzbuđenog namota	$x_{\sigma 1}$
rasipnu reaktanciju nadomjesnog prigušnog namota u uzdužnoj osi	$x_{\sigma D}$
reaktanciju nadomjesnog prigušnog namota u uzdužnoj osi	$x_D$
rasipnu reaktanciju nadomjesnog prigušnog namota u poprečnoj osi	$x_{\sigma Q}$
reaktanciju nadomjesnog prigušnog namota u poprečnoj osi	$x_Q$
otpor nadomjesnog prigušnog namota u uzdužnoj osi	$r_D$
otpor nadomjesnog prigušnog namota u poprečnoj osi	$r_Q$
otpor uzbuđenog namota	$r_l$
prelaznu vremensku konstantu	$T'_d$

aperiodsku vremensku konstantu armaturnog namota

$T_a$

R:

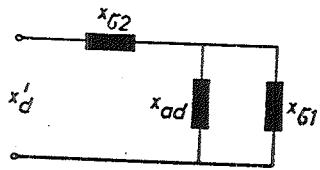
Reaktancija armaturnog namota na glavnom magnetskom putu u uzdužnoj osi (medjuinduktivitet armaturnog i uzbuđnog odnosno nadomjesnog prigušnog namota u uzdužnoj osi)

$$x_{ad} = x_d - x_{\sigma 2} = 1,000 - 0,200 = 0,800$$

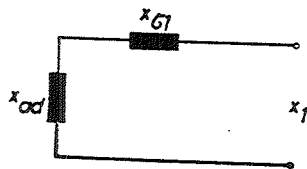
Reaktancija armaturnog namota na glavnom magnetskom putu u poprečnoj osi (medjuinduktivitet armaturnog i nadomjesnog prigušnog namota u poprečnoj osi)

$$x_{aq} = x_q - x_{\sigma 2} = 0,600 - 0,200 = 0,400$$

Reaktanciju uzbuđnog namota možemo odrediti prema sl. 1.33



Sl. 1.33 - nadomjesna shema reaktancije  $x'_d$



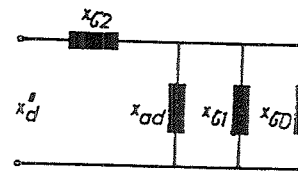
Sl. 1.34 - nadomjesna shema reaktancije  $x_1$

$$x_1 = \frac{x_{ad}^2}{x_d - x_{\sigma 2}} = \frac{0,800^2}{1,000 - 0,400} = 1,067$$

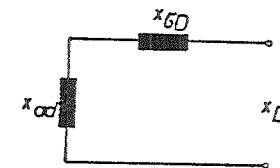
Rasipnu reaktanciju uzbuđnog namota možemo odrediti prema sl. 1.34

$$x_{\sigma 1} = x_1 - x_{ad} = 1,067 - 0,800 = 0,267$$

Rasipna reaktancija nadomjesnog prigušnog namota u uzdužnoj osi (Sl. 1.35)



Sl. 1.35 - nadomjesna shema reaktancije  $x'_d$



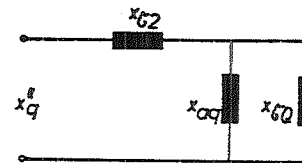
Sl. 1.36 - nadomjesna shema reaktancije  $x_D$

$$x_{\sigma D} = \frac{1}{\frac{1}{x'_d - x_{\sigma 2}} - \frac{1}{x_{ad}} - \frac{1}{x_{\sigma 1}}} = \frac{1}{\frac{1}{0,250 - 0,200} - \frac{1}{0,800} - \frac{1}{0,267}} = \frac{1}{15,006} = 0,0667$$

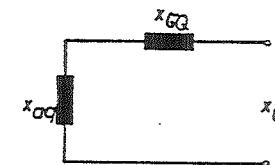
Reaktancija nadomjesnog prigušnog namota u uzdužnoj osi (Sl. 1.36)

$$x_D = x_{ad} + x_{\sigma D} = 0,800 + 0,0667 = 0,8667$$

Rasipna reaktancija nadomjesnog prigušnog namota u poprečnoj osi (Sl. 1.37)



Sl. 1.37 - nadomjesna shema reaktancije  $x'_q$



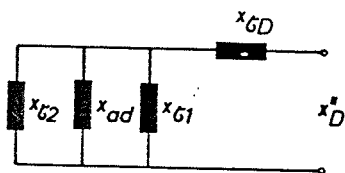
Sl. 1.38 - nadomjesna shema reaktancije  $x_Q$

$$x_{\sigma Q} = \frac{1}{\frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_{\sigma 2}}} = \frac{1}{\frac{1}{0,270} - \frac{1}{0,200} - \frac{1}{0,400}} = 0,0849$$

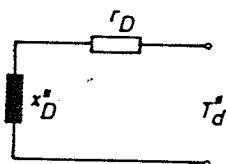
Reaktancija nadomjesnog prigušnog namota u poprečnoj osi (Sl. 1.38)

$$x_Q = x_{aq} + x_{\sigma Q} = 0,400 + 0,0849 = 0,4849$$

Otpor nadomjesnog prigušnog namota u uzdužnoj osi (Slike 1.39 i 1.40)



Sl. 1.39 - Nadomjesna shema reaktancije  $x'_D$



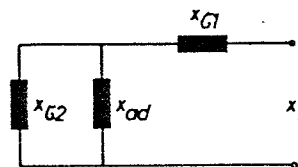
Sl. 1.40 - Nadomjesna shema za vremensku konstantu  $T''_d$

$$x''_D = \frac{(x'_d - x_{\sigma 2})^2 x'_d}{(x'_d - x''_d) x'_d} = \frac{(0,400 - 0,200)^2 \cdot 0,250}{(0,400 - 0,250) \cdot 0,400} = 0,1667$$

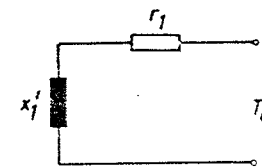
$$r_D = \frac{x''_D}{\omega T''_d} = \frac{0,1667}{314 \cdot 0,055} = 0,00965$$

Otpor nadomjesnog prigušnog namota u poprečnoj osi (Slike 1.41 i 1.42)

$$x''_Q = \frac{x_{aq}^2 x_q}{(x_q - x'_q) x_q} = \frac{0,400^2 \cdot 0,270}{(0,600 - 0,270) \cdot 0,600} = 0,2182$$



Sl. 1.41 - Nadomjesna shema reaktancije  $x''_Q$



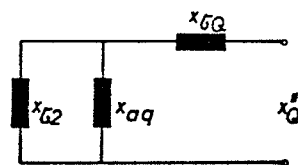
Sl. 1.42 - Nadomjesna shema za vremensku konstantu  $T'_d$

$$r_Q = \frac{x''_Q}{\omega T'_d} = \frac{0,2182}{314 \cdot 0,087} = 0,00801$$

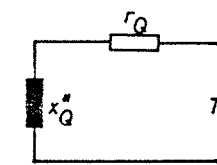
Otpor uzbudnog namota

$$r_1 = \frac{x_1}{\omega T'_{d0}} = \frac{1,067}{314 \cdot 7,5} = 0,0004535$$

Prelazna vremenska konstanta  $T'_d$  (Slike 1.43 i 1.44)



Sl. 1.43 - Nadomjesna shema reaktancije  $x''_Q$



Sl. 1.44 - Nadomjesna shema za vremensku konstantu  $T''_d$

$$x'_1 = x_{\sigma 1} + \frac{x_{ad} x_{\sigma 2}}{x_{ad} + x_2} = 0,267 + \frac{0,800 \cdot 0,200}{0,800 + 0,200} = 0,427$$

$$T'_d = \frac{x'_1}{\omega r_1} = \frac{0,427}{314 \cdot 0,0004535} = 3,01 \text{ |s|}$$

Takodjer je

$$T_d' = T_{d0}' \frac{x_d'}{x_d} = 7,5 \frac{0,450}{1,00} = 3,01 \text{ |s|}$$

Aperiodska vremenska konstanta armaturnog namota

$$T_a = \frac{2 x_d' x_q'}{r_2 (x_d' + x_q')} = \frac{2 \cdot 0,250 \cdot 0,270}{314 (0,00226 (0,250 + 0,270))} = 0,366 \text{ |s|}$$

1.19. Trofazni sinhroni generator 50 Hz, 400 V u spoju trokut ima nesinusoidalni oblik indukcije u zračnom rasporu.

Amplitude napona trećeg, devetog i petnaestog harmonika iznose 5, 3 i 2 % amplitude osnovnog harmonika. Kada se namotaji svih triju faza spoje serijski i priključe na izmjenični napon frekvencije 50 Hz, mjeri se radni i induktivni otpor namota 0,24 Ω odnosno 0,942 Ω. Izračunajte kružnu struju armaturnog namota u spoju trokut pri nazivnom naponu na stezaljkama.

R:

$$e_a = E_{m1} \sin(\omega t + \phi_1) + E_{m3} \sin(3 \omega t + \phi_3) + E_{m5} \sin(5 \omega t + \phi_5) + \dots$$

$$e_b = E_{m1} \sin(\omega t + \phi_1 - \frac{2\pi}{3}) + E_{m3} \sin(3 \omega t + \phi_3) + E_{m5} \sin(5 \omega t + \phi_5 + \frac{2\pi}{3}) + \dots$$

$$e_c = E_{m1} \sin(\omega t + \phi_1 - \frac{4\pi}{3}) + E_{m3} \sin(3 \omega t + \phi_3) + E_{m5} \sin(5 \omega t + \phi_5 + \frac{4\pi}{3}) + \dots$$

Rezultirajuća e.m.s. u spoju trokut

$$e_a + e_b + e_c = 3 E_{m3} \sin(3 \omega t + \phi_3) + 3 E_{m9} \sin(9 \omega t + \phi_9) + 3 E_{m15} \sin(15 \omega t + \phi_{15}) +$$

Kružna struja

$$i_0 = \frac{3 E_{m3} \sin(3 \omega t + \phi_3)}{3 \sqrt{R_2^2 + 9 \omega^2 L_0^2}} + \frac{3 E_{m9} \sin(9 \omega t + \phi_9)}{3 \sqrt{R_2^2 + 81 \omega^2 L_0^2}} + \frac{3 E_{m15} \sin(15 \omega t + \phi_{15})}{3 \sqrt{R_2^2 + 225 \omega^2 L_0^2}}$$

Reaktancija kojom je određena kružna struja (tzv. nulta reaktancija) je:

$$x_0 = \frac{0,942}{3} = 0,314 \text{ } \Omega \text{ po fazi.}$$

Radni otpor faznog namota

$$R_2 = \frac{0,24}{3} = 0,08 \text{ } \Omega \text{ po fazi.}$$

Za 3, 9. i 15. harmonik imamo slijedeće vrijednosti reaktancija po fazi:

$$9 \omega^2 L_0^2 = 0,887 \text{ } |\Omega|$$

$$81 \omega^2 L_0^2 = 8,0 \text{ } |\Omega|$$

$$225 \omega^2 L_0^2 = 22,2 \text{ } |\Omega|$$

Odgovarajuće vrijednosti impedancija po fazi iznose:

$$0,8908 \text{ } |\Omega|, 2,83 \text{ } |\Omega|, 4,72 \text{ } |\Omega|.$$

Amplitude e.m.s. za 3, 9. i 15. harmonik iznose:

$$E_{m3} = 400 \cdot \sqrt{2} \cdot 0,05 = 28,3 \text{ } |V|$$

$$E_{m9} = 400 \cdot \sqrt{2} \cdot 0,03 = 17 \text{ } |V|$$

$$E_{m15} = 400 \cdot \sqrt{2} \cdot 0,02 = 11,3 \text{ } |V|$$

Slijedi

$$i_o = \frac{28,3}{0,8908} \sin(3 \omega t + \phi_3) + \frac{17}{2,83} \sin(9 \omega t + \phi_9) +$$

$$+ \frac{11,3}{4,72} \sin(15 \omega t + \phi_{15}) =$$

$$= 31,8 \sin(3 \omega t + \phi_3) + 6,0 \sin(9 \omega t + \phi_9) +$$

$$+ 2,39 \sin(15 \omega t + \phi_{15}) .$$

Efektivna vrijednost

$$I_o = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{31,8^2 + 6,0^2 + 2,39^2} = \frac{32,4}{\sqrt{2}} = 22,9 \text{ |A|}$$

1.1. ZADACI ZA RJEŠAVANJE

1. U namotu jedne faze sinhronog generatora u praznom hodu inducira se e.m.s. koja se sastoji od slijedećih harmoničkih članova:

$$e_1 = 400 \sin 314 t \text{ |V|}$$

$$e_3 = 15 \sin 945 t \text{ |V|}$$

$$e_5 = 10 \sin 1570 t \text{ |V|}$$

$$e_7 = 1 \sin 2197 t \text{ |V|}$$

Odredite efektivnu vrijednost linijskog napona generatora u spoju zvijezda u praznom hodu.

R: 490 |V| .

2. Pri asinhronom radu sinhronog stroja koji ima kratkospojeni uzbudni namot javlja se na rotoru pulsirajuće protjecanje koje se dađe rastaviti na dvije komponente; direktnu i inverznu. Pri kojoj će brzini rotora inverzna komponenta protjecanja biti nepomična prema statoru ako se radi o četveropolnom generatoru frekvencije 50 Hz.

R: 750 |0/min| .

3. 8-polni sinhroni stroj ima promjer  $D = 1$  m. Koliki je fazni pomak  $\phi$  medju e.m.s. koje se induciraju u vodičima medjusobno udaljenim na obodu stroja za 0,15 m.

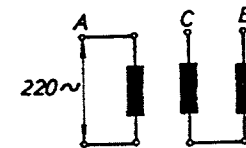
R: 68,6° .

4. Tok po polu sinhronog generatora s izraženim polovima iznosi 0,01 Vs. Indukcija nad polnim lukom je konstantna, a u medjupolnom prostoru jednaka nuli. Prekrivanje  $b/\tau = 0,7$ , frekvencija 50 Hz. Kolika je efektivna vrijednost inducirane e.m.s. u jednom dijametralnom armaturnom zavoju u praznom hodu ?

R: 2,39 |V| .

5. Armaturni namot sinhronog stroja s okruglim rotorom i otvoreni rotorskim namotom spojen je prema slici 1.45. Na krajeve faze a priključen je izmjenični napon 220 V koji u zračnom rasporu izaziva indukciju sinusoidalnog oblika. Koliku ćemo imati e.m.s. medju točkama B i C ?

R:  $U_{BC} = 0$  .



Sl. 1.45

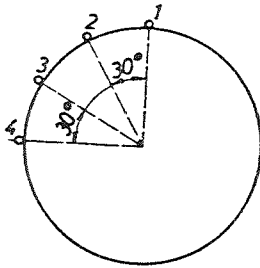
6. Armaturnim namotom sinhronog generatora  $x_d = 200 \%$  teče struja 500 A, uz kut opterećenja  $\phi = 60^\circ$  i uzbudu praznog hoda.

Odredite trajnu struju trolejnog kratkog spoja i nazivnu struju generatora.

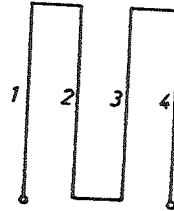
R:  $I_{2k} = 500 \text{ |A|}$  ,  $I_{2n} = 1000 \text{ |A|}$  .

7. Koliki je faktor namota za treći harmonički član 8-polnog sinhronog stroja prikazanog slikom 1.46 kojem su vodiči spojeni prema slici 1.47 ?

R: 0 .



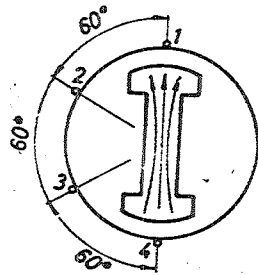
Sl. 1.46



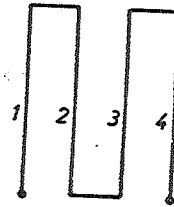
Sl. 1.47

8. U svakom vodiču dvopolnog generatora prikazanog na sl. 1.48 inducira se napon efektivne vrijednosti prvog harmonika 10 V. Kolika je efektivna vrijednost prvog harmonika napona na stazjkama armaturnog namota spojenog prema sl. 1.49 ?

R: 10 |V| .



Sl. 1.48



Sl. 1.49

9. Koliki je nazivni pogonski moment 48-polnog sinhronog generatora 10 MVA, 6,3 kV, 50 Hz,  $\cos \phi = 0,8$  uz zanemarene gubitke ?

R:  $612 \cdot 10^3$  |Nm| .

10. Sinhroni generator s okruglim rotorom 3000 V uz uzbudu nazivnog opterećenja ima trajnu struju trolejnog kratkog spoja 2000 A. Kolika je maksimalna radna snaga koju ovaj generator može prenijeti u mrežu uz uzbudu nazivnog opterećenja ?

R: 10.400 |kW| .

11. Turbogenerator 3000 V, 50 Hz uz uzbudu nazivnog opterećenja ima trajnu struju trolejnog kratkog spoja 2000 A. Koliki je maksimalni sinhronizacioni moment ovog generatora ?

R: 33.100 |Nm| .

12. Prilikom sinhronizacije sinhronog generatora došlo je do greške u kutu napona mreže i generatora za  $30^\circ$ . Frekvencije i amplitude napona mreže i generatora bile su izjednačene. Koliko ampera iznosi simetrični strujni udarac ako ovaj generator ima udarnu struju simetričnog udarnog kratkog spoja 5000 A.

R: 2.580 |A| .

13. Odredite koliki je ukupni ulančeni tok faze b u odnosu na fazu a trofaznog namota kada je struja u fazi a maksimalna. Pretpostavite sinusoidalnu raspodjelu protjecanja u zračnom rasporu i konstantan iznos zračnog raspora.

R: 0,5 .

14. Uzmimo stator sinhronog motora (rotor je izvadjen). Jednom na krajeve faze a priključimo fazni napon  $u_a$ , a drugi put na namot spojen u trokut priključimo trofazni sistem  $u_a, u_b, u_c$ . Koliki je omjer struje iz prvog pokusa i linijske struje iz drugog pokusa ?

R: 0,5 .

## 2. ARMATURNI NAMOT SINHRONOG STROJA

### 2.1. JEDNOSLOJNI NAMOT SA CIJELIM BROJEM UTORA PO POLU I FAZI

2.1. Za trofazni sinhroni stroj sa 24 utora i 4 pola potrebno je:

- nacrtati shemu jednoslojnog petljastog namota
- nacrtati shemu jednoslojnog dvoetažnog namota
- nacrtati shemu jednoslojnog troetažnog namota
- nacrtati shemu jednoslojnog valovitog namota
- izračunati faktore namota za 1, 3, 5. i 7. harmonik.

R:

a) Geometrijski kut medju susjednim utorima

$$\alpha_g = \frac{360^\circ}{N} = \frac{360^\circ}{24} = 15^\circ$$

Električki kut medju susjednim utorima

$$\alpha = p \alpha_g = 2 \cdot 15^\circ = 30^\circ$$

Broj ponavljanja utorske zvijezde

$$t = M(N, p) = M(24, 2) = 2$$

Broj krakova utorske zvijezde

$$N_t = \frac{N}{t} = \frac{24}{2} = 12$$

Kut medju krakovima utorske zvijezde

$$\alpha_t = \frac{360}{N_t} = \frac{360}{12} = 30^\circ$$

Broj utora po polu i fazi

$$q = \frac{N}{2pm} = \frac{24}{4 \cdot 3} = 2$$

Ukupni broj svitaka

$$\frac{N}{2} = \frac{24}{2} = 12$$

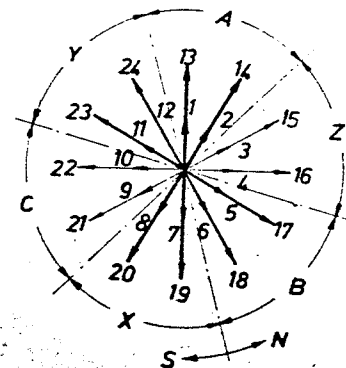
Broj svitka po fazi

$$\frac{N}{2m} = \frac{24}{2 \cdot 3} = 4, \text{ cijeli broj}$$

Broj krakova utorske zvijezde po fazi

$$\frac{N_t}{m} = \frac{12}{3} = 4$$

Nacrtajmo sada utorsku zvijezdu.



Sl. 2.1 Utorska zvijezda

Prema utorskoj zvijezdi crtamo shemu namota. Utorsku zvijezdu moramo najprije podijeliti na  $2m = 6$  jednakih zona. U svaku zonu dolazi po  $N_t/2m = 2$  utora predočena odgovarajućim vektorima.

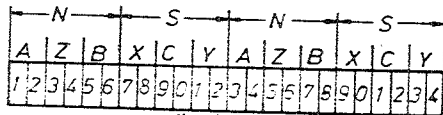
U dijametralnom namotu zona polaznih strana svitka i zona povratnih strana svitka jedne faze pomaknute su medjusobno za  $180^\circ$ . U simetričnom trofaznom namotu zone polaznih, odnosno zone povratnih strana svitaka dviju faza moraju medjusobno biti pomaknute za  $120^\circ$ . Tada će i fazni naponi biti medjusobno pomaknuti za  $120^\circ$ .

Počnimo, npr., fazu a vektorom 1. Tada vektor 7 mora djelovati u suprotnoj strani svitka, zato sastavljamo svitak 1 - 7.

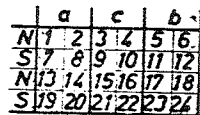
Kako vektori 1 i 7 leže dijagonalno u utorskoj zvijezdi, ovaj svitak zovemo dijagonalnim svitkom, a korak svitka  $y = 6$  zovemo dijagonalnim korakom. Vektor 2 mora djelovati u istoj strani svitka kao i vektor 1, zato iz utora 7 ulazimo u utor 2. Vektor 8 mora ležati u povratnoj strani svitka, pa sastavljamo svitak 2-8. Prema utorskoj zvijezdi vidimo da se vektori 13, 14, 19 i 20 poklapaju s vektorima 1, 2, 7 i 8, zato stavljamo svitke 13 - 19 i 14 - 20 tako da vektori 13 i 14 djeluju u polaznoj a vektori 19 i 20 u povratnoj strani svitka. Analogno sastavljamo namot za ostale dvije faze.

Raspored svitka po obodu stroja možemo prikazati nešto zornije razvijanjem oboda statora u ravninu. Budući da imamo četiri pola, podijelimo cijeli obod na 4 jednaka dijela. Duž jednog pola moraju biti smještene sve tri faze, pa svaki pol podijelimo na tri jednaka dijela. Budući da jedan pol ima  $180^\circ$ , to svakoj fazi pod jednim polom pripada zona širine  $60^\circ$ . Jednom utorskom koraku pripada dio oboda širine  $30^\circ$  pa je broj utora po polu i fazi  $q = \frac{60}{30} = 2$ .

Raspored utora po pojedinim fazama prikazan je na sl. 2.2.



Sl. 2.2



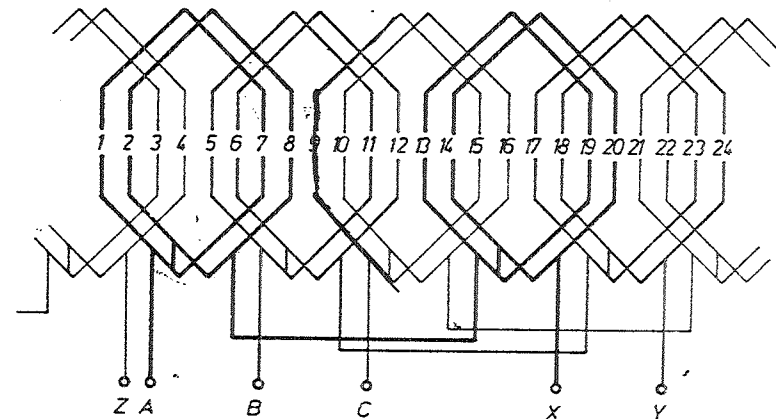
Sl. 2.3

Polazne strane svitaka faze a neka leže u utorima 1 i 2. Tada će povratne strane svitaka ležati u utorima 7 i 8. Zato sastavljamo svitke 1-7, 2-8. Budući da faza b mora biti pomaknuta za  $120^\circ$  prema fazi a, to za polazne strane svitaka faze b biramo utore 5 i 6 a za povratne strane utore 11 i 12. Faza c mora biti pomaknuta za  $120^\circ$  prema fazi b odnosno za  $240^\circ$  prema fazi a, pa polazne strane ovih svitaka moraju ležati u utorima 9 i 10 a povratne u utorima 15 i 16. Budući da je faza c pomaknuta za  $240^\circ$  prema fazi a, a širina jednog pola iznosi  $180^\circ$ , to

početak faze c mora ležati pod suprotnim polom od početaka faza a i b. Pod slijedećim polovima namot spajamo analogno, kako je prikazano na slici 2.4.

Ako nacrtamo polove jedan ispod drugog, onim redom kako slijede na obodu stroja, dolazimo do slike 2.3. Ovu sliku nazivamo još i tablicom namota. U tablici namota lijepo se vidi elektromagnetski položaj pojedinih utora na obodu stroja. Vidimo da, npr., utori faze a dolaze u prvoj trećini tablice, a utori faze c odnosno faze b u drugoj odnosno trećoj trećini tablice. Ako polazne strane svitaka faza a i b leže pod sjevernim polom, onda polazne strane svitaka faze c moraju ležati pod južnim polom. Također vidimo da je broj utora po polu i fazi  $q = 2$ . Između tablice namota i vektorske zvijezde postoji međusobna veza. Npr., vektori 1 i 13 koji u tablici leže jedan ispod drugog pod istoimenim polovima, tj. utori koji u elektromagnetskom smislu imaju isti položaj u vektorskoj slici moraju ležati na istom mjestu, a vektori 7 i 19 koji leže pod suprotnim polovima moraju prema ovim vektorima biti pomaknuti za  $180^\circ$ . Upravo ovako, navedeni vektori i leže u vektorskoj slici. Dalje, za gradnju namota redovito ćemo se služiti vektorskom slikom i tablicom namota.

Petljasti namot je namot s jednakim svicima odnosno sa svicima jednakog oblika. Zbog jednakih dimenzija svitaka, njihovi su otpori jednaki, što omogućuje izvedbu namota s paralelnim granama. Ovakav namot prikazan je na sl. 2.4.



Sl. 2.4

b) Dvoetažni namot je namot sa svicima nejednakog oblika, a izvodi se kao jednoslojni s dijametralnim korakom. Čeoni dijelovi svitaka izvode se u dvije etaže, po čemu je ovaj namot i dobio ime.

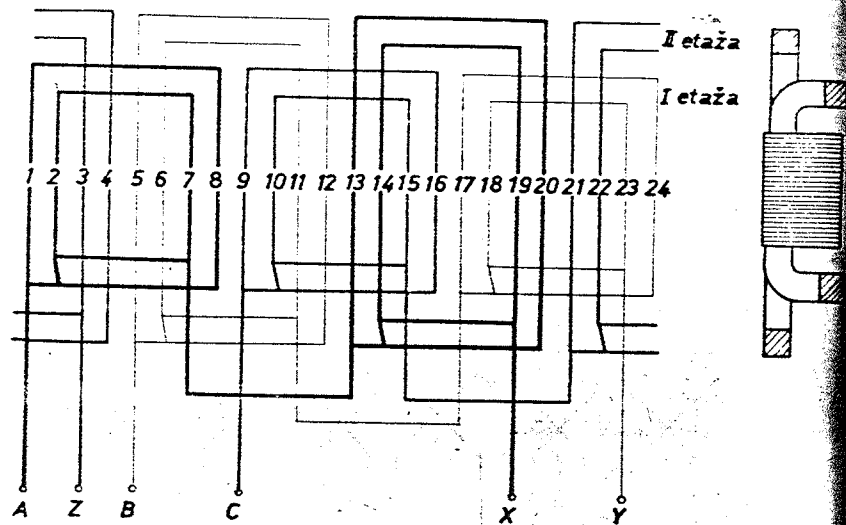
Proj svitaka u jednoj etaži  $\frac{N}{4} = \frac{24}{4} = 6$

Proj svitaka po fazi  $\frac{N}{2m} = \frac{24}{2 \cdot 3} = 4$

Kako je broj svitaka po fazi cijeli broj, ovaj namot može se i izvesti kao simetrični jednoslojni trofazni namot.

Proj grupa svitaka u jednoj etaži  $\frac{N}{4q} = \frac{24}{4 \cdot 2} = 3$

Shema namota prikazana je na slici 2.5.

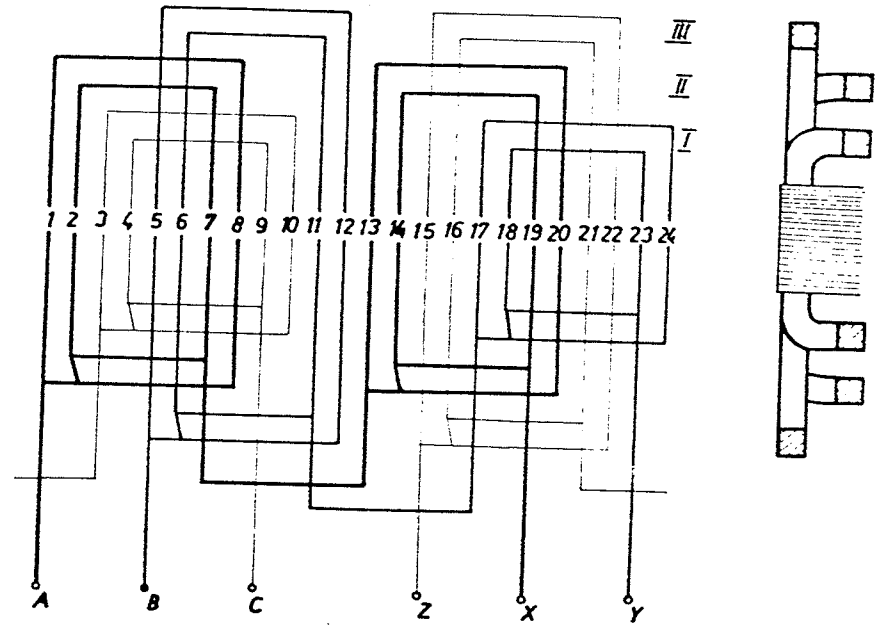


Sl. 2.5

Izvodjenje simetričnih grupa svitaka, prijeako potrebnih za paralelno spajanje grupa, otežano je zbog nejednakog otpora pojedinih svitaka.

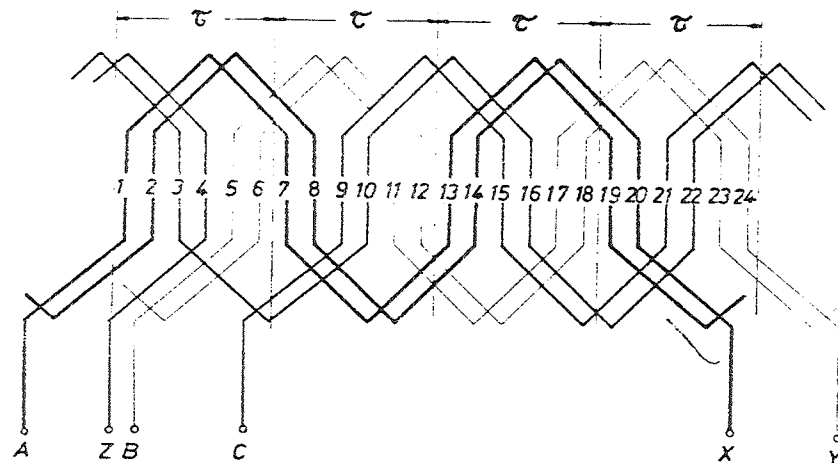
c) Troetažni namot ima čeone dijelove svitka izvedene u tri etaže. U pravilu u svakoj etaži dolazi po jedna faza. Ovaj namot lako

dozvoljava izgradnju paralelnih grana unutar jedne faze, a različiti otpor pojedinih faza predstavlja njegovu manu. Shema ovakvog namota prikazana je na sl. 2.6.



Sl. 2.6

d) Valoviti ili obilazni namot dobije se serijskim spajanjem vodiča koji leže ispod svih polova, uz neprekinuto obilaženje oboda stroja. Zato što se time dobije valoviti oblik prijelaza od jednog štapa do drugoga ovaj namot je dobio naziv valoviti. Takav namot prikazan je na sl. 2.7. Pri jednom obilasku oko oboda dobije se nanizani lanac vodiča koji imaju jednake korake. Prijelaz svakom idućem lancu izvodi se korakom koji je ili skraćen ili produžen, jer se samo na taj način sprečava da se namot zatvori sam u sebe. Shema valovitog namota s produženim korakom pri prijelazu na idući lanac vodiča prikazana je sl. 2.7.



Sl. 2.7

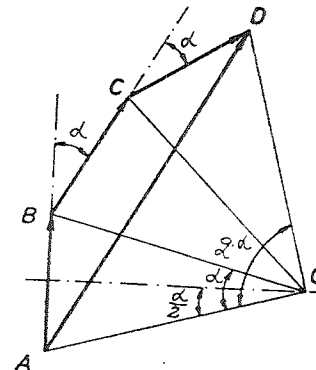
c) Fazni namot sinhronog stroja smješten je u utorima po obođu. Budući da su naponi koji se induciraju u pojedinim utorima međusobno fazno pomaknuti, fazni napon jednak je vektorskom zbroju napona induciranih u pojedinim utorima koji prema utorskoj zvijezdi pripadaju jednoj fazi stroja.

Omjer rezultirajućeg napona (faznog napona, odnosno vektorske sume napona vodiča spojenih serijski) i algebarske sume napona tih vodiča zovemo faktorom namota:

$$f_n = \frac{E}{\sum E_v} = \frac{E}{z E_v}$$

gdje je E fazni napon, z broj vodiča jedne faze spojenih serijski,  $E_v$  napon jednog vodiča. Namot u kojemu je zona polaznih strana svitaka pomaknuta za  $180^\circ$  prema zoni povratnih strana svitaka zovemo dijametralni namot. U dijametralnom namotu faktor namota jednak je tzv. zonskom faktoru namota. Pojedini svitci dijametralnog namota mogu imati korak različit od dijametralnog (produžen ili skraćen kao u etažnom namotu), što ne utječe na faktor namota. Za faktor namota bitan je položaj zone polaznih i zone povratnih strana svitaka.

Formulu za zonski faktor namota izvedimo pomoću slike 2.8.



Sl. 2.8

Ova slika nacrtana je za tri vektora, ali možemo pretpostaviti da općenito imamo q vektora. Očigledno je q broj vektora jedne faze pod jednim polom.

Prema definiciji je

$$f_z = \frac{\overline{AD}}{\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD}}$$

Prema sl. 2.8 je

$$\overline{AD} = 2 \overline{OA} \sin\left(q \frac{\alpha}{2}\right)$$

$$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} = q 2 \overline{OA} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

Konačno je zonski faktor namota

$$f_z = \frac{2 \overline{OA} \sin\left(q \frac{\alpha}{2}\right)}{q 2 \overline{OA} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} = \frac{\sin\left(q \frac{\alpha}{2}\right)}{q \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \quad (2.1)$$

Zonski faktor namota viših harmonika inducirano napona izračunavamo analogno. Dovoljno je zamisliti da v-ti harmonik indukcije ima v puta više polova od prvog harmonika. Time fazni pomak među naponima koji se induciraju u susjednim utorima postaje v puta veći, pa je zonski faktor namota v-tog harmonika

$$f_{zv} = \frac{\sin\left(q \frac{v\alpha}{2}\right)}{q \sin\left(\frac{v\alpha}{2}\right)} \quad (2.2)$$

U ovom primjeru je

$$f_{n1} = f_{z1} = \frac{\sin\left(2 \frac{30^\circ}{2}\right)}{2 \sin\left(\frac{30^\circ}{2}\right)} = 0,966$$

$$f_{n3} = f_{z3} = \frac{\sin(2 \cdot \frac{3 \cdot 30^\circ}{2})}{2 \sin \frac{3 \cdot 30^\circ}{2}} = 0,707$$

$$f_{n5} = f_{z5} = \frac{\sin(5 \cdot 30^\circ)}{2 \sin(5 \cdot 15^\circ)} = 0,259$$

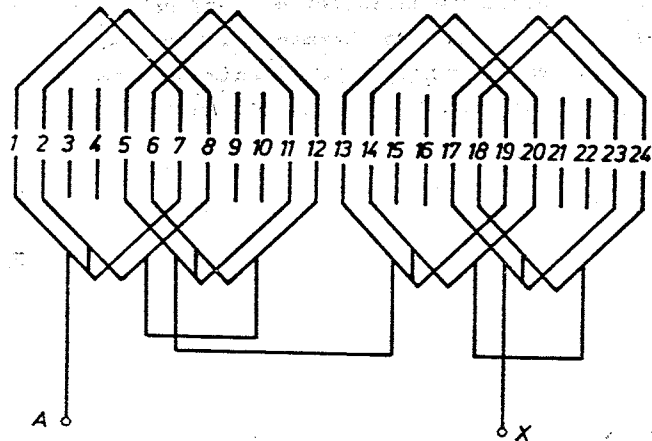
$$f_{n7} = f_{z7} = \frac{\sin(7 \cdot 30^\circ)}{2 \sin(7 \cdot 15^\circ)} = 0,259$$

Faktor namota trećeg harmonika javlja se samo u faznom naponu, a za linijski napon možemo postaviti  $f_{n3} = 0$ .

2.2. Za sinhroni stroj iz prethodnog zadatka potrebno je nacrtati shemu jednofaznog jednoslojnog petljastog namota i izračunati faktore namota za 1, 3, 5. i 7. harmonik.

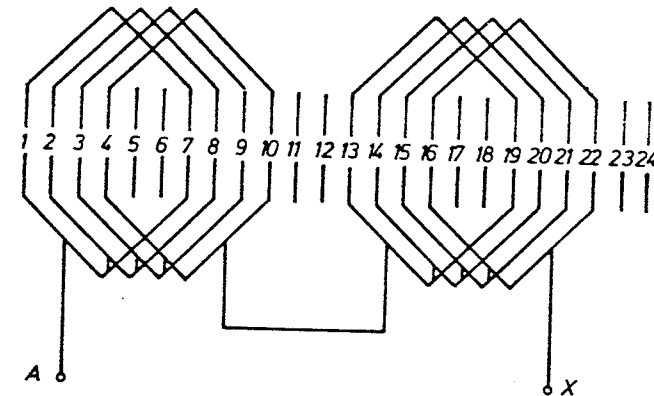
R:

U jednofaznom stroju namotaj je smješten na 2/3 oboda. Prema tome, dovoljno je polazeći od trofaznog namota izostaviti vodiče jedne faze. Izostavljanjem vodiča faze c dolazimo do sheme jednofaznog namota prikazane na slici 2.9.



Sl. 2.9

Shemu jednofaznog namota mogli smo nacrtati polazeći i od utorske zvijezde. Kako je jednofazni namot smješten na 2/3 polnog koraka, širina zone polaznih strana svitaka iznosi  $120^\circ$ , pa je broj utora po polu i fazi  $q = 120/30 = 4$ . Polazeći od ovog broja utora po polu i fazi nacrtana je na sl. 2.10 shema jednofaznog namota koja se u električkom smislu ne razlikuju od sheme prema sl. 2.9.



Sl. 2.10

Napon jednofaznog namota je linijski napon trofaznog sistema napona, pa je faktor namota:

$$f_{1n1} = \frac{\sqrt{3}}{2} f_{3n1} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 0,966 = 0,834$$

$$f_{1n3} = 0 \text{ (razlika istofaznih napona jednaka je nuli)}$$

$$f_{1n5} = \frac{\sqrt{3}}{2} f_{3n5} = 0,223$$

$$f_{1n7} = \frac{\sqrt{3}}{2} f_{3n7} = 0,223$$

Isto bismo dobili i prema vektorskoj slici. Broj vektora jedne zone dva puta je veći, pa je:

$$f_{1n1} = \frac{\sin(2 \cdot 2 \cdot \frac{30^\circ}{2})}{2 \cdot 2 \sin(\frac{30^\circ}{2})} = 0,834$$

$$f_{1n3} = \frac{\sin(3 \cdot 60^\circ)}{4 \sin(3 \cdot 15^\circ)} = 0$$

$$f_{1n5} = \frac{\sin(5 \cdot 60^\circ)}{4 \sin(5 \cdot 15^\circ)} = 0,223$$

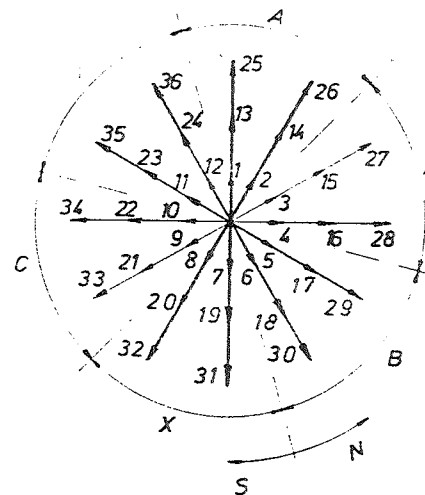
$$f_{1n7} = \frac{\sin(7 \cdot 60^\circ)}{4 \sin(7 \cdot 15^\circ)} = 0,223$$

2.3. Za trofazni sinhroni stroj s 36 utora i 6 polova potrebno je nacrtati shemu dvoetažnog namota i odrediti faktore namota za 1, 5. i 7. harmonik.

R:

- Geometrijski kut medju susjednim utorima  $\alpha_g = 10^\circ$
- Električni kut medju susjednim utorima  $\alpha = 30^\circ$
- Broj ponavljanja utorske zvijezde  $t = 3$
- Broj krakova utorske zvijezde  $N_t = 12$
- Kut medju krakovima utorske zvijezde  $\alpha_t = 30^\circ$
- Broj utora po polu i fazi  $q = 2$
- Ukupni broj svitaka  $\frac{N}{2} = 18$
- Broj svitaka u jednoj etaži  $\frac{N}{4} = 9$
- Broj grupa svitaka u jednoj etaži  $\frac{N}{4q} = \frac{9}{2}$

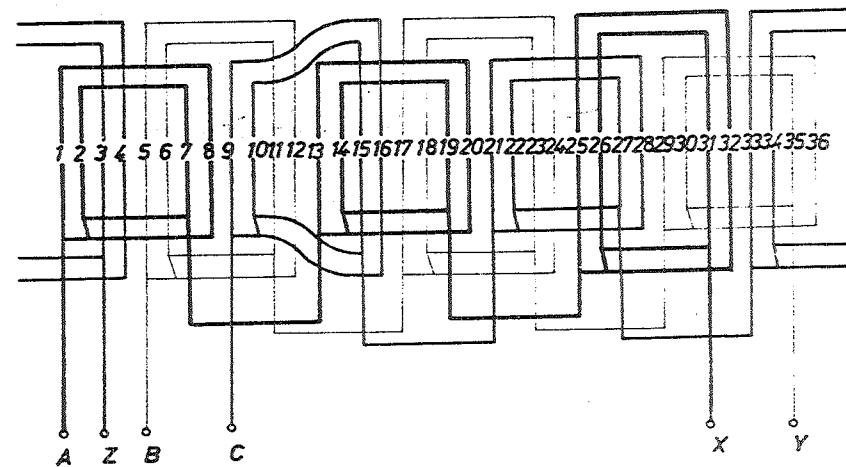
Jedna grupa svitaka mora imati glavu namota smještenu u dvije etaže. Ovu grupu nazivamo "prijelazna grupa". Utorska zvijezda, tablica i shema namota prikazani su na slikama 2.11, 2.12 i 2.13.



Sl. 2.11

	a	c	b
N	1	2	3 4 5 6
S	7	8	9 10 11 12
N	13	14	15 16 17 18
S	19	20	21 22 23 24
N	25	26	27 28 29 30
S	31	32	33 34 35 36

Sl. 2.12



Sl. 2.13

Budući da je broj utora po polu i fazi jednak kao u zadatku 2.1, to su jednaki i zonski faktori namota pojedinih harmonika. Jednoslojni namot sa cijelim brojem utora po polu i fazi redovito je dijametralni namot.

2.2. DVOSLOJNI NAMOT SA CIJELIM BROJEM UTORA PO POLU I FAZI

**2.4)** Za trofazni sinhroni stroj sa 24 utora i 4 pola potrebno je nacrtati shemu dvoslojnog petljastog namota u dvije varijante: neskraćeni (dijametralni namot) i skraćeni namot i izračunati faktore namota za 1, 5. i 7. harmonik.

R:

U dvoslojnom namotu polazna strana svitka nalazi se u jednom sloju, npr. gornjem, a povratna strana svitka u drugom sloju, odnosno donjem. Prema tome, u svakom utoru leže dvije strane različitih svitaka pa dvoslojni namot ima onoliko svitaka koliko ima utora. U dvoslojnom petljastom namotu svi su svici međusobno jednaki, zbog čega je povratna strana svakog svitka jednako fazno pomaknuta prema polaznoj strani. Zato je dovoljno promatrati utorsku zvijezdu za, npr., polazne strane svitaka. Ako one čine simetrični m-fazni sistem, onda će i povratne strane svitaka činiti također simetričnim m-fazni sistem.

Broj ponavljanja utorske zvijezde

$$t = M(24, 2) = 2$$

Broj krakova utorske zvijezde

$$N_t = \frac{N}{t} = \frac{24}{2} = 12$$

Kut medju krakovima utorske zvijezde

$$\alpha_t = \frac{360^\circ}{N_t} = \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$$

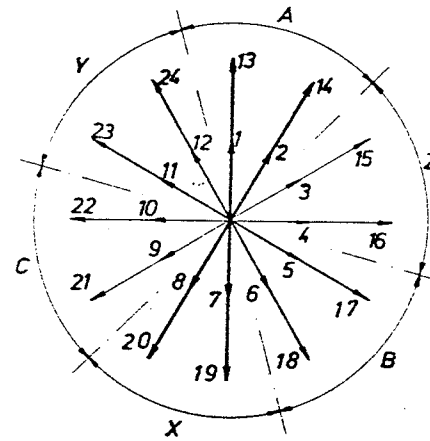
Broj utora po polu i fazi

$$q = \frac{N}{2pm} = \frac{24}{4 \cdot 3} = 2$$

polni korak

$$\tau = \frac{N}{2p} = \frac{24}{4} = 6$$

Utorska zvijezda, tablica i shema namota prikazani su na slikama 2.14, 2.15 i 2.16.

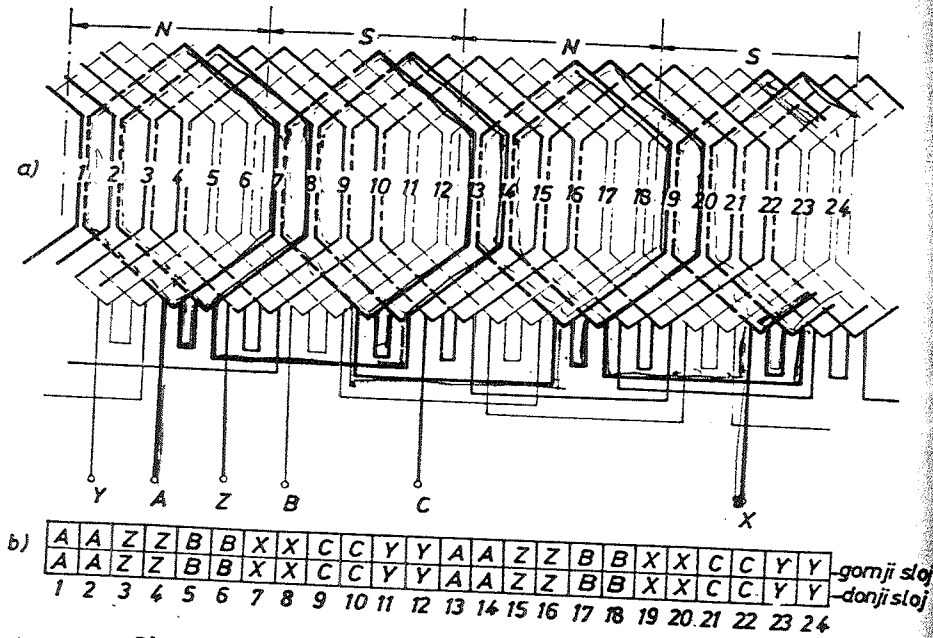


Sl. 2.14

	a	c	b
N	1	2	3
S	7	8	9
N	13	14	15
S	19	20	21

Sl. 2.15

U dijametralnom namotu korak svitka jednak je polnom koraku, tj.  $y = 6$ . To znači da se jedna strana svitka nalazi, npr., u utoru 1 a druga strana svitka u utoru 7.



Sl. 2.16 Shema neskraćenog (dijametralnog) petljastog namota

Prema sl. 2.16b vidimo da su na veličini jednog polnog koraka smještene sve 3 faze. Kako jednom polnom koraku pripada  $180^\circ$ , to jednoj zoni svake faze pripada  $60^\circ$ . Također vidimo da faza b počinje za  $120^\circ$  dalje od faze a, tj. pod istim polom, a da faza c počinje za  $240^\circ$  dalje od faze a, tj. pod suprotnim polom. Što se tiče izvoda, električki je svejedno da li ćemo izvode uzimati iz gornjeg ili donjeg sloja. To prvenstveno ovisi o konstruktivnim razlozima. Vidimo također da se u dijametralnom namotu donji sloj nalazi u elektromagnetskom smislu na istom mjestu na kojem se nalazi i gornji sloj.

Dvoslojni namot redovito se izvodi kao skraćeni. Korak svitka bira se tako da se u prvom redu eliminiraju peti i sedmi harmonik, tj. uzima se:

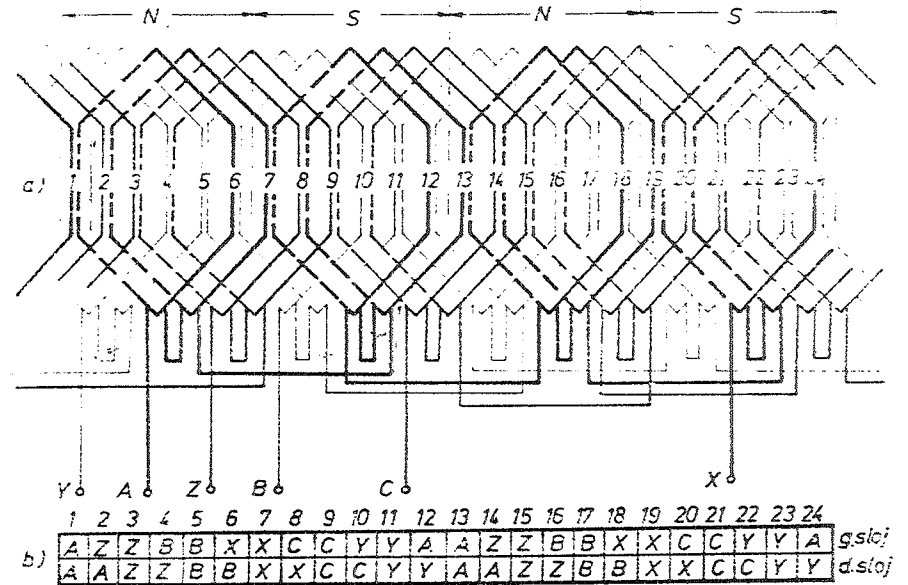
$$y = \frac{4}{5} \tau = 0,8 \tau, \text{ cijeli broj.}$$

$$y = \frac{v-1}{v} \cdot \tau \quad v - \text{red harmonika}$$

u ovom primjeru je

$$y = 0,8 \cdot 6 = 4,8$$

pa usvajamo  $y = 5$ .



Sl. 2.17 Shema skraćenog petljastog namota

Prema sl. 2.16b dvoslojni dijametralni namot možemo gledati kao dva jednoslojna namota koji se međusobno poklapaju. S obzirom na to, faktor namota dvoslojnog dijametralnog namota možemo izračunati na isti način kao i faktor namota jednoslojnog namota. To je, dakle, zonski faktor namota jednog sloja.

Prema (2.2) je

$$f_{n1} = f_{z1} = \frac{\sin(2 \cdot \frac{30^\circ}{2})}{2 \sin \frac{30^\circ}{2}} = 0,966$$

$$f_{n5} = f_{z5} = \frac{\sin(5 \cdot 2 \cdot \frac{30^\circ}{2})}{2 \sin(5 \cdot \frac{30^\circ}{2})} = 0,259$$

$$f_{n7} = f_{z7} = \frac{\sin(7 \cdot 2 \cdot \frac{30^\circ}{2})}{2 \sin(7 \cdot \frac{30^\circ}{2})} = 0,259$$

Ove rezultate usporedite s rezultatima u zadatku 2.1. Prema sl. 2.17b dvoslojni skraćeni namot možemo gledati kao dva međusobno pomaknuta jednoslojna namota. Utjecaj prostornog rasporeda vodiča jednog sloja obuhvaćamo zonskim faktorom namota, a utjecaj skraćena namota, tj. pomak medju slojevima obuhvaćamo tetivnim faktorom namota. Budući da su u petljastom namotu svi svici međusobno jednaki, to pomak medju slojevima odnosno skraćenje namota ovisi o skraćenju svitka. Tetivni faktor namota jednak je tetivnom faktoru jednog svitka. Prema (1.18b)

$$f_{tv} = \cos(v \frac{\beta}{2}) \quad v = 1, 3, 5, 7, \dots \quad (2.3)$$

gdje je  $\beta$  kut pomaka medju slojevima, odnosno kut za koji je svitak odnosno namot skraćen.

U dijametralnom namotu  $\beta = 0$ , pa je tetivni faktor namota za sve harmonike jednak jedinici.

U ovom primjeru skraćenog namota kut skraćenja svitka, odnosno kut skraćenja namota je

$$\beta = 180^\circ \frac{6 - 5}{6} = 30^\circ$$

pa je tetivni faktor namota

$$f_{t1} = \cos \frac{30^\circ}{2} = 0,966$$

$$f_{t5} = \cos(5 \cdot \frac{30^\circ}{2}) = 0,259$$

$$f_{t7} = \cos(7 \cdot \frac{30^\circ}{2}) = 0,259$$

Isti rezultat dobili bi smo i prema (1.19).

Ukupni faktor namota jednak je produktu zonskog i tetivnog faktora namota.

$$f_{n1} = f_{z1} \cdot f_{t1} = 0,966 \cdot 0,966 = 0,934$$

$$f_{n5} = f_{z5} \cdot f_{t5} = 0,259 \cdot 0,259 = 0,0671$$

$$f_{n7} = f_{z7} \cdot f_{t7} = 0,259 \cdot 0,259 = 0,0671$$

2.5. Za trofazni sinhroni stroj sa 24 utora i 4 pola potrebno je nacrtati shemu dvoslojnog valovitog dijametralnog i dvoslojnog valovitog skraćenog namota te odrediti faktore namota za 1, 5. i 7. harmonik.

R:

Broj utora po polu i fazi

$$q = 2, \text{ cijeli broj}$$

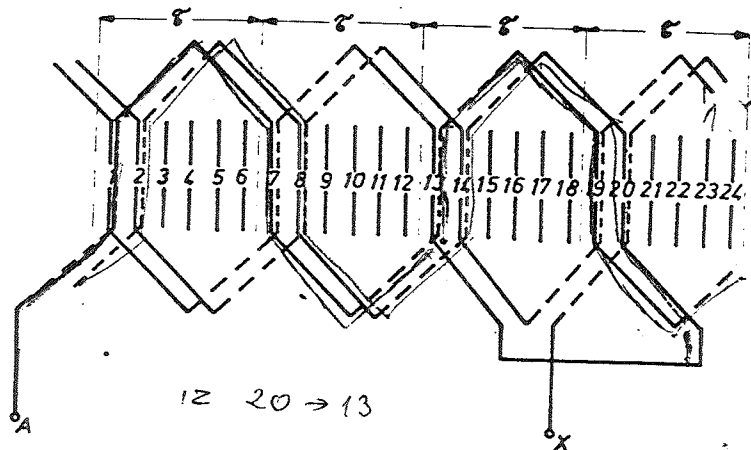
Utorska zvijezda i tablica namota isti su kao u zadatku 2.4.

U dvoslojno izvedenom valovitom namotu imamo dva puta veći broj ophoda nego u jednoslojnoj izvedbi. Prva polovina ophoda namota ide u desno, isto kao i u jednoslojnom namotu, a druga se polovina ophoda izvodi u suprotnom smjeru (na lijevo).

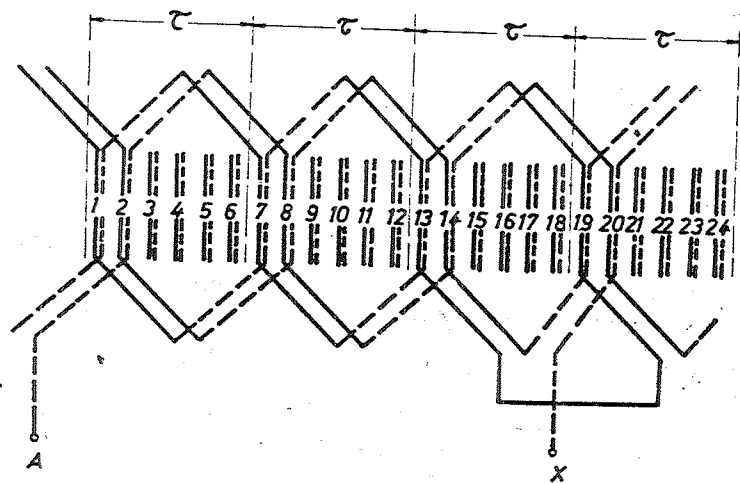
Polni korak

$$\tau = \frac{24}{4} = 6$$

S ovim korakom prikazana je na sl. 2.18a shema dijametralnog valovitog namota faze a. Ista shema, ali s nešto manjim utroškom bakra, prikazana je na sl. 2.18b.



Sl. 2.18a



Sl. 2.18b

Budući da je valoviti namot smješten u istim utorima kao i petljasti, to su isti i faktori namota. Analogno dvoslojnom petljastom namotu može se i u dvoslojnom valovitom namotu skratiti korak, tako da se donji sloj namota pomakne relativno prema gornjemu sloju. Korak svitka  $y_1$  bira se kao i u petljastom namotu, prema tome koji viši harmonik želimo najviše

prigušiti. U našem primjeru je korak svitka

$$y_1 = \frac{4}{5} \tau = \frac{4}{5} \cdot 6 = 4,8$$

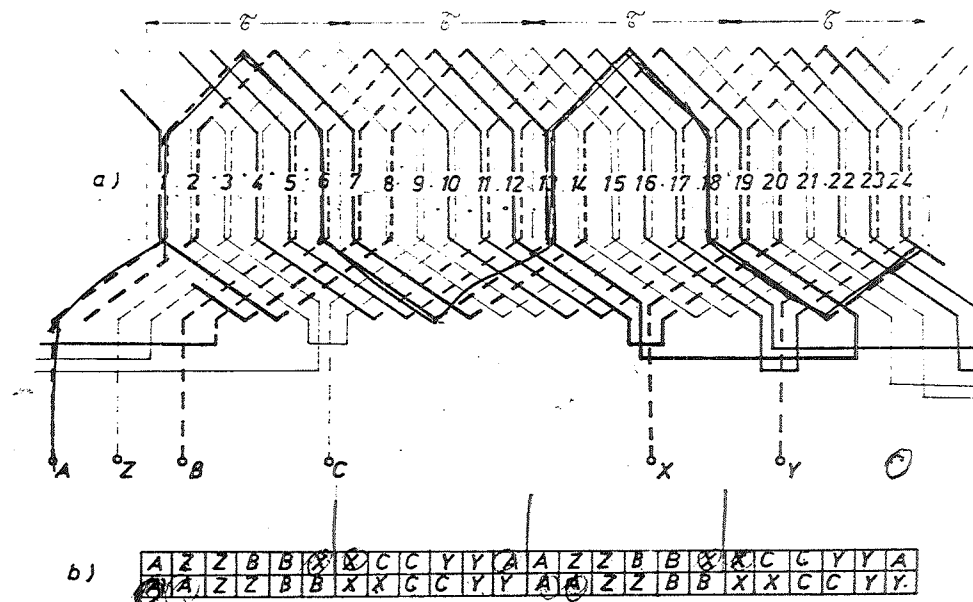
Usvajamo  $y_1 = 5$

Kako se u namotu sa cijelim brojem utora po polu i fazi prilike ponavljaju na svakom idućem paru polova, to spojni korak  $y_2$  treba biti

$$y_2 = 2\tau - y_1 \quad (2.19)$$

$$= 2 \cdot 6 - 5 = 7$$

S ovim korakom svitka i spojnim korakom prikazana je na sl. 2.19 shema skraćenog valovitog namota.



Sl. 2.19

Prema sl. 2.17b i 2.19b vidimo da se u elektromagnetskom smislu valoviti namot ne razlikuje od petljastog namota, što znači da se faktori namota mogu izračunati na isti način kao za petljasti namot. Takodjer vidimo da se u jednom sloju, npr., faze a nalaze vektori iz prve trećine tablice namota, što je isto kao i u petljastom

namotu, a da se u drugom sloju nalaze vektori koji su za korak svaka  $Y_1$  pomaknuti prema vektorima prvog sloja. Prema tome slijedi tetivni faktor namota:

$$f_{tv} = \sin\left(v \frac{Y_1}{\tau} \frac{\pi}{2}\right) \quad (2.5)$$

Kako je širina zone jedne faze pod jednim polom  $60^\circ$ , a broj utora jedne faze sveden na jedan pol  $q$ , to je kut medju krakovima utorske zvijezde  $\alpha_t = 60^\circ/q$ , pa je zonski faktor namota

$$f_z = \frac{\sin(v \cdot 30^\circ)}{q \sin\left(v \frac{30^\circ}{q}\right)}, \quad q - \text{cijeli broj} \quad (2.6)$$

U ovom primjeru je

$$f_{z1} = \frac{0,5}{2 \sin \frac{30^\circ}{2}} = 0,966$$

$$f_{z5} = \frac{0,5}{2 \sin \frac{5 \cdot 30^\circ}{2}} = 0,259$$

$$f_{z7} = \frac{0,5}{2 \sin \frac{7 \cdot 30^\circ}{2}} = 0,259$$

$$f_{t1} = \sin\left(\frac{5}{6} \cdot \frac{\pi}{2}\right) = 0,966$$

$$f_{z5} = \sin\left(5 \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{\pi}{2}\right) = 0,259$$

$$f_{t7} = \sin\left(7 \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{\pi}{2}\right) = 0,259$$

Ukupni faktor namota jednak je produktu zonskog i tetivnog faktora namota

$$f_{n1} = 0,934, \quad f_{n5} = 0,0671, \quad f_{n7} = 0,0671.$$

2.3. JEDNOSLOJNI NAMOT S RAZLOMLJENIM BROJEM UTORA PO POLU I FAZI

2.6. Za trofazni sinhroni stroj sa 30 utora i 8 polova potrebno je nacrtati shemu dvoetažnog namota i izračunati faktore namota za 1, 5. i 7. harmonik.

R:

Geometrijski kut medju susjednim utorima	$\alpha_g = 12^\circ$
Električki kut medju susjednim utorima	$\alpha = 48^\circ$
Broj ponavljanja utorske zvijezde	$t = 2$
Broj krakova utorske zvijezde	$N_t = 15$
Broj krakova po fazi	$\frac{N_t}{m} = 5$
Broj vektora (utora) po fazi	$\frac{N}{m} = 10$
Kut medju krakovima utorske zvijezde	$\alpha_t = 24^\circ$

Utorska zvijezda prikazana je na slici 2.20.

Broj utora po polu i fazi

$$q = \frac{30}{24}$$

$$q = \frac{N}{2p m}$$

Ovaj razlomak treba svesti na oblik koji se dalje ne da kratiti. To je

$$q = \frac{5}{4}$$

Tablicu namota crtamo prema broju utora po polu i fazi. Budući da je

$$\text{broj utora po polu i fazi} = \frac{\text{širina zone jedne faze u jednom polnom koraku}}{\text{širina jednog utorskog koraka}}$$

to je

Širina zone jedne faze u jednom polnom koraku na obodu stroja jednaka brojniku ( $q'$ ) broja utora po polu i fazi, a širina jednog utora na obodu stroja jednaka nazivniku ( $n$ ) broja utora po polu i fazi. Tako je

$$q' = \frac{q}{n} = \frac{5}{4}$$

*5 pripada po polu i fazi ali se uzima svaki četvrti*

Uvijek je

$$M(q', n) = 1$$

U ovom primjeru je:

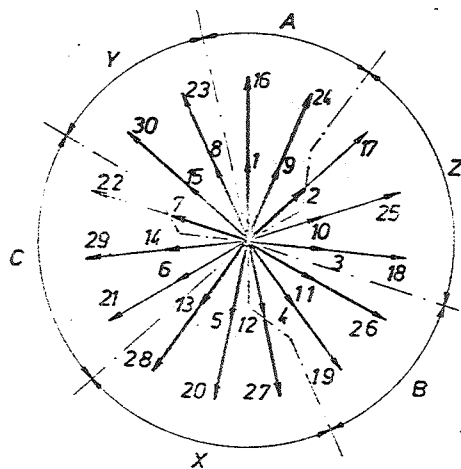
Širina zone jedne faze u jednom polnom koraku

$$q' = 5 \text{ jedinica.}$$

Širina jednog utora

$$n = 4 \text{ jedinice}$$

Prema  $q' = 5$  i  $n = 4$  na slici 2.21 nacrtana je tablica namota.

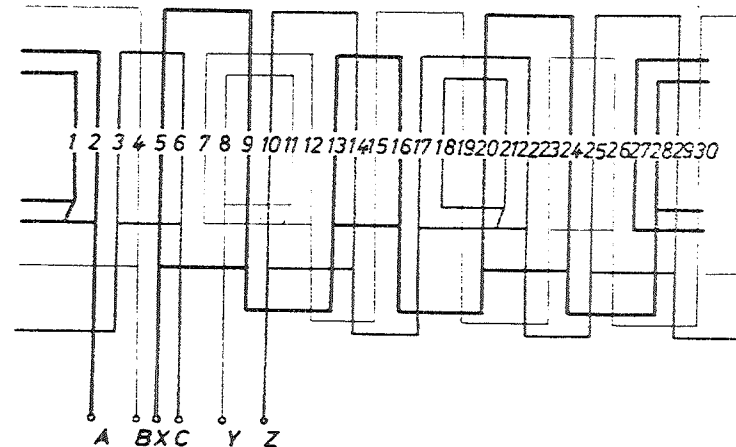


Sl. 2.20

	a	c	b
N 1	2	3	4
S 5	6	7	8
N 9	10	11	12
S 13	14	15	16
N 17	18	19	20
S 21	22	23	24
N 25	26	27	28
S 29	30		

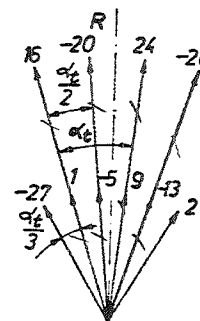
Sl. 2.21

Šeru namota crtano prema smjeru inducirano napona u utorskoj zvijezdi, odnosno tablici namota.

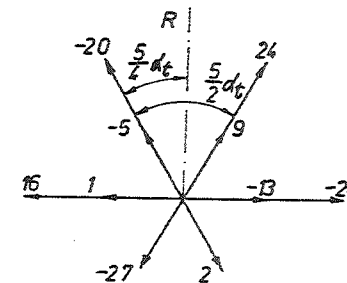


Sl. 2.22

Fazu a čine vektori polazne zone A i vektori povratne zone X. Budući da vektori povratne zone djeluju u suprotnim stranama svitka, moramo ih okrenuti za  $180^\circ$  i vektorski zbrojiti s vektorima polazne zone. Zato fazu a čine vektori prikazani slikom 2.23.



Sl. 2.23



Sl. 2.24

Kut medju pojedinim zrakama je jednak i iznosi  $\alpha_t/2 = 12^\circ$ .  
Faktor namota osnovnog harmonika

$$f_{n1} = \frac{4 \cos\left(\frac{\alpha_t}{4}\right) + 4 \cos\left(\frac{3}{4} \alpha_t\right) + 2 \cos\left(\frac{5}{4} \alpha_t\right)}{10} = 0,952$$

Na sl. 2.24 prikazana je grupa vektora koji čine peti harmonik faze  $a$ . Prema toj slici možemo izračunati faktor namota petog harmonika.

$$f_{n5} = \frac{4 \cos\left(\frac{5\alpha_t}{4}\right) + 4 \cos\left(\frac{3 \cdot 5}{4} \alpha_t\right) + 2 \cos\left(\frac{5 \cdot 5}{4} \alpha_t\right)}{10} = 0,173$$

Analogno je za sedmi harmonik

$$f_{n7} = \frac{4 \cos\left(\frac{7\alpha_t}{4}\right) + 4 \cos\left(\frac{3 \cdot 7}{4} \alpha_t\right) + 2 \cos\left(\frac{5 \cdot 7}{4} \alpha_t\right)}{10} = 0,111$$

Faktore namota mogli smo proračunati i ovako: 10 vektora koji čine fazu  $a$  možemo podijeliti u dvije grupe od po pet vektora, tako da pet vektora djeluje u polaznim stranama svitaka, a pet u povratnim. Imamo, dakle, dvije zone vektora međusobno pomaknutih za kut  $\beta = \alpha_t/2$ . Zbog toga pored zonskog faktora namota imamo i tetivni faktor namota.

Zonski faktor namota osnovnog harmonika možemo računati po formuli

$$f_{z1} = \frac{\sin q' \frac{\alpha}{2}}{q' \sin \frac{\alpha}{2}} \quad (2.7)$$

Budući da je kut medju vektorima jedne faze

$$\alpha' = \frac{60^\circ}{q} \quad (2.8)$$

to je

$$f_{z1} = \frac{\sin 30^\circ}{q' \sin \frac{30^\circ}{q}} = \frac{0,5}{5 \sin \frac{30^\circ}{5}} = 0,957$$

Tetivni faktor namota osnovnog harmonika prema (1.18a) je

$$f_{t1} = \cos \frac{\alpha_t}{4} = 0,995$$

Ukupni faktor namota osnovnog harmonika

$$f_{n1} = f_{z1} \cdot f_{t1} = 0,952$$

Za peti harmonik zona A i zona X prošire se 5 puta, a isto tako i pomak medju zonama povećava se 5 puta, te je faktor namota

$$f_{z5} = \frac{0,5}{5 \sin \frac{5 \cdot 30^\circ}{5}} = 0,20$$

$$f_{t5} = \cos\left(5 \frac{\alpha_t}{4}\right) = 0,866$$

$$f_{n5} = f_{z5} \cdot f_{t5} = 0,173$$

Analogno je za sedmi harmonik

$$f_{z7} = \frac{0,5}{5 \sin \frac{7 \cdot 30^\circ}{5}} = 0,149$$

$$f_{t7} = \cos 7 \frac{\alpha_t}{4} = 0,743$$

$$f_{n7} = f_{z7} \cdot f_{t7} = 0,111$$

Za jednoslojni namot s razlomljenim brojem utora po polu i fazi faktor namota trebamo proračunati za svaki slučaj posebno prema vektorskoj slici.

Budući da zonski faktor namota ovisi samo o broju utora po polu i fazi ( $q$ ) u cjelobrojnom namotu, odnosno o broju utora po fazi svedenih na jedan pol ( $q'$ ) u razlomljenom namotu, možemo jednom za uvijek izračunati zonske faktore namota pojedinih harmonika trofaznog namota i prikazati ih tabelarno u ovisnosti o broju utora (vektora)  $a$  zone jedne faze svedenih na jedan pol.

q ili q'	f <sub>z1</sub>	f <sub>z3</sub>	f <sub>z5</sub>	f <sub>z7</sub>	f <sub>z9</sub>	f <sub>z11</sub>	f <sub>z13</sub>
2	0,966	0,707	0,259	0,259	0,707	0,966	0,966
3	0,960	0,667	0,217	0,177	0,333	0,177	0,217
4	0,958	0,654	0,205	0,158	0,270	0,126	0,126
5	0,957	0,646	0,200	0,149	0,247	0,110	0,102
6	0,957	0,644	0,197	0,145	0,236	0,102	0,092
7	0,957	0,642	0,195	0,143	0,229	0,097	0,086
8	0,956	0,641	0,194	0,141	0,225	0,095	0,083
9	0,955	0,640	0,194	0,140	0,222	0,093	0,081
10	0,955	0,639	0,193	0,140	0,220	0,092	0,079
∞	0,955	0,637	0,191	0,136	0,212	0,087	0,073

- 2.7) Za trofazni sinhroni stroj s 18 utora i 4 pola potrebno je:
- nacrtati shemu jednoslojnog lučnog dvoetažnog namota
  - izračunati faktore namota za 1, 5. i 7. harmonik
  - izračunati faktore namota za 1, 5. i 7. harmonik ako uz nepromijenjeni armaturni namot četveropolni rotor zamijenimo novim osampolnim rotorom.

R:

- a) Geometrijski kut medju susjednim utorima  $\alpha_g = 20^\circ$
- Električki kut medju susjednim utorima  $\alpha = 20^\circ$
- Broj ponavljanja utorske zvijezde  $t = 2$
- Broj krakova utorske zvijezde  $N_t = 9$
- Broj krakova po fazi  $\frac{N_t}{m} = 3$  krača

Broj vektora (utora) po fazi

$$\frac{N_t}{m} = 6$$

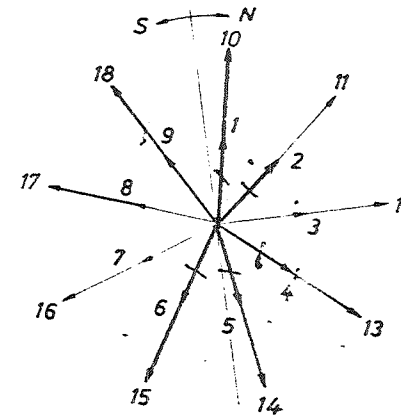
Kut medju krakovima utorske zvijezde

$$\alpha_t = 40^\circ$$

Broj utora po polu i fazi

$$q = \frac{3}{2}$$

Prema izračunatim vrijednostima na sl.2.25 nacrtana je utorska zvijezda, a na sl. 2.26 tablica namota.



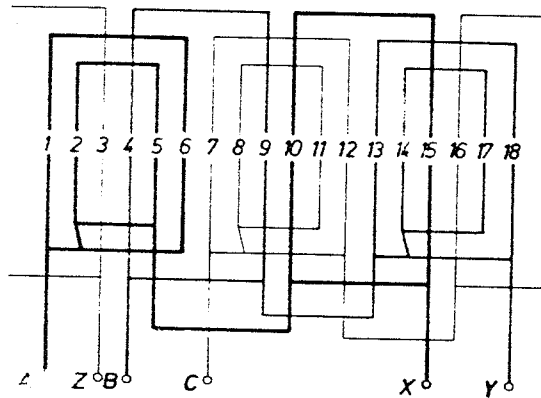
Sl. 2.25

	a	c	b
N	1 2	3 4	5 6
S	7 8	9 10	11 12
N	13 14	15 16	17 18
S	19 20	21 22	23 24

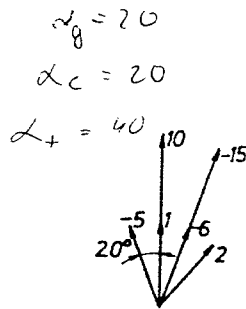
Sl. 2.26

Da bismo napravili trofazni simetrični namot, koristimo se za fazu a utorom 5 koji bi prema tablici namota pripadao fazi b, a ispuštamo utor 11 u koji stavljamo vodiče faze c. Do toga dolazi zbog malog broja utora korištenih za ovu zbirku zadataka ograničenog opsega. U stvarnim izvedbama koristi se daleko veći broj utora, pa se ne izvodi ovakva zamjena utora.

Na slici 2.27 prikazana je shema namota, a na slici 2.28 utori u kojima leže vodiči faze a.



S1. 2.27



S1. 2.28

b) Faktore namota računamo prema sl. 2.28

$$f_{n1} = \frac{4 \cos 10^\circ + 2 \cos 30^\circ}{6} = 0,946$$

$$f_{n5} = \frac{4 \cos(5 \cdot 10^\circ) + 2 \cos(5 \cdot 30^\circ)}{6} = 0,141$$

$$f_{n7} = \frac{4 \cos(7 \cdot 10^\circ) + 2 \cos(7 \cdot 30^\circ)}{6} = 0,0607$$

Faktore namota mogli bismo izračunati i ovako:

Vektore faze a podijelimo u dvije zone od po 3 vektora međusobno pomaknute za  $20^\circ$  odnosno  $160^\circ$ . Faktori namota su:

$$f_{n1} = f_{z1} f_{t1} = \frac{\sin(3 \cdot \frac{20^\circ}{2})}{3 \sin \frac{20^\circ}{2}} \cos \frac{20^\circ}{2} =$$

$$= 0,166 \operatorname{ctg} 10^\circ = 0,94$$

$$f_{n5} = 0,166 \operatorname{ctg}(5 \cdot 10^\circ) = 0,141$$

$$f_{n7} = 0,166 \operatorname{ctg}(7 \cdot 10^\circ) = 0,0607$$

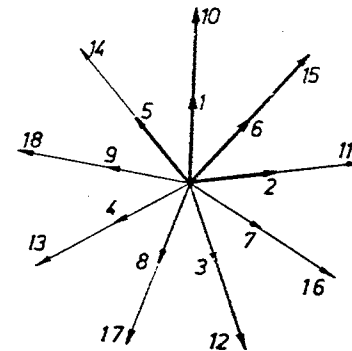
c) Broj ponavljanja utorske zvijezde  $t = 2$

Broj krakova utorske zvijezde  $N_t = 9$

Kut medju krakovima utorske zvijezde  $\alpha_t = 40^\circ$

Broj utora po polu i fazi  $q = \frac{3}{4}$

Utorska zvijezda i tablica namota prikazani su na slikama 2.29 i 2.30.

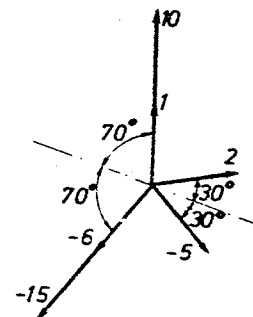


S1. 2.29

	a	c	b
N	1	2	3
S		4	5
N		6	7
S	8		9
N	10	11	12
S		13	14
N	15		16
S	17	18	

S1. 2.30

Faktore namota računamo prema sl. 2.31.



S1. 2.31

$$f_{n1} = \frac{4 \cos 70^\circ - 2 \cos 30^\circ}{6} = 0,0607$$

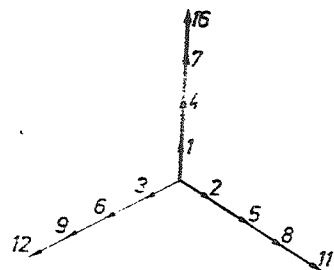
$$f_{n5} = \frac{4 \cos(5 \cdot 70^\circ) - 2 \cos(5 \cdot 30^\circ)}{6} = 0,946$$

$$f_{n7} = \frac{4 \cos(7 \cdot 70^\circ) - 2 \cos(7 \cdot 30^\circ)}{6} = 0,717$$

- 2.3 Za trofazni sinhroni stroj s 12 utora i 8 polova potrebno je:
- nacrtati shemu jednoslojnog lučnog namota s dvije paralelne grane
  - izračunati faktore namota za 1, 5. i 7. harmonik
  - ako rotor ovog generatora zamijenimo novim 10-polnim rotorom, a armaturni namot ostane nepromijenjen, kolika će biti efektivna vrijednost prvog harmonika inducirane e.m.s. u praznom hođu ako su amplitude prvog harmonika indukcije i broj okretaja ostali nepromijenjeni.

- a) Broj ponavljanja utorske zvijezde  $t = 4$
- Broj krakova utorske zvijezde  $N_t = 3$
- Kut među krakovima utorske zvijezde  $\alpha_t = 120^\circ$
- Broj utora po polu i fazi  $q = \frac{1}{2}$

Utorska zvijezda i tablica namota prikazani su na slikama 2.32 i 2.33.



Sl. 2.32

	a	c	b
N	1	3	2
S	4	6	5
N	7	9	8
S	10	12	11

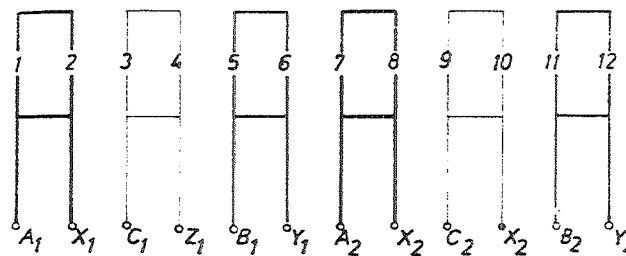
Sl. 2.33

Shemu namota crtamo prema vektorskoj slici, odnosno tablici namota. U namotu s paralelnim granama inducirani napon pojedinih paralelnih grana mora biti jednak po iznosu i po faznom kutu. Budući da pri vektorskom zbrajanju rezultanta ne ovisi o

redosljedu kojim smo vektore uzimali, već samo o tome koje smo vektore uzeli, moraju vektori jedne faze biti podijeljeni u onoliko jednakih grupa koliko paralelnih grana želimo izvesti.

Broj vektora jedne faze  $\frac{N}{m} = 4$ .

Za fazu a uzimamo vektore 1, 2, 7, 8. Te vektore možemo podijeliti u dvije grupe; 1 i 2 te 7 i 8. One imaju istu rezultantu (Sl. 2.35), pa namot možemo izvesti s dvije paralelne grane. Shema ovog namota prikazana je na sl. 2.34.



Sl. 2.34

Sl. 2.35

- b) Faktor namota možemo izračunati na više načina. Prema sl. 2.35 je

$$f_{n1} = \frac{2 \cos 30^\circ}{2} = 0,866$$

Također je po formuli za zonski faktor namota

$$f_{n1} = \frac{\sin(2 \cdot \frac{60^\circ}{2})}{2 \sin \frac{60^\circ}{2}} = 0,866$$

Na treći način, po formuli za tetivni faktor namota

$$f_{n1} = \cos(\frac{60^\circ}{2}) = 0,866$$

ili po formuli

$$f_{n1} = \sin\left(\frac{y}{t} 90^\circ\right) = \sin\left(\frac{1}{\frac{12}{8}} 90^\circ\right) = \sin 60^\circ = 0,866$$

Faktor namota petog harmonika

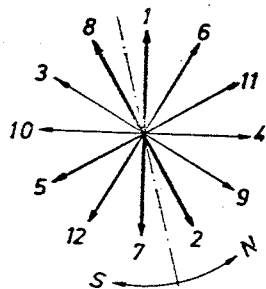
$$f_{n5} = \cos(5 \cdot 30^\circ) = 0,866$$

Faktor namota sedmog harmonika

$$f_{n7} = \cos(7 \cdot 30^\circ) = 0,866$$

- c) Broj utora po polu i fazi  $q = \frac{2}{5}$
- Broj ponavljanja utorske zvijezde  $t = 1$
- Broj krakova utorske zvijezde  $N_t = 12$
- Kut medju krakovima utorske zvijezde  $\alpha_t = 30^\circ$

Utorska zvijezda i tablica namota prikazani su na slikama 2.36 i 2.37.



Sl. 2.36

	a	c	b
N	1		2
S			3
N		4	
S		5	
N	6		
S	7		8
N			9
S			10
N		11	
S	12		

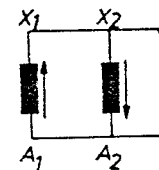
Sl. 2.37

Faktor namota (jedne paralelne grane) je

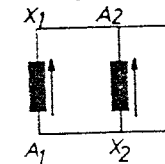
$$f_{n1} = \cos \frac{30}{2} = 0,966$$

Naponi paralelnih grana jedne faze jednaki su po iznosu. Po faznom kutu oni su protufazni (vidi slike 2.34 i 2.36), pa je napon na stezaljkama jednak nuli. To je pojednostavljeno prikazano na sl. 2.38.

Armaturni namot, unutar sebe, spojen je ukratko.



Sl. 2.38



Sl. 2.39

Da bismo na stezaljkama namota dobili napon jednak naponu jedne paralelne grane, potrebno bi bilo zamijeniti početak i kraj jedne od paralelnih grana. To je pojednostavljeno prikazano na sl. 2.39. Tada bi napon na stezaljkama bio

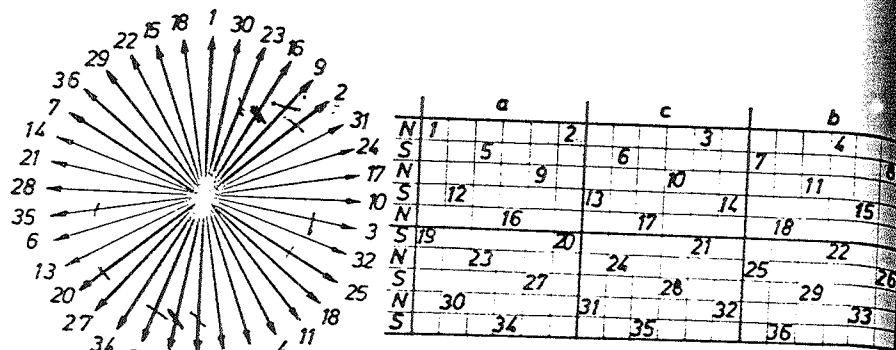
$$U_2' = \frac{f_{n1}}{f_{n1}} U_2 = \frac{0,966}{0,866} U_2 = 1,11 U_2$$

2.9. Za trofazni sinhroni stroj sa 36 utora i 10 polova potrebno je nacrtati shemu jednoslojnog petljastog namota s dvije paralelne grane i izračunati faktore namota za 1, 5. i 7. harmonik.

R:

- Broj ponavljanja utorske zvijezde  $t = 1$
- Kut medju krakovima utorske zvijezde  $\alpha_t = 10^\circ$
- Broj utora po polu i fazi  $q = \frac{6}{5}$

Utorska zvijezda i tablica namota prikazani su na slikama 2.40 i 2.41.



Sl. 2.40

Sl. 2.41

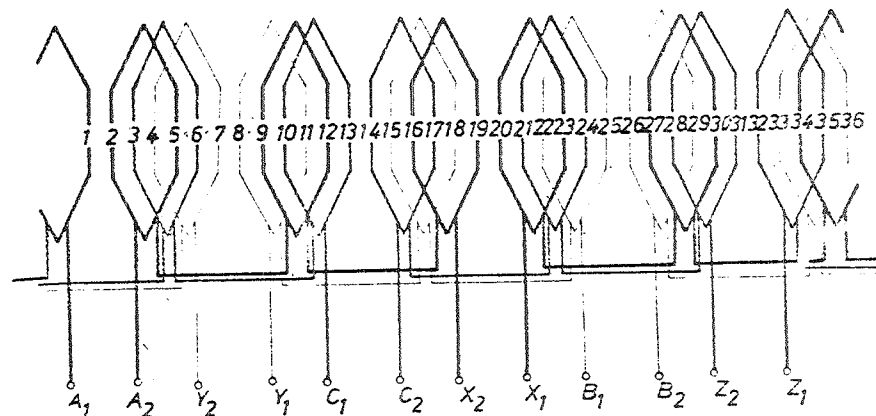
Prema vektorskoj slici, odnosno tablici namota crtamo shemu namota. Vidimo da se tablica namota ponavlja 2 puta. Ako je broj utora po polu i fazi  $q = \frac{q'}{n}$ , tablica se ponavlja nakon n polova, pa je broj ponavljanja tablice namota, odnosno maksimalni mogući broj paralelnih grana  $\frac{2p}{n} = \frac{10}{5} = 2$

Osim toga, broj svitaka po jednoj paralelnoj grani mora biti cijeli broj, tj.

$$\frac{N}{2m} \cdot \frac{n}{2p} = \frac{q'n}{2} = \frac{q'}{2} \text{ mora biti cijeli broj}$$

U ovom je slučaju broj svitka po jednoj paralelnoj grani  $q'/2 = 3$ . Prema vektorskoj slici, odnosno tablici namota biramo korak svitka  $y = 3$ . S ovim korakom nacrtana je na sl. 2.42 shema namota.

Vektori jedne paralelne grane faznog namota ne pripadaju jednoj polovini tablice namota kako je označeno na slici 2.41, već su pomaknuti u vertikalnom smjeru, što ne utječe na simetričnost. Prema sl. 2.40 vidimo da polazna i povratna zona vektora jedne faze leže dijametralno, pa je ovo dijametralni namot. Faktor namota jednak je zonskom faktoru.



Sl. 2.42

Broj vektora jedne zone

$$q' = 6$$

Kut među vektorima jedne zone

$$\alpha' = \alpha_t$$

Faktori namota

$$f_{n1} = \frac{\sin q' \frac{\alpha_t}{2}}{q' \sin \frac{\alpha_t}{2}} = \frac{\sin(6 \frac{10^\circ}{2})}{6 \sin \frac{10^\circ}{2}} = 0,957$$

$$f_{n5} = 0,197 \quad , \quad f_{n7} = 0,145$$

2.10. Za trofazni sinhroni stroj s 18 utora i 20 polova potrebno je nacrtati shemu jednoslojnog lučnog namota i izračunati faktore namota za 1, 5. i 7. harmonik. S kolikim se brojem paralelnih grana ovaj namot može izvesti ?

R:

Broj utora po polu i fazi

$$q = \frac{3}{10}$$

Broj ponavljanja utorske zvijezde

$$t = 2$$

Broj krakova utorske zvijezde

$$N_t = 9$$

Kut medju krakovima utorske zvijezde

$$\alpha_t = 40^\circ$$

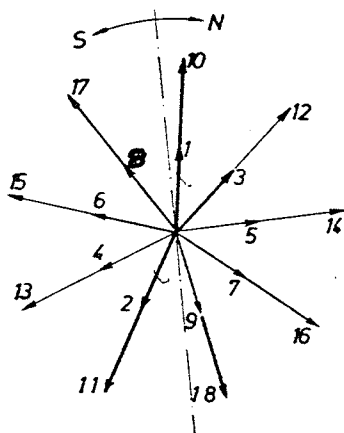
Polni korak

$$\tau = \frac{9}{10}$$

Korak svitka

$$y = 1$$

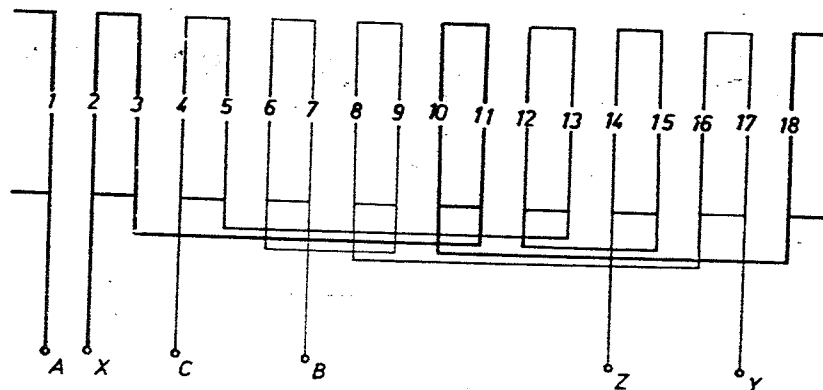
Utorska zvijezda, tablica i shema namota prikazani su na slikama 2.43, 2.44, i 2.45.



Sl. 2.43

	a	c	b		
N	1				
S	2				
N		3			
S		4			
N			5		
S			6		
N				7	
S				8	
N					9
S					
N	10				
S	11				
N		12			
S		13			
N			14		
S			15		
N				16	
S				17	
N					18
S					

Sl. 2.44



Sl. 2.45

Vektore faze a prikazane na slici 2.46 možemo podijeliti u dvije grupe po 3 vektora koje su medjusobno pomaknute za  $20^\circ$  i primijeniti formulu za zonski i tetivni faktor namota.

$$f_{n1} = \frac{0,5}{3 \sin \frac{30^\circ}{3}} \sin\left(\frac{10}{9} 90^\circ\right) = 0,166 \operatorname{ctg} 10^\circ = 0,94$$

Za peti harmonik zona se proširi pet puta, a pomak medju zonama takodjer se povećava pet puta, pa je

$$f_{n5} = 0,166 \operatorname{ctg}(5 \cdot 10^\circ) = 0,141$$

Analogno je za sedmi harmonik

$$f_{n7} = 0,166 \operatorname{ctg}(7 \cdot 10^\circ) = 0,0607$$

Faktor namota možemo proračunati i direktno iz vektorske slike.

Za prvi harmonik je:

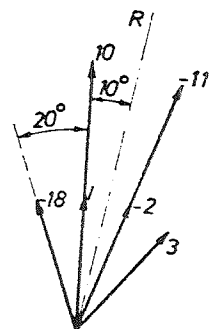
$$f_{n1} = \frac{4 \cos 10^\circ + 2 \cos 30^\circ}{6} = 0,946 \quad (2.9)$$

Prema sl. 2.47, nacrtanoj za peti harmonik, je:

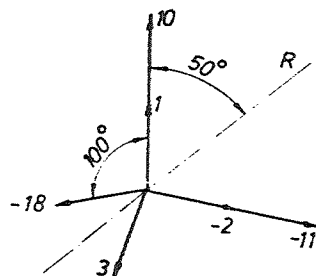
$$f_{n5} = \frac{4 \cos 50 + 2 \cos 150}{6} = 0,140$$

Prema tome, kut pojedinih vektora petog harmonika prema rezultanti lijevo i desno povećava se pet puta, tako da smo faktor namota petog harmonika mogli odmah izračunati polazeći od (2.9)

$$f_{n5} = \frac{4 \cos(5 \cdot 10) + 2 \cos(5 \cdot 30)}{6} = 0,140$$



Sl. 2.46



Sl. 2.47

Analogno je za sedmi harmonik

$$f_{n7} = \frac{4 \cos(7 \cdot 10) + 2 \cos(7 \cdot 30)}{6} = 0,0607$$

Broj ponavljanja tablice namota

$$\frac{2p}{n} = 2$$

Broj svitaka po jednoj paralelnoj grani

$$\frac{2q'}{2} = \frac{3}{2}$$

Ovaj namot ne može se izvesti s paralelnim granama.

2.11. Za trofazni sinhroni stroj sa 24 utora i 10 polova potrebno je nacrtati shemu jednoslojnog lučnog namota s maksimalnim brojem paralelnih grana i izračunati faktore namota za 1, 5. i 7. harmonik.

R:

Kut medju krakovima utorske zvijezde

$$\alpha_t = 15^\circ$$

Broj utora po polu i fazi

$$q = \frac{4}{5}$$

Broj ponavljanja tablice namota

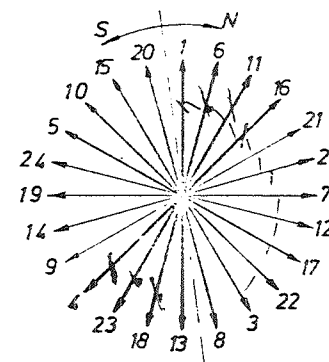
$$\frac{2p}{n} = 2$$

Broj svitaka po jednoj paralelnoj grani

$$\frac{2q'}{2} = 2$$

Ovaj namot možemo izvesti sa 2 paralelne grane.

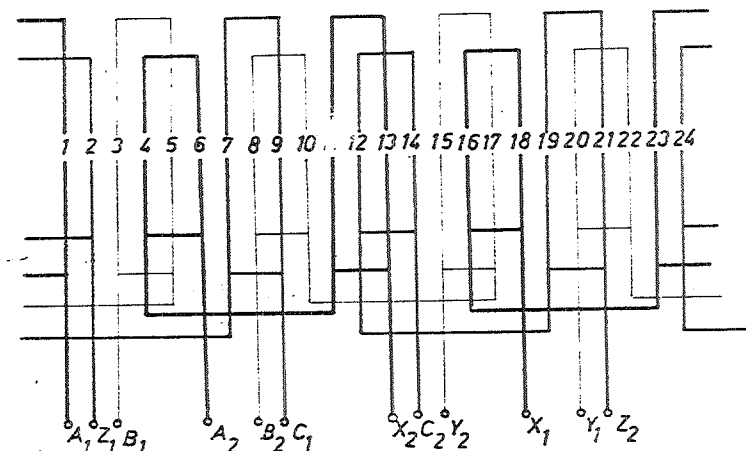
Utorska zvijezda, tablica i shema namota prikazani su na slikama 2.48, 2.49 i 2.50.



Sl. 2.48

	a	c	b
N 1		2	3
S 4			5
N 6		7	8
S 9			10
N 11		12	
S 13		14	15
N 16			17
S 18		19	
N 21		22	
S 23		24	

Sl. 2.49



Sl. 2.50

Prema vektorskoj slici vidimo da je zona polaznih i zona povratnih strana svitka pomaknuta za 180°, pa je zonski faktor ujedno i ukupni faktor namota.

Jedna zona (širine  $60^\circ$ ) ima 4 vektora, pa su faktori namota:

$$f_{n1} = 0,958 \quad , \quad f_{n5} = 0,205 \quad , \quad f_{n7} = 0,158$$

2.12. Za trofazni sinhroni stroj s 18 utora i 14 polova potrebno je nacrtati shemu jednoslojnog lučnog namota i izračunati faktore namota za 1. 5. i 7. harmonik.

R:

Broj utora p    olu i fazi

$$q = \frac{3}{7}$$

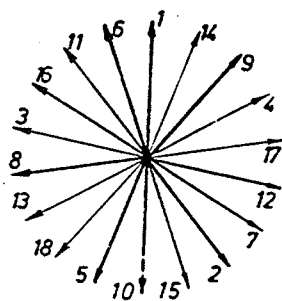
Broj ponavljanja utorske zvijezde

$$t = 1$$

Kut medju vektorima utorske zvijezde

$$\alpha_t = 20^\circ$$

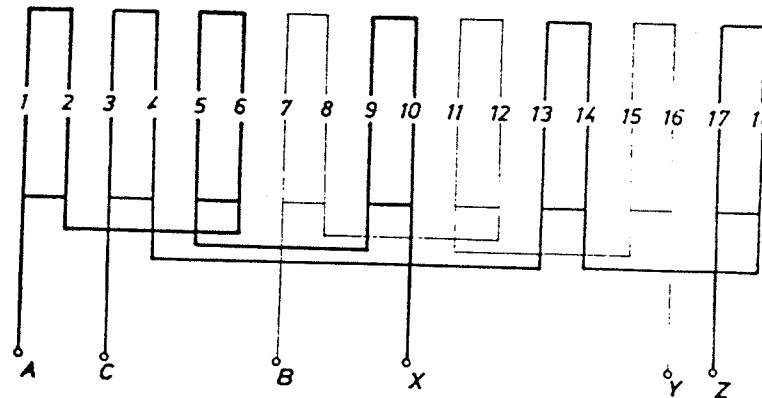
Utorska zvijezda, tablica i shema namota prikazani su na slikama 2.51, 2.52 i 2.53.



Sl. 2.51

	a	c	b
N	1		2
S			3
N		4	
S	5		6
N			7
S		8	
N	9		10
S			11
N		12	
S		13	
N	14		15
S			16
N		17	
S		18	

Sl. 2.52



Sl. 2.53

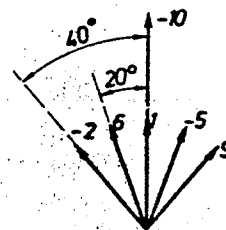
Faktore namota možemo izračunati, npr., prema izrazu za zonski i tetivni faktor namota.

Prema sl. 2.54 je:

$$f_{n1} = \frac{\sin(3 \cdot \frac{20^\circ}{2})}{3 \sin \frac{20^\circ}{2}} \cos \frac{40^\circ}{2} = 0,901$$

$$f_{n5} = \frac{\sin(5 \cdot 3 \cdot \frac{20^\circ}{2})}{3 \sin(5 \cdot \frac{20^\circ}{2})} \cos 5 \cdot \frac{40^\circ}{2} = 0,378$$

$$f_{n7} = \frac{\sin(7 \cdot 3 \cdot \frac{20^\circ}{2})}{3 \sin(7 \cdot \frac{20^\circ}{2})} \cos 7 \cdot \frac{40^\circ}{2} = 0,136$$



Sl. 2.54

2.13. Za jednofazni sinhroni generator sa 24 utora i 10 polova potrebno je nacrtati shemu jednoslojnog petljastog namota s maksimalnim brojem paralelnih grana i izracunati faktore namota za 1. 3. i 5. harmonik.

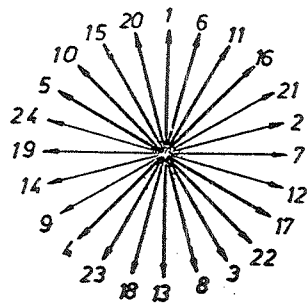
R:

Broj utora po polu i fazi trofaznog namota  $q = \frac{4}{5}$

Broj ponavljanja tablice namota  $\frac{2p}{n} = 2$

Broj svitaka po jednoj paralelnoj grani  $\frac{q'}{2} = 2$

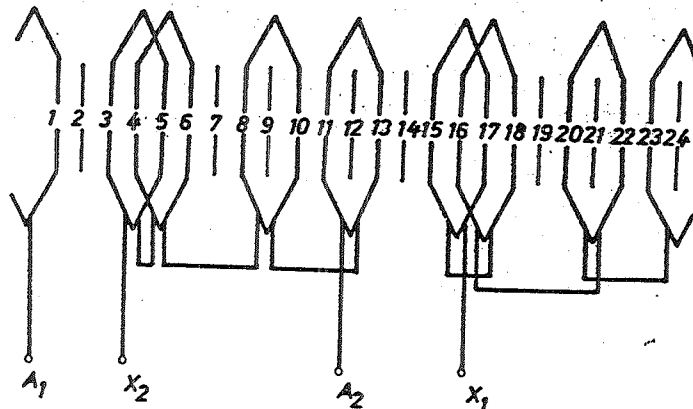
Ovaj namot može se izvesti s najviše 2 paralelne grane. Utorska zvijezda tablica i shema namota prikazani su na slikama 2.55, 2.56 i 2.57.



Sl. 2.55

	a	c	b
N	1		2
S		4	5
N	6		7
S		9	10
N	11		12
S	13	14	15
N		16	17
S	18		19
N		21	22
S	23		24

Sl. 2.56



Sl. 2.57

Od svih raspoloživih utora koristimo se samo sa  $\frac{2}{3}$ , tj. sa 16 utora. Jedna paralelna grana smještena je, dakle, u 8 utora. Ovi utori leže jedan pored drugog u vektorskoj slici i čine zonu širine  $120^\circ$ . Zato su faktori namota

$$f_{n1} = \frac{\sin(8 \cdot \frac{120^\circ}{2 \cdot 8})}{8 \sin \frac{120^\circ}{2 \cdot 8}} = 0,828$$

$$f_{n3} = \frac{\sin(3 \cdot 60^\circ)}{8 \sin(3 \cdot \frac{15^\circ}{2})} = 0$$

$$f_{n5} = \frac{\sin(5 \cdot 60^\circ)}{8 \sin(5 \cdot \frac{15^\circ}{2})} = 0,178$$

#### 2.4. DVOSLOJNI NAMOT S RAZLOMLJENIM BROJEM UTORA PO POLU I FAZI

2.14. Za trofazni sinhroni generator s 18 utora i 4 pola potrebno je nacrtati shemu dvoslojnog petljastog namota s maksimalno mogućim brojem paralelnih grana i izracunati faktore namota za 1, 5. i 7. harmonik.

R:

Broj utora po polu i fazi  $q = \frac{3}{2}$

Broj ponavljanja utorske zvijezde  $t = 2$

Broj krakova utorske zvijezde  $N_t = 9$

Kut medju krakovima utorske zvijezde  $\alpha_t = 40^\circ$

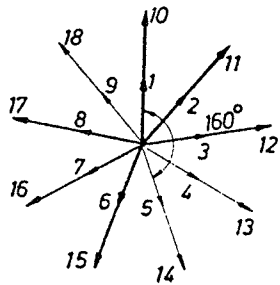
Maksimalni broj paralelnih grana jednak je broju ponavljanja tablice namota  $a_m = \frac{2p}{n} = \frac{4}{2} = 2$

Polni korak  $\tau = \frac{18}{4} = 4,5$

Korak svitka  $y = 4$

Utorska zvijezda, tablica i shema namota prikazani su na slikama 2.58, 2.59 i 2.60.

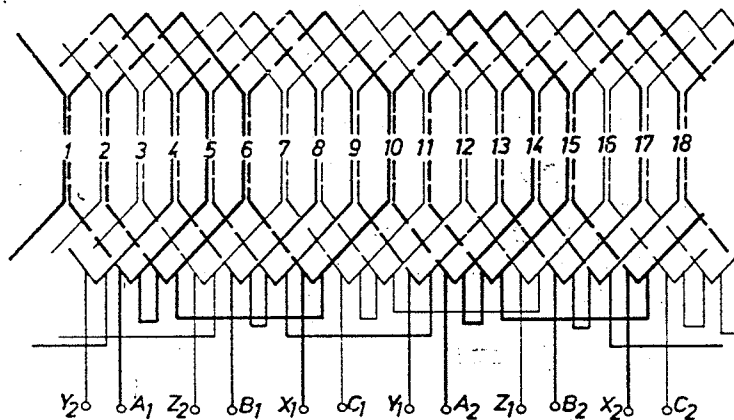
Izvodi pojedinih faznih namota u shemi namota uzeti su iz donjeg sloja. Električki je svejedno da li ćemo izvode uzimati iz gornjeg ili donjeg sloja. To prvenstveno ovisi o konstruktivnim razlozima



Sl. 2.58

	a	c	b
N	1	2	3
S	6	7	8
N	11	12	13
S	15	16	17

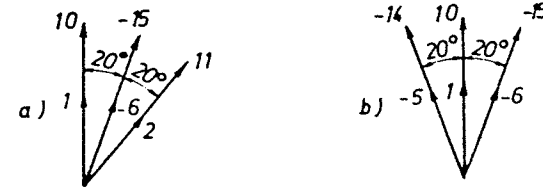
Sl. 2.59



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
A	Z	Z	B	X	X	C	Y	Y	A	Z	Z	B	X	X	C	Y	Y
A	A	Z	B	X	C	C	Y	A	A	Z	B	B	X	C	C	Y	

Faktori namota

Na sl. 2.61a prikazani su vektori koji pripadaju donjem sloju, a na sl. 2.61b vektori koji pripadaju gornjem sloju faze a.



Sl. 2.61

Vidimo da u donji sloj dolaze vektori onim redoslijedom kako stoje u tablici namota. Širina zone jednaka je širini jedne faze pod jednim polom, tj. brojniku broja utora po polu i fazi q'.

Kut medju vektorima jednog sloja

$$\alpha_t = \frac{60^\circ}{q} = \frac{60^\circ}{3} = 20^\circ \quad (2.10)$$

Zonski faktori namota

$\alpha_t = \text{kut medju vektorima zone}$

$$f_{zv} = \frac{\sin(v q' \frac{\alpha_t}{2})}{q' \sin(v \frac{\alpha_t}{2})} = \frac{\sin(v 30^\circ)}{q' \sin(v \frac{\alpha_t}{2})}$$

$\alpha_t = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$

$$f_{z1} = \frac{0,5}{3 \sin \frac{20^\circ}{2}} = 0,960$$

$$f_{z5} = \frac{0,5}{3 \sin(5 \frac{20^\circ}{2})} = 0,217$$

$$l = \frac{2}{n}$$

$$f_{z7} = \frac{0,5}{3 \sin(7 \cdot \frac{20^\circ}{2})} = 0,177$$

Prema sl. 2.61 vidimo da je gornji sloj gradjen analogno kao i donji, samo je pomaknut za kut skraćenja. U ovom je slučaju kut skraćenja  $\beta = \alpha_t = 20^\circ$ , pa su tetivni faktori namota

$$f_{t1} = \cos \frac{20^\circ}{2} = 0,985$$

$$f_{t5} = \cos(5 \cdot \frac{20^\circ}{2}) = 0,643$$

$$f_{t7} = \cos(7 \cdot \frac{20^\circ}{2}) = 0,342$$

Ukupni faktori namota jednaki su produktu zonskog i tetivnog faktora namota.

$$f_{n1} = f_{t1} \cdot f_{z1} = 0,945$$

$$f_{n5} = f_{t5} \cdot f_{z5} = 0,140$$

$$f_{n7} = f_{t7} \cdot f_{z7} = 0,0605$$

Iz ovog primjera možemo zaključiti:

U dvoslojnom trofaznom simetričnom namotu sa svim ispunjenim utorima i s razlomljenim brojem utora po polu i fazi broj vektora utorske zvijezde koji u jednom sloju pripada jednoj fazi jednak je brojniku od  $q$  tj.  $q'$ . Kut medju tim vektorima jednak je širini zone jedne faze pod jednim polom podijeljenim sa  $q'$ . Pomak medju slojevima jednak je skraćenju svitka. Zato je zonski faktor namota

$$f_{zv} = \frac{\sin(v \frac{30^\circ}{2})}{q' \sin(v \frac{30^\circ}{q'})}, \quad q' - \text{cijeli broj} \quad (2.11)$$

Ovo je ujedno i najveći mogući faktor namota.

Tetivni faktor namota

$$f_{tv} = \cos(v \frac{\beta}{2}) = \sin(v \frac{\gamma}{2} 90^\circ),$$

$v$  - cijeli broj

(2.12)

Ukupni faktor namota jednak je produktu zonskog i tetivnog faktora namota.

$$f_{nv} = f_{zv} \cdot f_{tv}$$

(2.13)

2.15. Za trofazni sinhroni stroj s 18 utora i 14 polova potrebno je nacrtati shemu dvoslojnog petljastog namota sa dvije paralelne grane i izračunati faktore namota za 1, 5. i 7. harmonik.

R:

Broj utora po polu i fazi

$$q = \frac{3}{7}$$

Broj ponavljanja utorske zvijezde

$$t = 1$$

Kut medju krakovima utorske zvijezde

$$\alpha_t = 20^\circ$$

Električki kut medju susjednim utorima

$$\alpha = 140^\circ$$

Broj ponavljanje tablice namota

$$\frac{2p}{n} = 2$$

Polni korak

$$\tau = \frac{18}{14} = 1,285$$

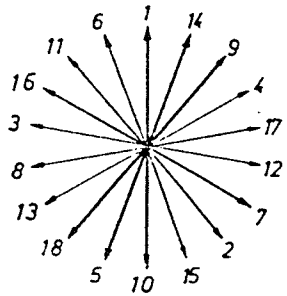
Korak svitka

$$y = 1$$

Utorska zvijezda, tablica i shema namota prikazani su na slikama 2.62, 2.63 i 2.64.

Izvodi su u ovoj shemi odabrani tako da spojevi medju paralelnim granama budu najkraći. Pri tome su izvodi svake paralelne grane uzeti iz različitih slojeva, što je električki ekvivalentno kao da

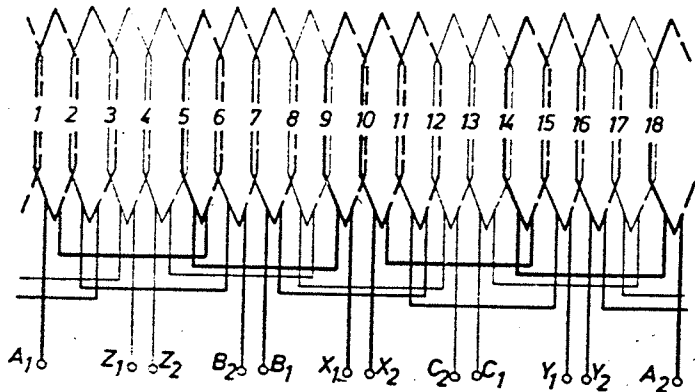
su uzeti iz oba gornja ili oba donja sloja.



Sl. 2.62

	a	c	b
N	1		2
S		3	
N		4	
S	5		6
N		8	7
S	9		
N	10		11
S		12	
N		13	
S	14		15
N		17	16
S		18	

Sl. 2.63



Sl. 2.64

Na sl. 2.65a nacrtani su vektori koji pripadaju gornjem sloju, a na sl. 2.65b vektori koji pripadaju donjem sloju faze a.



Sl. 2.65

Zonski faktori namota prema (2.11) su:

$$f_{z1} = \frac{0,5}{3 \sin \frac{30^\circ}{3}} = 0,960$$

$$f_{z5} = \frac{0,5}{3 \sin(5 \cdot \frac{30^\circ}{3})} = 0,217$$

$$f_{z7} = \frac{0,5}{3 \sin(7 \cdot \frac{30^\circ}{3})} = 0,177$$

Tetivni faktori namota prema (2.12) su:

$$f_{t1} = \cos(2 \cdot \frac{\alpha_t}{2}) = \cos(2 \cdot \frac{20^\circ}{2}) = 0,9397$$

$$f_{t5} = \cos(5 \cdot 2 \cdot \frac{\alpha_t}{2}) = 0,1736$$

$$f_{t7} = \cos(7 \cdot 2 \cdot \frac{\alpha_t}{2}) = 0,766$$

Ukupni faktori namota jesu:

$$f_{n1} = 0,961 \cdot 0,9397 = 0,902$$

$$f_{n5} = 0,2178 \cdot 0,1736 = 0,0377$$

$$f_{n7} = 0,1775 \cdot 0,766 = 0,136$$

Isti rezultat dobili bismo tražeći rezultantu geometrijskim putem. Apsolutna vrijednost rezultante jednaka je sumi projekcija svih vektora na smjer rezultante. Radi simetrije rezultanta pada u smjer vektora 1, pa je ukupni faktor namota prvog harmonika

$$f_{n1} = \frac{2 + 2 \cos 20^\circ + 2 \cos 40^\circ}{6} = 0,902$$

U petom harmoniku električki kut će se povećati pet puta a u sedmom sedam puta, pa je

$$f_{n5} = \frac{2 + 2 \cos(5 \cdot 20^\circ) + 2 \cos(5 \cdot 40^\circ)}{6} = 0,0377$$

$$f_{n7} = \frac{2 + 2 \cos(7 \cdot 20^\circ) + 2 \cos(7 \cdot 40^\circ)}{6} = 0,136$$

2.16. Za trofazni sinhroni stroj s 36 utora i 14 polova potrebno je nacrtati shemu dvoslojnog petljastog namota s maksimalnim brojem paralelnih grana i izračunati faktore namota za 1, 5. i 7. harmonik.

R:

Broj utora po polu i fazi

$$q = \frac{6}{7}$$

Polni korak

$$\tau = \frac{18}{7}$$

Korak svitka

$$y = 2$$

Maksimalni broj paralelnih grana  
(broj ponavljanja tablice namota)

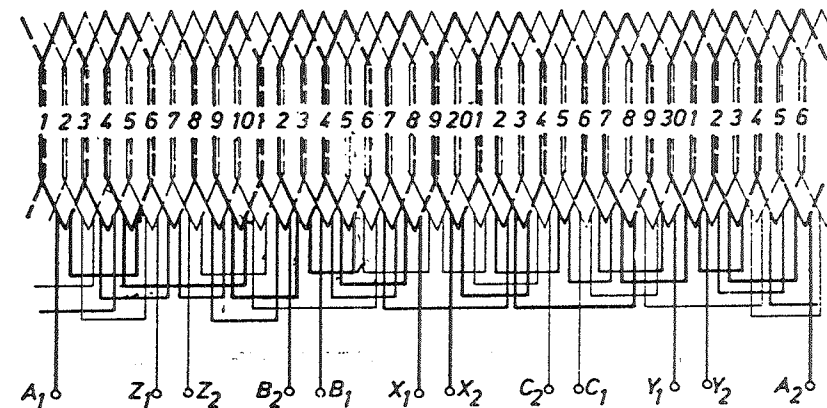
$$a_m = 2$$

Tablica i shema namota prikazani su na slikama 2.66 i 2.67. Shemu namota crtamo prema tablici namota na ovaj način:

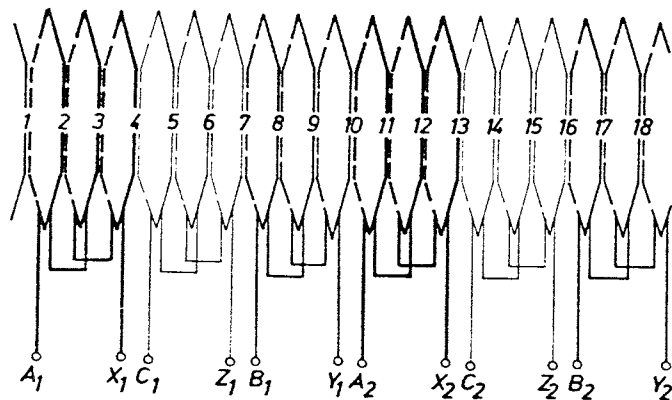
Vektori koji spadaju u prvu trećinu tablice namota čine, na primjer gornji sloj faze a. Tada donji sloj faze a čine vektori koji su za korak svitka dalje od vektora koji čine gornji sloj. Ovim su donji i gornji sloj pomaknuti za  $\varphi - \gamma$ .

	a			c			b		
N	1				2			3	
S		4				5			6
N				7			8		
S		9			10			11	
N				12			13		
S	14				15			16	
N				17			18		
S	19				20			21	
N				22			23		
S				24			25		
N		27			28			29	
S				30			31		
N	32				33			34	
S				35			36		

Sl. 2.



Sl. 2.67



Sl. 2.69

Faktori namota

$$f_{n1} = \frac{0,5}{3 \sin \frac{30^\circ}{3}} \sin\left(\frac{1}{0,9} \cdot 90^\circ\right) = 0,945$$

$$f_{n5} = \frac{0,5}{3 \sin\left(5 \cdot \frac{30^\circ}{3}\right)} \sin\left(\frac{5}{0,9} \cdot 90^\circ\right) = 0,140$$

$$f_{n7} = \frac{0,5}{3 \sin\left(7 \cdot \frac{30^\circ}{3}\right)} \sin\left(\frac{7}{0,9} \cdot 90^\circ\right) = 0,0606$$

2.18. Za trofazni sinhroni generator s 15 utora i 8 polova potrebno je:

- nacrtati shemu dvoslojnog petljastog namota
- izračunati faktore namota za 1, 5. i 7. harmonik
- ako 8-polni rotor zamijenimo novim 2-polnim rotorom, a armaturni namot ostane nepromijenjen, koliki će biti

fazni napon u ovom slučaju, u odnosu na prethodni ako oba rotora stvaraju jednaki osnovni harmonik indukcije i vrte se takvim brzinama da u armaturnom namotu induciraju e.m.s. jednake frekvencije

d) izračunajte također faktore namota za 5. i 7. harmonik u slučaju c).

R:

a) Broj utora po polu i fazi  $q = \frac{5}{8}$

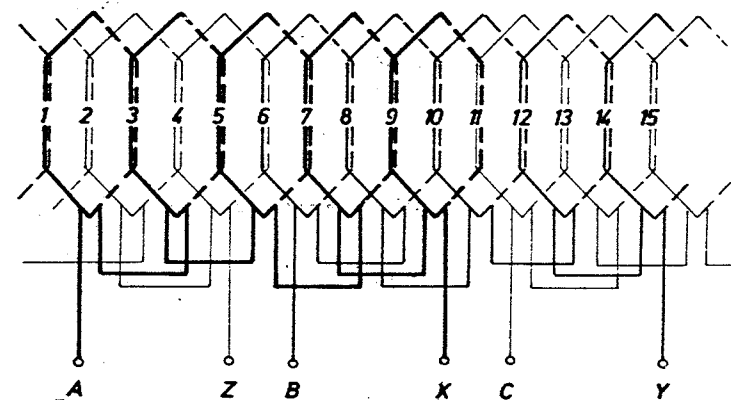
Polni korak  $\tau = 1,875$

Korak svitka  $y = 2$

Tablica i shema namota prikazani su na slikama 2.70 i 2.71.

	a			c			b		
N	1					2			
S		3					4		
N			5					6	
S				7					
N					9			10	
S						11			
N							13	12	
S									
							15		

Sl. 2.70



Sl. 2.71

zonski faktor namota jednak je faktoru namota jednog sloja. Prema tome broj vektora jedne zone jednak je brojniku  $q'$  broj utora po polu i fazi a kut medju vektorima jedne zone jednak je širini zone podijeljenoj s brojem vektora, tj.  $\alpha_t = 60^\circ/q'$

Prema tome slijede zonski faktori namota

$$f_{z1} = \frac{0,5}{6 \sin \frac{30^\circ}{6}} = 0,957$$

$$f_{z5} = \frac{0,5}{6 \sin(5 \cdot \frac{30^\circ}{6})} = 0,197$$

$$f_{z7} = \frac{0,5}{6 \sin(7 \cdot \frac{30^\circ}{6})} = 0,143$$

Iz pomaka medju slojevima  $\tau - y$  slijede tetivni faktori namota

$$f_{t1} = \cos(180^\circ \frac{\tau - y}{2\tau}) = \sin(\frac{y}{\tau} 90^\circ) = \sin(\frac{2}{2,57} \cdot 90^\circ) = 0,9396$$

$$f_{t5} = \sin(5 \cdot \frac{2}{2,57} \cdot 90^\circ) = 0,1736$$

$$f_{t7} = \sin(7 \cdot \frac{2}{2,57} \cdot 90^\circ) = 0,766$$

Ukupni faktori namota su

$$f_{n1} = 0,894 \quad , \quad f_{n5} = 0,0343 \quad , \quad f_{n7} = 0,1112$$

2.17 Za trofazni sinhroni stroj s 18 utora i 20 polova potrebno je nacrtati shemu dvoslojnoj petljastog namota s maksimalnim brojem paralelnih grana i izračunati faktore namota za 1, 5. i 7. harmonik.

R:

Broj utora po polu i fazi  $q = \frac{3}{10}$

Polni korak  $\tau = \frac{9}{10}$

Korak svitka  $y = 1$

Maksimalni broj paralelnih grana  $a_m = 2$

Tablica i shema namota prikazani su na slikama 2.68 i 2.69.

	a	c	b		
N	1				
S	2				
N		3			
S		4			
N			5		
S			6		
N				7	
S				8	
N					9
S					
N	10				
S	11				
N		12			
S		13			
N			14		
S			15		
N				16	
S				17	
N					18
S					

Sl. 2.68

$$f_{n7} = \sin \left( \frac{4}{6} \cdot 90^\circ \right)$$

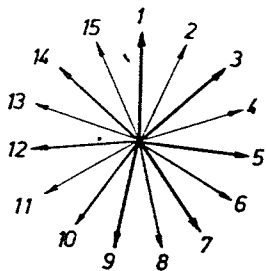
b) Faktori namota

$$f_{n1} = \frac{0,5}{5 \sin \frac{30^\circ}{5}} \sin \left( \frac{2}{1,875} \cdot 90^\circ \right) = 0,940$$

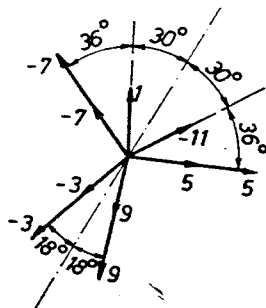
$$f_{n5} = \frac{0,5}{5 \sin \left( 5 \cdot \frac{30^\circ}{5} \right)} \sin \left( \frac{5 \cdot 2}{1,875} \cdot 90^\circ \right) = 0,1732$$

$$f_{n7} = \frac{0,5}{5 \sin \left( 7 \cdot \frac{30^\circ}{5} \right)} \sin \left( \frac{7 \cdot 2}{1,875} \cdot 90^\circ \right) = 0,111$$

- c) Kut medju krakovima utorske zvijezde  $\alpha_t = 24^\circ$   
 Električki kut medju susjednim utorima  $\alpha = 24^\circ$   
 Utorska zvijezda prikazana je na slici 2.72.



Sl. 2.72



Sl. 2.73

Faktor namota računamo prema sl. 2.73. Za prvi harmonik je:

$$f'_{n1} = \frac{2 \cos 30^\circ + 4 \cos 66^\circ - 4 \cos 18^\circ}{10} = 0,0444$$

$$\frac{E'_1}{E_1} = \frac{4,44 f'_{n1} w B_1 L \tau'}{4,44 f f_{n1} w B_1 L \tau} = \frac{f'_{n1} p}{f_{n1} p} = \frac{0,0444 \cdot 4}{0,94} = 0,1889$$

c) Faktore namota viših harmonika računamo analogno faktoru namota osnovnog harmonika

$$f_{n5} = \frac{2 \cos(5 \cdot 30^\circ) + 4 \cos(5 \cdot 66^\circ) - 4 \cos(5 \cdot 18^\circ)}{10} = 0,1732$$

$$f_{n7} = \frac{2 \cos(7 \cdot 30^\circ) + 4 \cos(7 \cdot 66^\circ) - 4 \cos(7 \cdot 18^\circ)}{10} = 0,0212$$

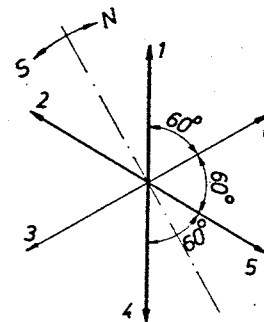
2.19 Za trofazni sinhroni stroj sa 6 utora i 10 polova potrebno je

- nacrtati shemu dvoslojnog petljastog namota
- izračunati faktore namota za 1, 5. i 7. harmonik
- ako 10-polni rotor zamijenimo novim 4-polnim rotorom, a armaturni namot ostane nepromjenjen, koliki će biti fazni napon u ovom slučaju, u odnosu na prethodni ako oba rotora stvaraju jednaki osnovni harmonik indukcije i vrte se takvim brzinama da u armaturnom namotu induciraju e.m.s. jednake frekvencije.

R:

- Broj utora po polu i fazi  $q = \frac{1}{5}$   
 Broj krakova utorske zvijezde  $N_t = 6$   
 Kut medju krakovima utorske zvijezde  $\alpha_t = 60^\circ$   
 Električki kut medju susjednim utorima  $\alpha = 300^\circ$   
 Polni korak  $\tau = \frac{3}{5}$   
 Korak svitka  $y = 1$

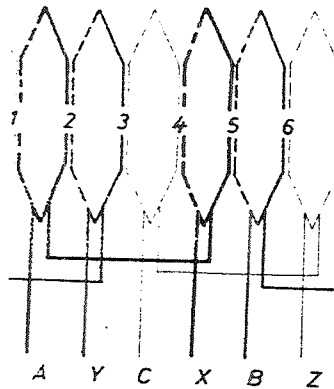
Utorska zvijezda, tablica i shema namota prikazani su na slikama 2.74, 2.75 i 2.76.



Sl. 2.74

	a	c	b
N	1		
S			2
N			
S		3	
N			
S	4		
N			5
S			
N		6	
S			

Sl. 2.75



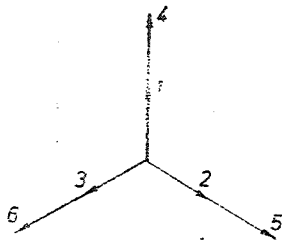
Sl. 2.76

b) Zonski faktori namota jednaki su jedinici, a tetivni faktori namota su:

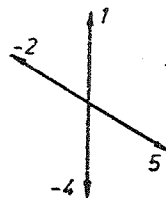
$$f_{t1} = f_{t5} = f_{t7} = 0,5$$

Ukupni faktori namota jednaki su tetivnim faktorima namota.

- |  |                        |
|--|------------------------|
| c) Broj ponavljanja utorske zvijezde   | $t = 2$                |
| Broj krakova utorske zvijezde          | $N_t = 3$              |
| Kut medju krakovima utorske zvijezde   | $\alpha_t = 120^\circ$ |
| Električki kut medju susjednim utorima | $\alpha = 120^\circ$   |



Sl. 2.77



Sl. 2.78

Vektori faze a prikazani su na sl. 2.78. Prema toj slici faktor namota jednak je nuli, pa je i inducirani napon namota armature jednak nuli.

2.20. Za trofazni sinhroni stroj s 30 utora i 8 polova potrebno je:

- nacrtati shemu dvoslojnog petljastog namota sa dvije paralelne grane, tako da se postigne najmanji mogući faktor namota za peti harmonik
- izračunati faktore namota za 1, 5. i 7. harmonik
- ako pregori gornji štap u utoru 1. koje sve štapove moramo izbaciti da bismo dobili trofazni simetrični napon?
- koliko će se puta, zbog toga, promijeniti iznos napona generatora ako ovaj stroj ima 2 vodiča po utoru?

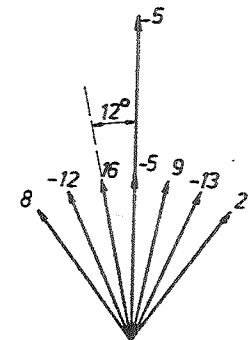
R:

- |  |                       |
|--|-----------------------|
| a) Broj utora po polu i fazi           | $q = \frac{5}{4}$     |
| Broj ponavljanja utorske zvijezde      | $t = 2$               |
| Broj krakova utorske zvijezde          | $N_t = 15$            |
| Kut medju krakovima utorske zvijezde   | $\alpha_t = 24^\circ$ |
| Električki kut medju susjednim utorima | $\alpha = 48^\circ$   |
| Polni korak                            | $\tau = \frac{15}{4}$ |
| Korak svitka                           | $y = 3$               |
| Maksimalni broj paralelnih grana       | $a_m = 2$             |

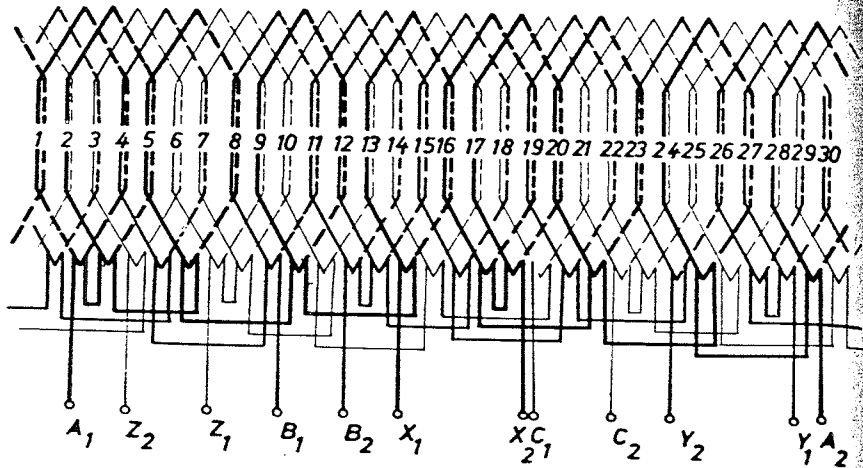
Tablica i shema namota prikazani su na slikama 2.79 i 2.81.

	a	c	b
N 1		2	3
S 5		6	7
N 9		10	11
S 13		14	15
N 16		17	18
S 20		21	22
N 24		25	26
S 28		29	30

Sl. 2.79



Sl. 2.80



Sl. 2.81

b) Faktore namota računamo prema (2.11) i (2.12). Zonski faktori namota su:

$$f_{z1} = 0,955 \quad , \quad f_{z5} = 0,20 \quad , \quad f_{z7} = 0,15 \quad .$$

Tetivni faktori namota su:

$$f_{t1} = 0,951 \quad , \quad f_{t5} = 0 \quad , \quad f_{t7} = 0,588$$

Ukupni faktori namota su:

$$f_{n1} = 0,907 \quad , \quad f_{n5} = 0 \quad , \quad f_{n7} = 0,088$$

c) Treba izbaciti gornje štapove u utorima 6, 11, 16, 21, 26, i donje štapove u utorima 4, 9, 14, 19, 24, 29.

Tako smo u svakoj paralelnoj grani izbacili po jedan zavoј.

d) Da bismo izračunali novi napon generatora treba izračunati novi faktor namota. Njega možemo izračunati na ovaj način:

Iz zone jedne faze od 5 vektora izbacili smo jedan vektor, tako da zona sada ima 4 vektora s nepromijenjenim kutom medju vektorima  $\alpha_t = 12^\circ$ .

Zonski faktor namota je:

$$f_{z1} = \frac{\sin(4 \cdot \frac{12^\circ}{2})}{4 \sin \frac{12^\circ}{2}} = 0,972$$

Kako je pomak medju slojevima ostao nepromijenjen, nije se promijenio ni tetivni faktor namota. Novi je ukupni faktor namota

$$f_{n1} = f_{z1} \cdot f_{t1} = 0,972 \cdot 0,95 = 0,923 \quad .$$

Isto bismo dobili crtajući vektorsku sliku jedne paralelne grane (Sl. 2.80). Prema toj slici zonski faktor namota je:

$$f_{z1} = \frac{\sin(4 \cdot \frac{12^\circ}{2})}{4 \sin \frac{12^\circ}{2}} = 0,972 \quad ,$$

a tetivni

$$f_{t1} = \cos \frac{36^\circ}{2} = 0,95 \quad .$$

Omjer induciranih napona

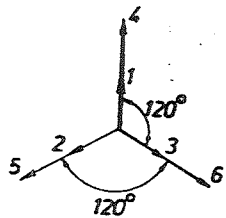
$$\frac{E'_1}{E_1} = \frac{w' f_{n1}}{w f_{n1}} = \frac{4 \cdot 0,923}{5 \cdot 0,907} = 0,813$$

2.21. Za trofazni sinhroni stroj sa 6 utora i 8 polova potrebno je:

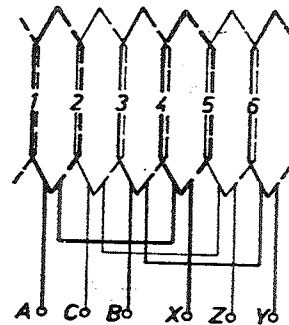
- nacrtati shemu dvoslojnog petljastog namota
- izračunati faktore namota za 1, 5. i 7. harmonik
- ako rotor ovog generatora zamijenimo novim 4-polnim rotorom, a armaturni namot ostane nepromijenjen, koliko će se puta promijeniti iznos napona armature (efektivna vrijednost prvog harmonika) ako oba rotora stvaraju u zračnom rasporedu jednaki prvi harmonik indukcije i vrte se takvim brzinama da u armaturnom namotu induciraju e.m.s. jednake frekvencije.

R:

- |                                   |                      |
|-----------------------------------|----------------------|
| a) Broj utora po polu i faži      | $q = \frac{1}{4}$    |
| Broj ponavljanja utorske zvijezde | $t = 2$              |
| Polni korak                       | $\tau = \frac{3}{4}$ |
| Korak svitka                      | $y = 1$              |



Sl. 2.82



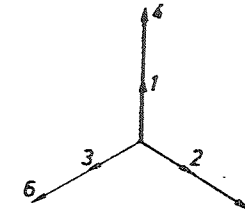
Sl. 2.83

- Zonski faktori namota za sve harmonike iznose 1. Tetivni faktori namota ujedno su i ukupni faktori namota

$$f_{t1} = f_{t5} = f_{t7} = 0,865$$

- Broj ponavljanja utorske zvijezde  $t = 2$

Polni korak  $\tau = \frac{3}{2}$



Sl. 2.84

Faktori namota ostali su nepromijenjeni. Omjer induciranih napona

$$\frac{E_1'}{E_1} = \frac{\phi'}{\phi} = \frac{p'}{p} = \frac{4}{2} = 2$$

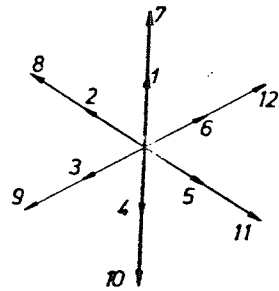
2.22. Za trofazni sinhroni stroj sa 12 utora i 20 polova potrebno je:

- nacrtati shemu dvoslojnog petljastog dijametralnog namota
- izračunati faktore namota za 1, 5. i 7. harmonik
- ako 20-polni rotor zamijenimo novim 4-polnim rotorom, a armaturni namot ostane nepromijenjen, koliko će se puta promijeniti efektivna vrijednost prvog harmonika napona armature, relativno prema prethodnom slučaju, ako oba rotora stvaraju u zračnom rasporedu jednaki prvi harmonik indukcije i ako se vrte jednakim brzinama?
- nacrtati vektorsku sliku trofaznog sistema napona u

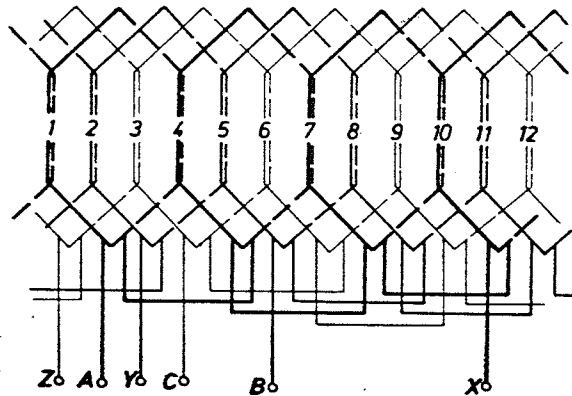
slučaju a) i slučaju c).

R:

- |                                   |                      |
|-----------------------------------|----------------------|
| a) Broj utora po polu i fazi      | $q = \frac{1}{5}$    |
| Broj ponavljanja utorske zvijezde | $t = 2$              |
| Polni korak                       | $\tau = \frac{3}{5}$ |
| Korak svitka                      | $y = 3$              |



Sl. 2.85



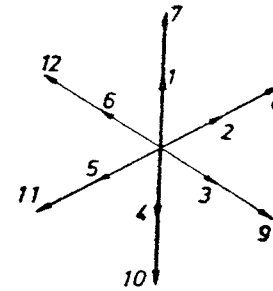
Sl. 2.86

b) Faktori namota

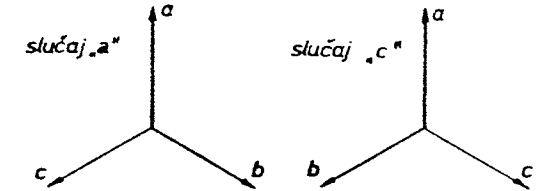
$$f_{n1} = f_{n5} = f_{n7} = 1$$

- |  |                     |
|--|---------------------|
| c) Broj ponavljanja utorske zvijezde   | $t = 2$             |
| Električki kut medju susjednim utorima | $\alpha = 60^\circ$ |
| Faktor namota                          | $f_{n1} = 1$        |
| Omjer napona                           |                     |

$$\frac{E'}{E} = \frac{f'}{f} \frac{\phi'}{\phi} = \frac{p}{p} \frac{p}{p} = 1$$



Sl. 2.87



Sl. 2.88

2.23) Za trofazni sinhroni stroj s 30 utora i 4 pola potrebno je nacrtati shemu dvoslojnog valovitog namota, tako da se postigne najmanji mogući faktor namota za peti harmonik i izračunati faktore namota za 1, 5. i 7. harmonik.

B:

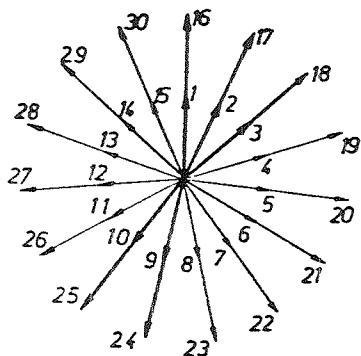
- |  |   |
|--|---|
| Broj utora po polu i fazi              | $q = \frac{5}{2}$   |
| Broj ponavljanja utorske zvijezde      | $t = 2$   |
| Broj krakova utorske zvijezde          | $N_t = 15$  |
| Kut medju krakovima utorske zvijezde   | $\alpha_t = 24^\circ$   |
| Električki kut medju susjednim utorima | $\alpha = 24^\circ$   |
| Polni korak                            | $\tau = \frac{15}{2}$   |
| Korak svitka                           | $y_1 = \frac{4}{5} \tau = \frac{4}{5} \cdot \frac{15}{2} = 6$ |

*Kod gbidemo u jednom smjeru nastavlja se spojni korak (tj. kad savraćamo natrag) Idemo u desnu ~~sp~~ produžimo naono*

Spojnik korak

$$y_2 = 2\tau - y_1 = 2 \cdot \frac{15}{2} - 6 = 9$$

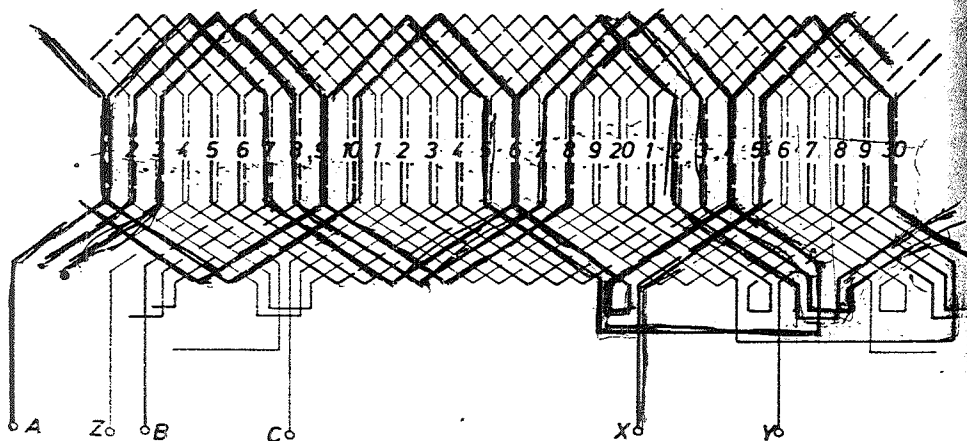
Utorska zvijezda, tablica i shema namota prikazani su na slikama 2.89, 2.90 i 2.91.



Sl. 2.89

	a			c			b		
N	1	2	3	4	5	6	7	8	
S	9	10	11	12	13	14	15	16	
N	17	18	19	20	21	22	23	24	
S	25	26	27	28	29	30			

Sl. 2.90



Sl. 2.91

I u razlomljenom valovitom namotu u jedan sloj jedne faze dolaze vektori iz jedne trećine tablice namota, a u drugi sloj vektori koji su za korak svitka  $y_1$  pomaknuti prema vektorima prvog sloja. Prema tome, broj vektora jedne faze sveden na jedan pol jednak je brojniku  $q'$  broja utora po polu i fazi, a kut među vektorima

$$\alpha_t = \frac{60^\circ}{q}$$

Zato se zonski faktor namota računa jednako kao za razlomljeni petljasti namot (2.11).

Budući da se skraćeni namot može prikazati kao dva jednoslojna namota međusobno pomaknuta za kut  $\tau - y_1$ , to je tetivni faktor namota

$$f_{tv} = \cos\left(v \frac{\beta}{2}\right) = \sin\left(v \frac{y_1}{\tau} 90^\circ\right) \quad (2.14)$$

U ovom je primjeru

$$f_{z1} = \frac{0,5}{5 \sin \frac{30^\circ}{5}} = 0,957$$

$$f_{z5} = \frac{0,5}{5 \sin \frac{5 \cdot 30^\circ}{5}} = 0,200$$

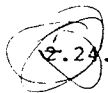
$$f_{z7} = \frac{0,5}{5 \sin\left(7 \cdot \frac{30^\circ}{5}\right)} = 0,149$$

$$f_{t1} = \sin\left(\frac{6 \cdot 2}{15} \cdot 90^\circ\right) = 0,951$$

$$f_{t5} = \sin\left(\frac{5 \cdot 2 \cdot 6}{15} \cdot 90^\circ\right) = 0$$

$$f_{t7} = \sin\left(\frac{7 \cdot 2 \cdot 6}{15} \cdot 90^\circ\right) = 0,588$$

$$f_{n1} = 0,91 \quad , \quad f_{n5} = 0 \quad , \quad f_{n7} = 0,088$$



2.24. Za trofazni sinhroni stroj s 18 utora i 4 pola potrebno je:

- nacrtati shemu dvoslojnog valovitog namota
- izračunati faktore namota za 1, 5. i 7. harmonik
- izračunati faktore namota za 1, 5. i 7. harmonik, ako uz nepromijenjeni namot četveropolni rotor zamijenimo novim dvopolnim rotorom.

R:

a) Broj utora po polu i fazi

$$q = \frac{3}{2}$$

Polni korak

$$\tau = \frac{9}{2}$$

Korak svitka

$$y_1 = \frac{4}{5} \tau = \frac{4 \cdot 9}{5 \cdot 2} = 3,6$$

Usvajamo korak svitka

$$y_1 = 4$$

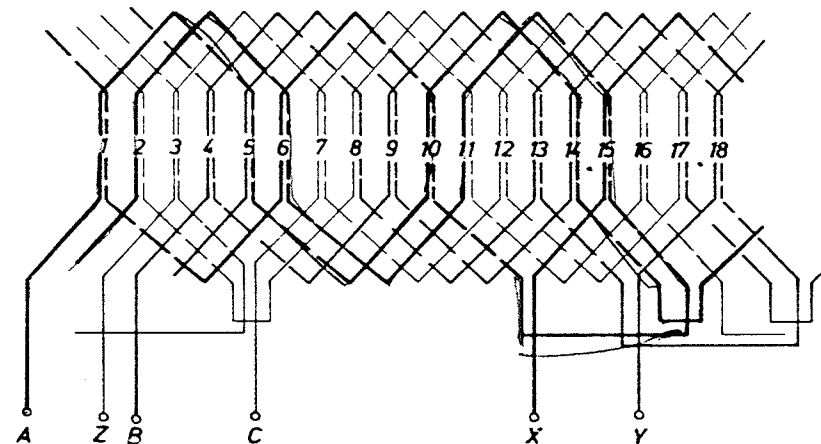
Spojni korak

$$y_2 = 2\tau - y_1 = 2 \cdot \frac{9}{2} - 4 = 5$$

	a	c	b	
N	1	2	3	4
S	6	7	8	9
N	10	11	12	13
S	15	16	17	18

Sl. 2.92

Shema namota



Sl. 2.93

b) Faktori namota

$$f_{n1} = \frac{0,5}{3 \sin \frac{30^\circ}{3}} \sin\left(\frac{2 \cdot 4}{9} \cdot 90^\circ\right) = 0,946$$

$$f_{n5} = \frac{0,5}{3 \sin \frac{5 \cdot 30^\circ}{3}} \sin\left(\frac{5 \cdot 2 \cdot 4}{9} \cdot 90^\circ\right) = 0,14$$

$$f_{n7} = \frac{0,5}{3 \sin \frac{7 \cdot 30^\circ}{3}} \sin\left(\frac{7 \cdot 2 \cdot 4}{9} \cdot 90^\circ\right) = 0,0607$$

c) Broj utora po polu i fazi  $q = 3$

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9
S	10	11	12	13	14	15	16	17	18

Sl. 2.94 Tablica prvog harmonika

N	1				2				
S		3				4			
N			5				6		
S				7				8	
N					9				
S	10					11			
N		12					13		
S			14					15	
N				16					17
S					18				

Sl. 2.95 Tablica petog harmonika

Prema sl. 2.94 e.m.s. utora 1, 6, 2 poništavaju se s e.m.s. utora 10, 15, 11, pa je faktor namota prvog harmonika jednak nuli. Peti harmonik možemo promatrati kao stroj koji ima pet puta više polova.

Broj utora po polu i fazi

$$q = \frac{3}{5}$$

Opet se, prema sl. 2.95, e.m.s. utora 1, 6, 2 poništavaju s e.m.s. utora 10, 15, 11, pa je faktor namota za peti harmonik jednak nuli.

Takodjer je i za sedmi harmonik faktor namota jednak nuli.

2.5. PRIMJERI UZ ARMATURNI NAMOT

2.25. Sinhroni generator s 8 polova i 48 utora ima nesinusni oblik indukcije u zračnom rasporedu. Amplituda petog harmonika indukcije iznosi 10 % amplitude osnovnog harmonika. Armaturni namot je dvoslojni s korakom 1-6. U praznom hodu generatora potrebno je izračunati:

- veličinu napona po zavoju petog harmonika relativno prema osnovnom harmoniku
- veličinu napona petog harmonika na stezaljkama armaturnog namota relativno prema osnovnom harmoniku ako je armaturni namot trofazni u spoju Y.

R:

- Relativna vrijednost napona petog harmonika po zavoju.

$$\frac{E_{z5}}{E_{z1}} = \frac{f_{t5}}{f_{t1}} \frac{B_5}{B_1}$$

Relativni faktori namota prvog i petog harmonika prema (1.19) su

$$f_{t1} = \sin\left(\frac{5}{6} 90^\circ\right) = 0,966$$

$$f_{t5} = \sin\left(\frac{5}{6} 5 90^\circ\right) = 0,259$$

$$\frac{E_{z5}}{E_{z1}} = \frac{0,259}{0,966} 10 = 2,68 \%$$

b)

$$\frac{E_5}{E_1} = \frac{f_{z5} f_{t5}}{f_{z1} f_{t1}} \frac{B_5}{B_1}$$

Zonski faktori namota prvog i petog harmonika;

Broj utora po polu i fazi

$$q = \frac{48}{8 \cdot 3} = 2$$

Kut medju vektorima jedne fazi

$$\alpha = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

Zonski faktori namota prema (2.2) su:

$$f_{z1} = \frac{\sin(2 \cdot \frac{30^\circ}{2})}{2 \sin \frac{30^\circ}{2}} = 0,966$$

$$f_{z5} = \frac{\sin(5 \cdot 30^\circ)}{2 \sin(5 \cdot 15^\circ)} = 0,259$$

Konačno je

$$\frac{E_5}{E_1} = \frac{0,259 \cdot 0,259}{0,966 \cdot 0,966} \cdot 10 = 0,719 \%$$

2.26. Trofazni 16-polni sinhroni generator u spoju zvijezda, 50 Hz ima 192 utora na statoru. Armaturni namot je dvoslojni s korakom svitka 5/6. Fazna zona iznosi 1/3 polnog koraka. Svi namotaji jedne faze spojeni su u seriju.

Oscilogram napona inducirano u jednoj od faza u praznom hodu pri uzbudi istosmjernom strujom i pri okretanju rotora konstantnom sinhronom brzinom pokazuje da napon promatrane faze ima prvu, treću i petu harmoničku komponentu čije efektivne vrijednosti iznose 1731, odnosno 217 i 10 V.

a) Nadjite relativne amplitude treće i pete harmoničke komponente magnetske indukcije u zračnom rasporu u odnosu na osnovnu harmoničku komponentu.

b) Nadjite efektivnu vrijednost linijskog napona.

R:

a) Faktori namota pojedinih harmonika su:

$$f_{n1} = \frac{\sin(4 \cdot \frac{15^\circ}{2})}{4 \sin \frac{15^\circ}{2}} \sin(\frac{5}{6} \cdot 90^\circ) = 0,926$$

$$f_{n3} = \frac{\sin(3 \cdot 4 \cdot \frac{15^\circ}{2})}{4 \sin(3 \cdot \frac{15^\circ}{2})} \sin(3 \cdot \frac{5}{6} \cdot 90^\circ) = 0,464$$

$$f_{n5} = 0,0532$$

Prema (1.20) je

$$\frac{E_v}{E_1} = \frac{f_{nv} B_v}{f_{n1} B_1}$$

odakle je

$$\frac{B_v}{B_1} = \frac{E_v f_{n1}}{E_1 f_{nv}}$$

Za treći harmonik je

$$\frac{B_3}{B_1} = \frac{217 \cdot 0,926}{1731 \cdot 0,464} = 0,25$$

a za peti

$$\frac{B_5}{B_1} = \frac{10 \cdot 0,926}{1731 \cdot 0,0532} = 0,1005$$

b)

$$E = \sqrt{3} \sqrt{E_1^2 + E_5^2} = \sqrt{3} \sqrt{1731^2 + 10^2} = 3000 \text{ [V]}$$

2.27. U zračnom rasporu sinhronog generatora treći harmonik indukcije iznosi 5 % osnovnog harmonika, a peti harmonik indukcije 3 % osnovnog harmonika. Na statoru se nalazi trofazni dvoslojni namot spojen u zvijezdu sa 6 polova, 72 utora i s korakom svitka  $\gamma = 11$ . Izračunati koliki se postotak napona trećeg i petog harmonika javlja u faznom i linijskom naponu generatora.

R:

Prema (2.2) i (1.19) zonski i tetivni faktori namota su:

$$f_{z3} = \frac{\sin(3 \cdot 30^\circ)}{4 \sin(3 \cdot 7,5^\circ)} = 0,654$$

$$f_{z5} = \frac{\sin(5 \cdot 30^\circ)}{4 \sin(5 \cdot 7,5^\circ)} = 0,205$$

$$f_{t3} = \sin\left(3 \cdot \frac{11}{12} \cdot 90^\circ\right) = 0,924$$

$$f_{t5} = \sin\left(5 \cdot \frac{11}{12} \cdot 90^\circ\right) = 0,793$$

Ukupni faktori namota su:

$$f_{n3} = 0,654 \cdot 0,924 = 0,604$$

$$f_{n5} = 0,205 \cdot 0,793 = 0,162$$

Efektivna vrijednost induciranog napona  $v$ -tog harmonika

$$\begin{aligned} E_v &= 4,44 \cdot v \cdot f \cdot f_{nv} \cdot w \cdot \phi_v \\ &= 4,44 \cdot v \cdot f \cdot f_{nv} \cdot w \cdot L \cdot \frac{I}{v} \cdot B_{srv} \\ &= 4,44 \cdot f \cdot f_{nv} \cdot w \cdot L \cdot I \cdot B_{srv} \end{aligned} \quad (2.15)$$

Postotak faznog napona trećeg i petog harmonika slijedi prema (2.15).

Za treći harmonik

$$\frac{f_{n3}}{f_{n1}} \frac{B_3}{B_1} = \frac{0,604}{0,950} \cdot 5 = 3,18 \%$$

Za peti harmonik

$$\frac{f_{n5}}{f_{n1}} \frac{B_5}{B_1} = \frac{0,162}{0,950} \cdot 3 = 0,512 \%$$

Postotak linijskog napona trećeg i petog harmonika.

Za treći harmonik = 0

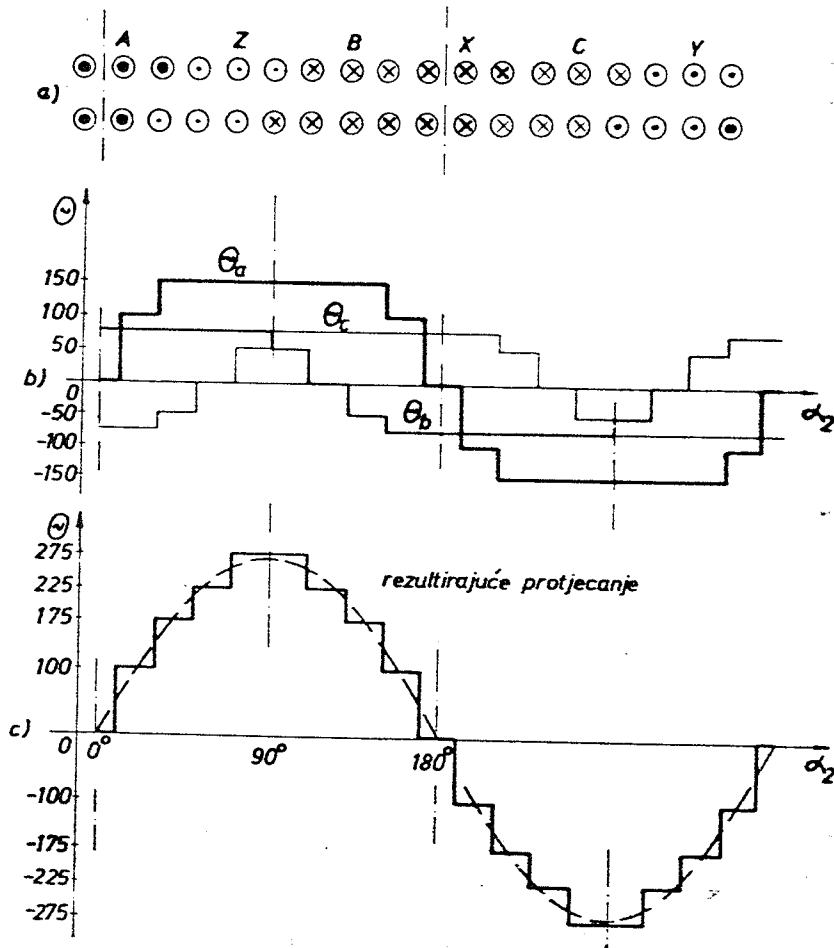
Za peti harmonik = 0,512 %

2.28. Dvopolni sinhroni generator s okruglim rotorom ima na statoru 18 utora i dvoslojni trofazni namot skraćen za jedan utor. Stroj ima 10 vodiča po utoru proticanih strujom amplitude 10 A, a svi vodiči jedne faze spojeni su serijski.

- Nacrtajte krivulju protjecanja pojedinih faza i krivulju rezultirajućeg protjecanja po obodu statora u času maksimalne vrijednosti struje u fazi a.
- Izračunajte prvi, treći i peti harmonik rezultirajućeg protjecanja.
- Izračunajte prvi, treći i peti harmonik protjecanja pojedinih faza.

R:

- Na sl. 2.94a prikazan je raspored vodiča pojedinih faza po obodu statora. Na sl. 2.94b prikazana su protjecanja pojedinih faza, a na sl. 2.94c rezultirajuće protjecanje.



SI. 2.94

b) Rezultirajuće protjecanje možemo prikazati u obliku reda

$$\theta = \theta_1 \sin \alpha_2 + \theta_3 \sin 3 \alpha_2 + \theta_5 \sin 5 \alpha_2 + \dots$$

gdje je prvi koeficijent Fourierovog reda

$$\theta_1 = \frac{4}{\pi} z_u I_2 \sqrt{2} \left( \int_{10^\circ}^{30^\circ} \sin \alpha_2 d\alpha_2 + \int_{30^\circ}^{50^\circ} 1,75 \sin \alpha_2 d\alpha_2 + \right.$$

$$\left. + \int_{50^\circ}^{70^\circ} 2,25 \sin \alpha_2 d\alpha_2 + \int_{70^\circ}^{90^\circ} 2,75 \sin \alpha_2 d\alpha_2 \right)$$

$$= \frac{4}{\pi} \cdot 10 \cdot 10 \cdot 2,121$$

$$= 270 \text{ [A]}$$

Amplitudu protjecanja prvog harmonika mogli bismo odrediti i drugim putem. Protjecanje trofaznog namota po jednom polu je:

$$\theta_1 = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{\pi} \cdot \frac{w}{2p} \cdot \frac{f_{n1}}{2p} I_2 \sqrt{2} \quad (2.16)$$

Broj zavoja po fazi  $w = 30$

Faktor namota osnovnog harmonika

$$f_{n1} = \frac{\sin(3 \cdot \frac{20^\circ}{2})}{3 \sin \frac{20^\circ}{2}} \sin(\frac{8}{9} \cdot 90^\circ) = 0,944$$

Amplituda prvog harmonika rezultirajućeg protjecanja

$$\theta_1 = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{\pi} \cdot \frac{30 \cdot 0,944}{2} \cdot 10 = 270 \text{ [A]}$$

Treći koeficijent Fourierovog reda je

$$\theta_3 = \frac{4}{\pi} z_u I_2 \sqrt{2} \left( \int_{10^\circ}^{30^\circ} \sin 3 \alpha_2 d\alpha_2 + 1,75 \int_{30^\circ}^{50^\circ} \sin 3 \alpha_2 d\alpha_2 + \right.$$

$$+ 2,25 \int_{50^{\circ}}^{70^{\circ}} \sin 3 \alpha_2 d\alpha_2 + 2,75 \int_{70^{\circ}}^{90^{\circ}} \sin 3 \alpha_2 d\alpha_2 = 0,$$

a peti

$$\theta_5 = \frac{4}{\pi} z_u I_2 \sqrt{2} \left( \int_{10^{\circ}}^{30^{\circ}} \sin 5 \alpha_2 d\alpha_2 + 1,75 \int_{30^{\circ}}^{50^{\circ}} \sin 5 \alpha_2 d\alpha_2 + \right.$$

$$\left. + 2,25 \int_{50^{\circ}}^{70^{\circ}} \sin 5 \alpha_2 d\alpha_2 + 2,75 \int_{70^{\circ}}^{90^{\circ}} \sin 5 \alpha_2 d\alpha_2 \right)$$

$$= \frac{4}{\pi} \cdot 10 \cdot 10 \cdot \frac{1}{5} \cdot 0,3155 = 8,02 \text{ |A|}$$

Analogno izrazu (2.16) možemo izračunati amplitudu petog harmonika protjecanja po jednom polu

$$\theta_5 = \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{w f_{n5}}{2p \cdot 5} I_2 \sqrt{2}$$

Faktor namota petog harmonika

$$f_{n5} = \frac{\sin 150^{\circ}}{3 \sin 50^{\circ}} \sin 400^{\circ} = 0,140$$

Amplituda protjecanja petog harmonika

$$\theta_5 = \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{30 \cdot 0,140}{2 \cdot 5} \cdot 10 = 8,02 \text{ |A|}$$

Amplitude protjecanja ostalih viših harmonika po jednom polu odredili bismo analogno, tj. prema izrazu

$$\theta_v = \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{w f_n}{2p v} I_2 \sqrt{2} \quad v = 1,5,7, \dots \quad (2.17)$$

Za rezultirajuće protjecanje u zračnom rasporu (obrotno protjecanje) možemo, dakle, pisati:

$$\theta = 270 \sin \alpha_2 + 8,02 \sin 5 \alpha_2 + \dots \quad (2.18)$$

c) Ako krivulju protjecanja faze a razvijemo u Fourierov red, slijede koeficijenti:

$$\theta_{1a} = 180 \text{ |A|}$$

$$\theta_{3a} = 26,7 \text{ |A|}$$

$$\theta_{5a} = 5,35 \text{ |A|}$$

Za protjecanje faze a možemo pisati:

$$\theta_a = 180 \sin \alpha_2 + 36,7 \sin 3 \alpha_2 + 5,35 \sin 5 \alpha_2 + \dots \quad (2.19)$$

Razvijanjem krivulje protjecanja faze b u Fourierov red dobivamo koeficijente

$$\theta_{1b} = -90 \text{ |A|}$$

$$\theta_{3b} = -18,35 \text{ |A|}$$

$$\theta_{5b} = -2,675 \text{ |A|}$$

Za protjecanje faze b možemo pisati :

$$\theta_b = -90 \sin(\alpha_2 - 120^{\circ}) - 18,35 \sin 3(\alpha_2 - 120^{\circ}) - 2,675 \sin 5(\alpha_2 - 120^{\circ}) - \dots \quad (2.20)$$

Analogno je za fazu c .

$$\theta_{1c} = -90 \text{ |A|}$$

$$\theta_{3c} = -18,35 \text{ |A|}$$

$$\theta_{5c} = -2,675 \text{ |A|}$$

Za protjecanje faze c možemo pisati:

$$\begin{aligned} \theta_c &= -90 \sin(\alpha_2 - 240^\circ) - 18,35 \sin 3(\alpha_2 - 240^\circ) \\ &\quad - 2,675 \sin 5(\alpha_2 - 240^\circ) - \dots \end{aligned} \quad (2.21)$$

Sumiranjem svih triju faznih protjecanja: (2.19), (2.20) i (2.21) treba da se dobije rezultirajuće protjecanje (2.18):

$$\begin{aligned} \theta_a + \theta_b + \theta_c &= 180 \sin \alpha_2 + 36,7 \sin 3\alpha_2 + 5,35 \sin 5\alpha_2 + \dots \\ &\quad - 90 \sin(\alpha_2 - 120^\circ) - 18,35 \sin 3(\alpha_2 - 120^\circ) - \\ &\quad - 2,675 \sin 5(\alpha_2 - 120^\circ) - \dots \\ &\quad - 90 \sin(\alpha_2 - 240^\circ) - 18,35 \sin 3(\alpha_2 - 240^\circ) - \\ &\quad - 2,675 \sin 5(\alpha_2 - 240^\circ) = \\ &= (180 + \frac{90}{2} + \frac{90}{2}) \sin \alpha_2 + (36,7 - 18,35 - \\ &\quad - 18,35) \sin 3\alpha_2 + (5,35 + \frac{2,675}{2} + \frac{2,675}{2}) \sin 5\alpha_2 + \dots \\ &= \frac{3}{2} (180 \sin \alpha_2 + 5,35 \sin 5\alpha_2 + \dots) \\ &= 270 \sin \alpha_2 + 8,02 \sin 5\alpha_2 + \dots \\ &= \frac{3}{2} \theta_{1a} \sin \alpha_2 + \frac{3}{2} \theta_{5a} \sin 5\alpha_2 + \dots \end{aligned}$$

Vidimo da je amplituda v-tog harmonika rezultirajućeg protjecanja 3/2 puta veća od amplitude v-tog harmonika protjecanja faze u kojoj je struja maksimalna. Zato amplitudu v-tog harmonika faznog protjecanja možemo izračunati prema izrazu

$$\theta_v = \frac{4}{\pi} \frac{w f_n}{2 v p} I_2 \cdot 2 \quad v = 1, 3, 5, 7, \dots \quad (2.22)$$

Na primjer

$$\theta_{1a} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{30 \cdot 0,944}{2} \cdot 10 = 180 \quad |A|$$

$$\theta_{1b} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{30 \cdot 0,944}{2} \cdot 5 = 90 \quad |A|$$

Takodjer vidimo da se os rezultirajućeg protjecanja poklapa s osi protjecanja one faze u kojoj je struja maksimalna.

Budući da se maksimalna struja javlja redom u fazama a, b, c, koje su međusobno prostorno pomaknute za 120°, to je rezultirajuće protjecanje obrtno protjecanje konstantne amplitude, a vrti se u onom smjeru kako slijede maksimumi faznih protjecanja.

To znači da se prostornom zamjenom dviju faza može obrnuti smjer vrtnje obrtnog (rezultirajućeg) protjecanja.

2.29. Trofazni sinhroni generator s okruglim rotorom 10.000 kVA, 10.500 V,  $\cos \phi = 0,8$ , 50 Hz, 3.000 o/min ima promjer provrta  $D = 0,77$  m, dužinu paketa 1,6 m i veličinu zračnog raspora 23 mm. Armaturni namot je dvoslojni s korakom 1-21. Stroj ima 48 utora sa 4 vodiča po utoru spojenih u seriju.

- Kolika je amplituda 1, 3, 5. i 7. harmonika protjecanja armaturnog namota za nazivno opterećenje?
- Koliki je induktivitet armaturnog namota po fazi što pripada toku koji daje osnovni harmonik indukcije u zračnom rasporu?
- Kolika je frekvencija napona inducirano u uzbudnom namotu od petog i sedmog harmonika protjecanja armaturnog namota?

R:

a) Broj zavoja po fazi

$$w = \frac{N z_u}{2m} = 32$$

Broj utora po polu i fazi  $q = 8$   
 Električki kut medju susjednim vektorima  $\alpha = 7,5^\circ$   
 Polni korak  $\tau = 24$   
 Faktor namota pojedinih harmonika je:

$$f_{n1} = \frac{\sin(\frac{20}{24} \cdot 90^\circ) \sin(8 \cdot \frac{7,5^\circ}{2})}{8 \sin(\frac{7,5^\circ}{2})} = 0,916$$

$$f_{n5} = \frac{\sin(5 \cdot \frac{20}{24} \cdot 90^\circ) \sin(5 \cdot 8 \cdot \frac{7,5^\circ}{2})}{8 \sin(5 \cdot \frac{7,5^\circ}{2})} = 0,0506$$

$$f_{n7} = \frac{\sin(7 \cdot \frac{20}{24} \cdot 90^\circ) \sin(7 \cdot 8 \cdot \frac{7,5^\circ}{2})}{8 \sin(7 \cdot \frac{7,5^\circ}{2})} = 0,0391$$

Efektivna vrijednost struje armaturnog namota

$$I_n = \frac{S_n}{\sqrt{3} U_n} = \frac{10000 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 10500} = 550 \text{ [A]}$$

Prema (2.17) protjecanje pojedinih harmonika po polu je:

$$\theta_1 = \frac{3 \cdot 4}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{32 \cdot 0,916}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot 550 = 21800 \text{ [A]}$$

Zbog prostorne raspodjele i vremenskog odnosa  $i_a + i_b + i_c = 0$ , mora biti  $\theta_3 = 0$ .

Dalje je

$$\theta_5 = \frac{3 \cdot 4}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{32 \cdot 0,0506}{2 \cdot 5} \cdot \sqrt{2} \cdot 550 = 241 \text{ [A]}$$

$$\theta_7 = \frac{3 \cdot 4}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{32 \cdot 0,0391}{2 \cdot 7} \cdot \sqrt{2} \cdot 550 = 132,5 \text{ [A]}$$

b) Jakost polja u zračnom rasporu

$$H_1 = \frac{\theta_1}{\delta}$$

Osnovni harmonik indukcije u zračnom rasporu

$$B_{1m} = \mu_0 \frac{\theta_1}{\delta}$$

Tok osnovnog harmonika po polu

$$\phi_1 = \frac{2}{\pi} \tau L B_{1m}$$

Ulančeni tok s jednom fazom

$$\Psi_1 = w f_{n1} \phi_1$$

Induktivitet po fazi armaturnog namota na glavnom magnetskom putu

$$L_{ad} = \frac{\Psi_1}{\sqrt{2} I_{ef}} = \frac{w f_{n1}}{\sqrt{2} I_{ef}} \frac{2}{\pi} \tau L \mu_0 \frac{\theta_1}{\delta}$$

$$= \frac{w f_{n1}}{\sqrt{2} I_{ef}} \frac{2}{\pi} \frac{D\pi}{2p} L \mu_0 \frac{1}{\delta} \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{w f_{n1}}{2p} \sqrt{2} I_{ef}$$

$$= \frac{3}{2} \frac{8}{\pi^2} \frac{D\pi}{2p} L \mu_0 \frac{(w f_{n1})^2}{2p} \frac{1}{\delta}$$

(2.23)

$$= \frac{3}{2} \cdot \frac{8}{\pi^2} \cdot \frac{0,77 \cdot \pi}{2} \cdot 1,6 \cdot 0,4 \cdot \pi \cdot 10^{-6} \cdot \frac{(32 \cdot 0,916)^2}{2} \cdot \frac{1}{23 \cdot 10^{-3}} =$$

$$= 0,0554 \text{ [H]}$$

U jediničnim vrijednostima je:

$$Z_B = \frac{U_{2n}}{I_{2n}} = \frac{10500}{\sqrt{3} \cdot 550} = 11,0 \text{ } |\Omega|$$

$$L_B = \frac{Z_B}{\omega_B} = \frac{11,0}{314} = 0,035 \text{ [H]}$$

$$L_{ad} = \frac{L_{ad} (H)}{L_B (H)} = \frac{0,0554}{0,035} = 1,582$$

Ako u jednađbi (2.23) uvrstimo za faktor namota prvog harmonika iznos koji slijedi iz pretpostavke konstantnog strujnog obloga

$$f_{n1} = \frac{\sin \frac{\pi}{6}}{\frac{\pi}{6}} = \frac{3}{\pi} = 0,955 ,$$

imamo:

$$\begin{aligned} L_{ad} &= \frac{3}{2} \frac{8}{\pi^2} \frac{D\pi}{2p} L \mu_0 \frac{w^2}{2p} \frac{9}{\pi^2} \frac{1}{\delta} \\ &= \frac{3}{2} \frac{8}{\pi^2} \frac{D\pi}{2p} L \mu_0 \frac{9}{\pi^2} \frac{1}{\delta} \frac{1}{2p} \left(\frac{z_u N}{6}\right)^2 \\ &= \frac{3}{2} \mu_0 \frac{D z_u^2 N^2 L}{p^2 2\pi^3 \delta} \end{aligned}$$

Ako su preostale dvije faze bez struje, induktivitet jedne faze manji je za 3/2, pa je ovaj iznos jednak iznosu koji smo dobili u zadatku 1.8 (vidi(1.45)).

c) Protjecanje petog harmonika vrti se u zračnom rasporu s

$$n_5 = \frac{3000}{5} = 600 \text{ |o/min|} ,$$

a sedmog s

$$n_7 = \frac{3000}{7} = 428 \text{ |o/min|} .$$

Peti harmonik vrti se u smjeru suprotnom smjeru vrtnje rotora odnosno smjeru vrtnje osnovnog harmonika, pa se prema rotoru vrti s

$$3000 + 600 = 3600 \text{ |o/min|} .$$

Sedmi harmonik vrti se u smjeru vrtnji rotora, pa se prema rotoru vrti

$$3000 - 428 = 2572 \text{ |o/min|} .$$

Frekvencija petog harmonika napona induciranog u uzbuđnom namotu je

$$f_5 = \frac{5 \cdot 3600}{60} = 300 \text{ |Hz|} ,$$

a sedmog

$$f_7 = \frac{7 \cdot 2572}{60} = 300 \text{ |Hz|} .$$

2.30. Izračunajte efektivnu vrijednost faznog napona trofaznog sinhronog generatora u praznom hođu frekvencije 50 Hz, 1000 o/min, čiji je dvoslojni namot, koraka  $y = 11$ , smješten u 72 utora sa po 16 vodiča po utori. Svi vodiči jedne faze spojeni su u seriju. Pretpostavite sinusni oblik indukcije u zračnom rasporu i tok po jednom polu od 0,09 Vs.

R:

Efektivna vrijednost osnovnog harmonika faznog napona je:

$$\begin{aligned} E &= z f_{n1} E_v \\ &= 4 f_0 f f_{n1} w \phi \end{aligned} \quad (2.24)$$

Broj utora po polu i fazi

$$q = 4$$

Prema tablici 2.1 je

$$f_{z1} = 0,958$$

Polni korak

$$\tau = 12$$

Tetivni faktor namota

$$f_{t1} = \sin\left(\frac{11}{12} \cdot \frac{\pi}{2}\right) = 0,991$$

Ukupni faktor namota	$f_{n1} = 0,950$
Broj zavoja po fazi	$w = 192$
Faktor oblika	$f_0 = \frac{\pi}{2 \cdot \sqrt{2}} = 1,11$
Inducirani napon	$E = 4 \cdot 1,11 \cdot 50 \cdot 0,950 \cdot 192 \cdot 0,09 = 3640 \text{ [V]}$

(2.31) Četveropolni trofazni sinhroni generator 50 Hz, spoj zvijezda ima 48 zavoja po fazi spojenih u seriju i tok po polu 0,1 Vs. Na stezaljkama generatora priključen je čisti omski potrošač otpora 10 Ω po fazi, koji je spojen u zvijezdu. Generator ima 48 utora i jednoslojni armaturni namot rasipne reaktancije 0,5 Ω po fazi. Izračunajte fazni napon na stezaljkama generatora uz pretpostavku sinusnog oblika indukcije u zračnom rasporu. Radni otpor armature uključen je u otpor potrošača.

R:

Napon na stezaljkama generatora jednak je naponu na potrošaču

$$\begin{aligned}
 U_2 &= I_2 R_V = \frac{E}{\sqrt{x_{2\sigma}^2 + R_V^2}} R_V \\
 &= \frac{4,44 f f_{n1} w \phi}{\sqrt{x_{2\sigma}^2 + R_V^2}} R_V \\
 &= \frac{4,44 \cdot 50 \cdot 0,958 \cdot 48 \cdot 0,1}{\sqrt{0,5^2 + 10^2}} \cdot 10 = 1020 \text{ [V]}
 \end{aligned}$$

2.32. Trofazni 6-polni sinhroni generator u spoju zvijezda ima 12 utora po polu i fazi i faktor namota osnovnog harmonika 0,925. U svakom utoru na statoru leže dvije strane svitaka, a svaki svitak ima po 4 zavoja. Uzbudni namot stvara sinusno rasporedjeni oblik indukcije u zračnom rasporu, tako da je tok po polu 0,0616 Vs. Generator se vrti konstantnom brzinom s 1000 o/min.

a) Izračunajte linijski napon na stezaljkama generatora u praznom hodu !

b) Ako generator opteretimo strujom 25 A tako da vektor struje zaostaje za 30° za vektorom napona rotora a uzbuda ostane nepromijenjena, koliki će obrtni moment razvijati pogonski stroj ako se gubici i zasićenje stroja mogu zanemariti ?

R:

a) Broj zavoja po fazi	$w = q p z_u = 288$
Frekvencija	$f = 50 \text{ Hz}$

Prema (2.24) inducirani napon je:

$$E_0 = \sqrt{3} \cdot 4,44 \cdot 50 \cdot 0,925 \cdot 288 \cdot 0,0616 = 6300 \text{ [V]}$$

b) Snaga generatora

$$\begin{aligned}
 P &= \sqrt{3} \cdot E_0 I_2 \cos \varphi (E_0, I_2) \\
 &= \sqrt{3} \cdot 6300 \cdot 25 \cos 30^\circ = 236.000 \text{ [W]}
 \end{aligned}$$

Moment pogonskog stroja

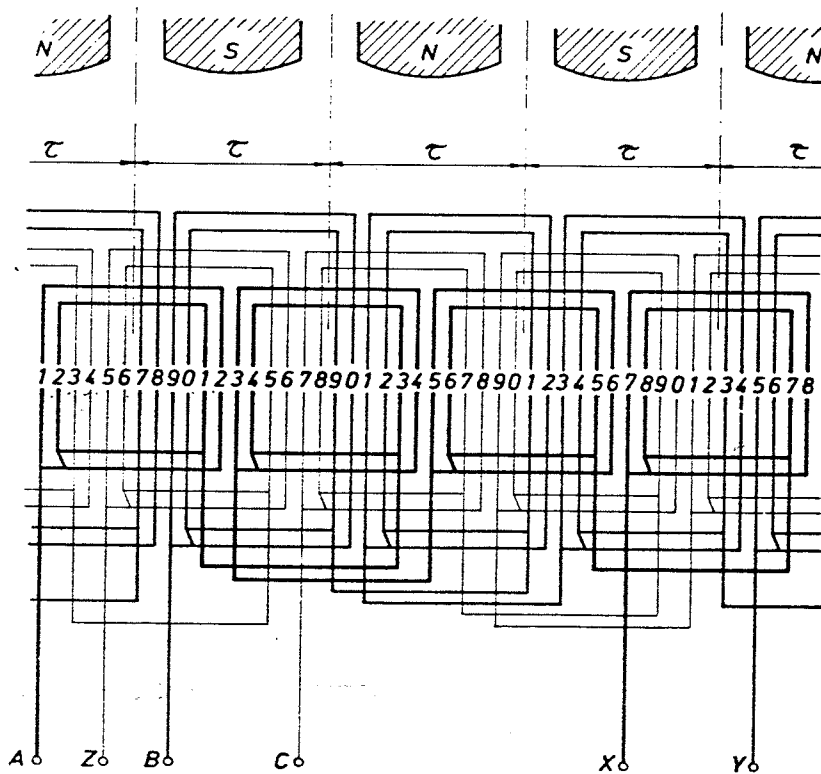
$$M = \frac{P}{\omega_{meh}} = \frac{P}{\omega_{el}} = \frac{3 \cdot 236.000}{314} = 2253 \text{ [Nm]}$$

2.6. ZADACI ZA RJEŠAVANJE

1. Za trofazni sinhroni stroj sa 4 pola i 48 utora potrebno je nacrtati shemu jednoslojnog troetažnog namota i izračunati faktore namota za 1, 5. i 7. harmonik.

R:

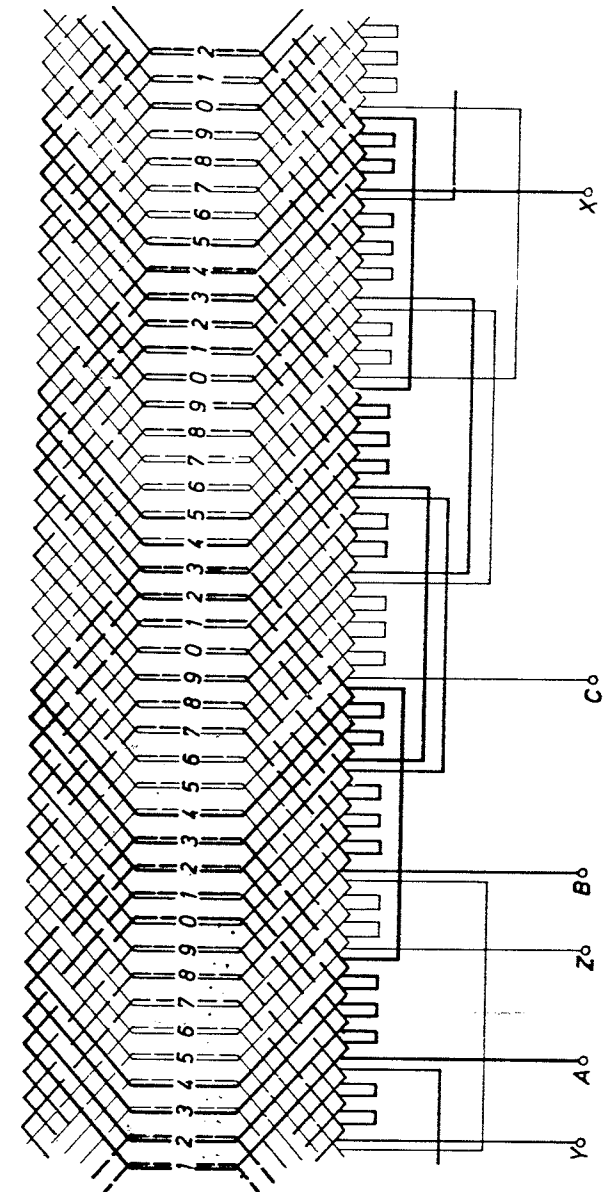
$$f_{n1} = 0,958 \quad , \quad f_{n5} = 0,205 \quad , \quad f_{n7} = 0,158$$



Sl. 2.95

2. Za trofazni sinhroni stroj sa 4 pola i 42 utora potrebno je nacrtati shemu dvoslojnog petljastog namota i izračunati faktore namota za 1, 5. i 7. harmonik.

R:

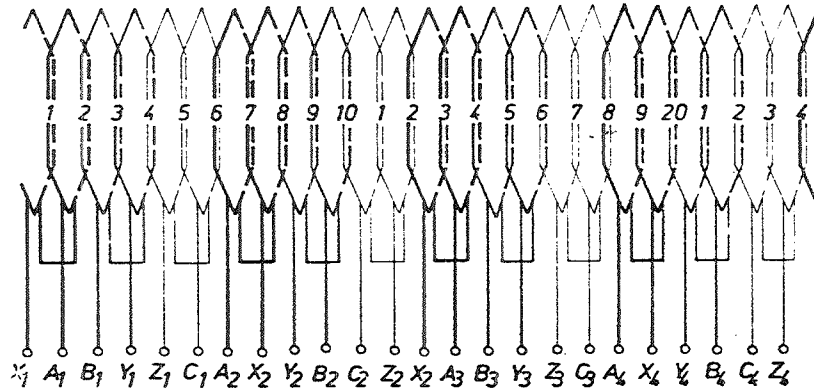


Sl. 2.96

$$f_{n1} = 0,93 ; f_{n5} = 0,086 ; f_{n7} = 0,000997$$

3. Za trofazni sinhroni stroj sa 20 polova i 24 utora potrebno je nacrtati shemu dvoslojnog petljastog namota s maksimalnim brojem paralelnih grana i izracunati faktore namota za 1, 5. i 7. harmonik.

R:



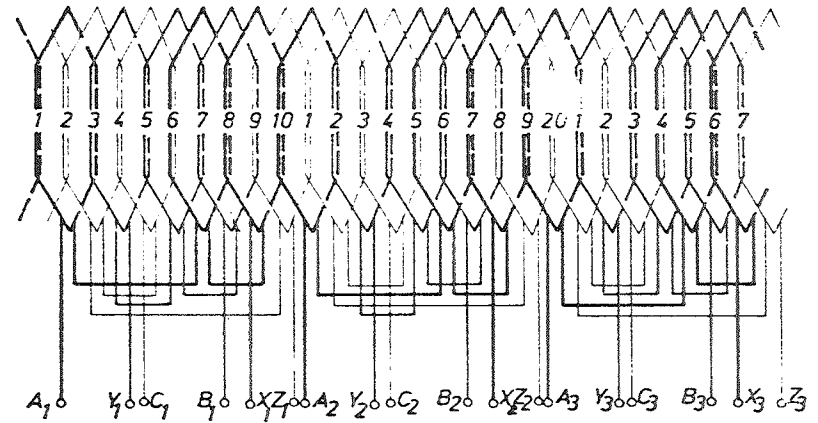
Sl. 2.97

$$f_{n1} = 0,932 , f_{n5} = 0,0672 , f_{n7} = 0,0672$$

4. Za trofazni sinhroni stroj sa 12 polova i 27 utora potrebno je nacrtati shemu dvoslojnog petljastog namota s maksimalnim brojem paralelnih grana i izracunati faktore namota za 1, 5. i 7. harmonik.

R:

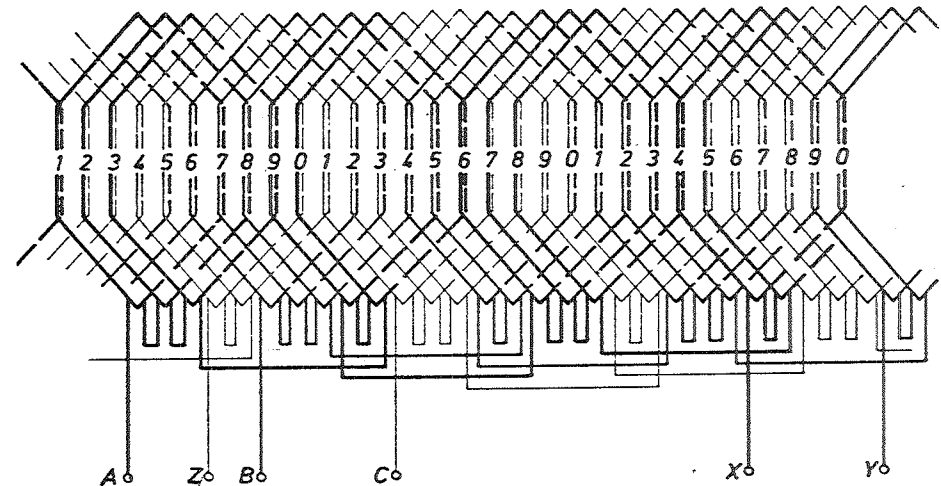
$$f_{n1} = 0,943 , f_{n5} = 0,14 , f_{n7} = 0,53$$



Sl. 2.98

5. Za trofazni sinhroni stroj sa 4 pola i 30 utora potrebno je nacrtati shemu dvoslojnog petljastog namota, tako da se postigne najmanji mogući faktor namota za peti harmonik i izracunati faktore namota za 1, 5. i 7. harmonik.

R:

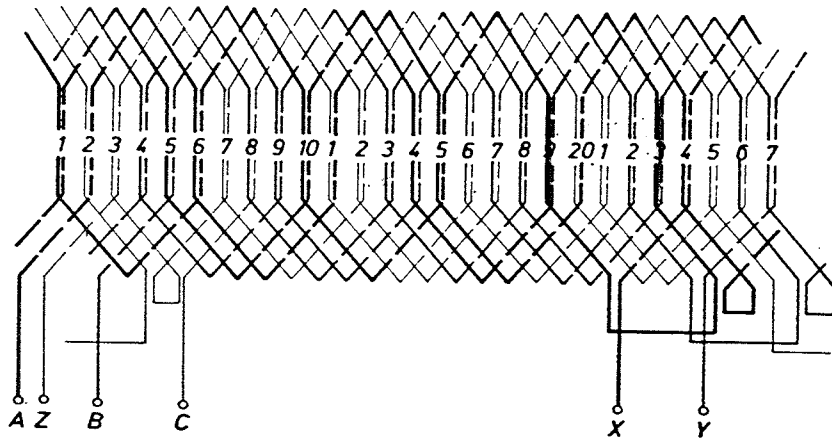


Sl. 2.99

$$f_{n1} = 0,91 \quad , \quad f_{n5} = 0 \quad , \quad f_{n7} = 0,0854$$

6. Za trofazni sinhroni stroj sa 27 utora i 6 polova potrebno je nacrtati shemu dvoslojnog valovitog namota i izračunati faktore namota za 1, 5. i 7. harmonik.

R:



Sl. 100

$$f_{n1} = 0,945 \quad , \quad f_{n5} = 0,167 \quad , \quad f_{n7} = 0,0606$$

7. Rezultirajući tok u zračnom rasporu 16-polnog trofaznog generatora iznosi  $6 \cdot 10^{-2}$  Vs po polu. Stator ima 2 utora po polu i fazi i 4 vodiča po utoru smještena u dva sloja. Korak svitka iznosi  $150^\circ$  el. Odredite induciranu e.m.s. u svakoj fazi pri 375 o/min. Generator ima sinusni oblik indukcije u zračnom rasporu.

R: 795 |V| .

8. Jednofazni generator sa 2p polova i svim ispunjenim utorima ima veliki broj utora po polu S, a u svakom utoru nalazi se jedan vodič. Ako efektivna vrijednost inducirane e.m.s. u svakom vodiču iznosi 10 V, koliki je ukupni inducirani napon ?

$$R: \frac{20}{\pi} 2p S |V| .$$

9. Trofazni sinhroni stroj 2000 kVA, 11000 V ima dvoslojni dijametralni namot sa šest utora po polu i 2 vodiča po utoru. Izračunajte protjecanje armature po polu pri nazivnom opterećenju ?

$$R: 549 |A| .$$

10. Riješite zadatak 2.28 i na ovaj način: nacrtajte protjecanje svakog svitka faze a. Ta protjecanja razvijte u harmonijski red. v-ti harmonik protjecanja pojedinog svitka prikažite odgovarajućim vektorom amplitude

$$\frac{4}{v\pi} \frac{z_u I_2 \sqrt{2}}{4} .$$

Pomoću tih vektora odredite amplitudu faznog protjecanja v-tog harmonika. Ona iznosi:

$$\theta_v = \frac{4}{\pi} \frac{w_2 f_{nv} I_2 \sqrt{2}}{2 v}$$

Isti rezultat dobili bismo tako da zbrojimo sva protjecanja pojedinih svitaka, pa ukupno protjecanje razvijemo u harmonijski red.

$$\theta_v = \frac{4}{\pi} \int_0^{T/4} \theta(\alpha_2) \sin(v \alpha_2) d\alpha_2 .$$

### 3. VEKTORSKA SLIKA SINHRONOG STROJA

Kada sinhroni stroj prikazujemo vektorskom slikom, smatrat ćemo da se radi o nezasićenom sinhronom stroju. Iako je stroj stvarno manje ili više magnetski zasićen pa ovakvo prikazivanje sinhronog stroja unosi određenu netočnost, odnosi i utjecaj pojedinih veličina ostaju pri tom sačuvani. Na toj osnovi se zadaju reaktancije generatora, tj. zadane reaktancije generatora su nezasićene reaktancije. To je u praksi usvojeno jer zasićene reaktancije ne mogu biti jednoznačno određene. Osim toga, reaktancije sinhronog stroja redovito zadajemo u relativnim vrijednostima (r.v.) ili u postocima, pri čemu je bazna vrijednost

$$x_B = z_B = \frac{U_B}{I_B} = \frac{U_{2n}}{\sqrt{3} I_{2n}} \quad (3.1)$$

gdje je  $U_{2n}$  linijski (medjufazni) napon generatora. I ostale elektromagnetske veličine i parametre stroja često izražavamo u relativnim vrijednostima. Tako je

napon generatora  $u_2 = \frac{U_2}{U_{2B}} = \frac{U_2}{U_{2n}} \quad (3.2)$

struja opterećenja  $i_2 = \frac{I_2}{I_{2B}} = \frac{I_2}{I_{2n}} \quad (3.3)$

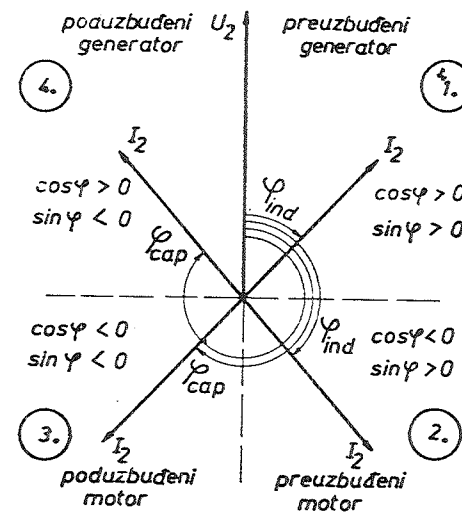
snaga opterećenja  $s = \frac{S}{S_B} = \frac{S}{S_n} \quad (3.4)$

struja uzbude  $i_1 = \frac{I_1}{I_{10}} \quad (3.5)$

otpor armature  $r_2 = \frac{R_2}{Z_B} \quad (3.6)$

Ako drugačije nije naznačeno, armaturni namot sinhronog stroja nalazi se na statoru, a uzbuđni na rotoru; armaturni namot je trofazni namot u spoju zvijezda sa zanemarivim radnim otporom; napon armature je linijski napon, a faktor snage odnosi se na

preuzbuđjeni stroj. Stroj je priključen na mrežu nazivnog napona i frekvencije. Položaj vektora struje opterećenja prema naponu generatora za pojedina pogonska stanja sinhronog stroja prikazan je na slici 3.1.



Sl. 3.1

Prema tome, pri induktivnom faktoru snage (njega nećemo posebno označavati) sinhroni generator i sinhroni motor daju induktivnu jalovu snagu u mrežu (preuzbuđjeni sinhroni stroj,  $\sin \phi > 0$ ), a pri kapacitivnom faktoru snage (cap.) sinhroni stroj daje kapacitivnu jalovu snagu u mrežu, odnosno uzima iz mreže induktivnu jalovu snagu, pa je  $\sin \phi < 0$ . Isto tako, sinhroni generator daje u mrežu radnu snagu  $\cos \phi > 0$ , a sinhroni motor je uzima iz mreže pa je  $\cos \phi < 0$ .

3.1 SINHRONI GENERATOR S OKRUGLIM ROTOROM

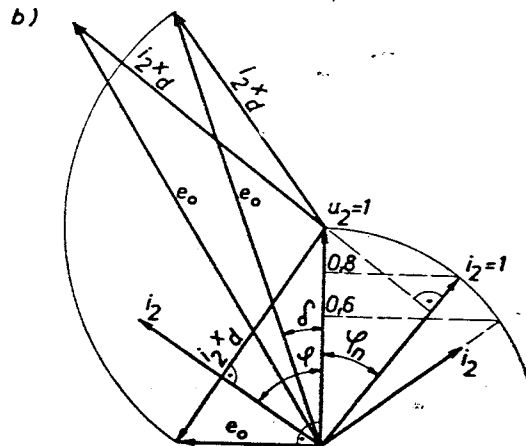
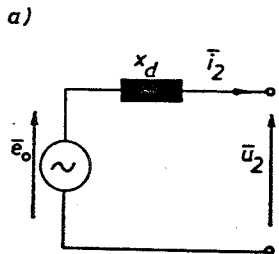
3.1 Turbogenerator 10 MVA, 3000 o/min sinhrone reaktancije  $x_d = 150\%$  ( $x_d = 1,5$  r.v.) radi na krutu mrežu nazivnog napona s faktorom snage  $\cos \phi = 0,8$ . Odredite:

- uzbudu za nazivno opterećenje
- uzbudu za opterećenje 8 MVA i  $\cos \phi = 0,6$
- faktor snage i najmanju uzbudu kada generator daje u mrežu 8 MVA.

Uzmite da je uzbuda u praznom hodu  $i_{10} = 100\%$  ( $i_{10} = 1,0$  r.v.)

R:

a)



Sl. 3.2

Na sl. 3.2 dan je generatorski prikaz ekvivalentne sheme i pripadni vektorski dijagram.

Napon rotora (napon polnog kotača)

$$e_0 = \sqrt{(u_2 + i_2 x_d \sin \phi_n)^2 + (i_2 x_d \cos \phi_n)^2}$$

$$= \sqrt{(1 + 1,5 \cdot 0,6)^2 + (1,5 \cdot 0,8)^2} = 2,25$$

(3.7)

Budući da je u praznom hodu  $e_0 = u_2 = i_{10} = 100\%$ , to je pri nazivnom opterećenju  $i_1 = 225\%$ .

b) Prema (3.7) je:

$$e_0 = \sqrt{(1 + 0,8 \cdot 1,5 \cdot 0,8)^2 + (0,8 \cdot 1,5 \cdot 0,6)^2} = 2,09$$

Za 80% opterećenja potrebna uzbuda iznosi 209% uzbude praznog hoda.

c) Prema sl. 3.2

$$e_0 = \sqrt{(i_2 x_d)^2 - u_2^2} = \sqrt{(0,8 \cdot 1,5)^2 - 1} = 0,663$$

Najmanja uzbuda za 80% opterećenja iznosi dakle 66,3% uzbude praznog hoda.

Faktor snage

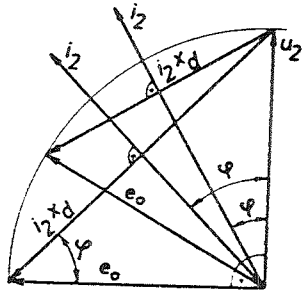
$$\cos \phi = \frac{e_0}{i_2 x_d} = \frac{0,663}{0,8 \cdot 1,5} = 0,552 \text{ cap.}$$

3.2 Turbogenerator 16 MVA, 3000 o/min,  $x_d = 100\%$  ( $x_d = 1,0$  r.v.) u praznom hodu uzbudjen je na nazivni napon. Odredite:

- uz koji  $\cos \phi$  možemo opteretiti ovaj generator sa 16 MVA bez promjene uzbude i napona,
- koliko je najveće opterećenje i njegov faktor snage  $\cos \phi$  za istu uzbudu i isti napon.

R:

Vektorska slika za nazivni teret i uzbudu praznog hoda prikazana je na sl. 3.3.



Sl. 3.3

- a) Budući da je  $e_0 = u_2 = i_2 x_d = 100\%$ , to je  $\phi = 30^\circ$   
 $\cos \phi = 0,866$  cap.
- b) Pri najvećem opterećenju kut opterećenja (kut između napona i mreže  $u_2$  i napona rotora  $e_0$ ) iznosi  $\delta = 90^\circ$  el.  
 Prema sl. 3.3 je

$$i_2 x_d = \sqrt{u_2^2 + e_0^2} = \sqrt{2}$$

$$i_2 = \frac{\sqrt{2}}{x_d} = \sqrt{2}$$

Budući da je napon mreže konstantan, to je relativna vrijednost snage jednaka relativnoj vrijednosti struje  $i_2$ .

U apsolutnim vrijednostima je

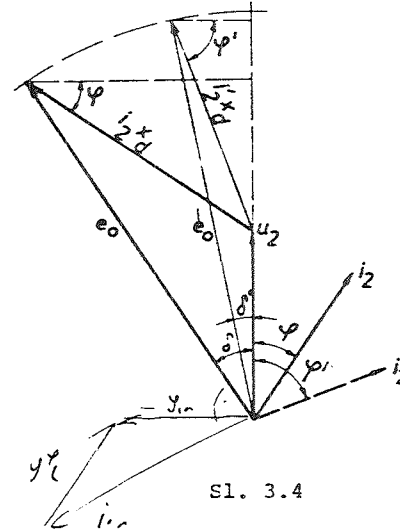
$$S_{\max} = s_{\max} S_n = i_2 S_n = 1,41 \cdot 16 = 22,6 \quad [\text{MVA}]$$

Faktor snage

$$\cos \phi = \frac{e_0}{i_2 x_d} = \frac{1}{1,41} = 0,707 \text{ cap.}$$

3.3. Turbogenerator 1000 kVA, 3000 o/min,  $\cos \phi = 0,8$ ,  $x_d = 2,5 \Omega$  28  
 priključen je na krutu mrežu nazivnog napona i nazivno je opterećen. Koliku snagu možemo dobiti iz ovog generatora uz nepromijenjenu uzbudu i  $\cos \phi = 0,4$  ?

R:



Sl. 3.4

Prema vektorskoj slici 3.4 je:

$$(u_2 + i_2 x_d \sin \phi)^2 + (i_2 x_d \cos \phi)^2 =$$

$$= (u_2 + i_2' x_d \sin \phi')^2 + (i_2' x_d \cos \phi')^2.$$

Slijedi:

$$x_d^2 i_2'^2 + 2 u_2 x_d \sin \phi' i_2' - (i_2^2 x_d^2 + 2 u_2 i_2 x_d \sin \phi) = 0 \quad (3.8)$$

$$2^2 i_2'^2 + 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 0,917 i_2' - (1^2 \cdot 2^2 + 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 0,6) = 0$$

Usvajamo samo pozitivno rješenje

$$i_2' = 0,892$$

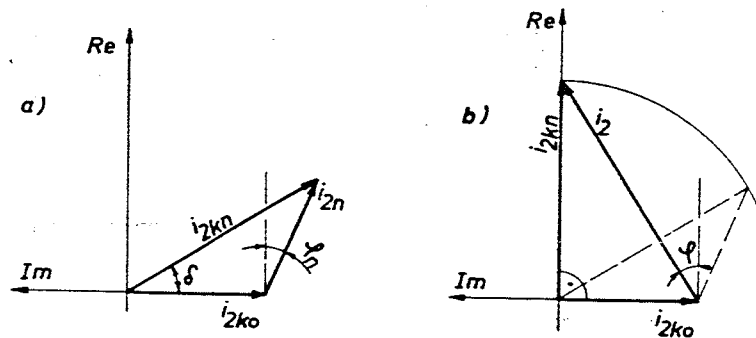
Snaga koju generator daje u mrežu

$$S' = 0,892 S_n = 0,892 \cdot 1000 = 892 \text{ [kVA]}$$

3.4. Sinhroni generator s okruglim rotorom, zanemarenim gubicima i rasipanjem statora pri nazivnom opterećenju i faktoru snage  $\cos \phi = 0,8$ . daje u mrežu 100 kW. Relativna vrijednost struje uzbuđe reducirane na armaturni namot dvostruko je veća od relativne vrijednosti struje armature. Odredite relativnu vrijednost sinhronne reaktancije i maksimalnu snagu generatora u slučaju konstantne struje uzbuđe i konstantnog napona mreže.

R:

Ako naponski dijagram sinhronog generatora podijelimo sa  $j X_d I_{2n}$ , dolazimo do strujnog dijagrama u relativnim vrijednostima (Sl. 3.5).



Sl. 3.5

$$i_{2ko} = \frac{I_{2ko}}{I_{2n}} = \frac{U_{2n}}{X_d I_{2n}} = \frac{1}{\frac{X_d I_{2n}}{U_{2n}}} = \frac{1}{x_d}$$

$i_{2ko}$  - struja kratkog spoja uz uzbuđu koja u praznom hodu daje nazivni napon na stezaljkama generatora.

$$\frac{E_o}{X_d I_{2n}} = \frac{I_{2kn}}{I_{2n}} = i_{2kn}$$

$i_{2kn}$  - struja kratkog spoja uz uzbuđu nazivnog opterećenja. Ova struja jednaka je nazivnoj uzbuđnoj struji reduciranoj na armaturni namot

$$\frac{E_o}{X_d I_{2n}} = \frac{X_d I_{1n}}{X_d I_{2n}} = i_{1n} = i_{2kn}$$

Prema sl. 3.5a je

$$\bar{i}_{2kn} = -j i_{2ko} + e^{-j\phi_n} = -j i_{2ko} + 0,8 - j 0,6$$

$$i_{2kn}^2 = 0,8^2 + (0,6 + i_{2ko})^2 = 4$$

Odatle je  $i_{2ko} = 1,233$

Relativna vrijednost sinhronne reaktancije

$$x_d = \frac{1}{i_{2ko}} = \frac{1}{1,233} = 0,81$$

Zbog zanemarenog rasipanja i zasićenja, sinhronoj reaktanciji pripada samo magnetski otpor zračnog raspora, pa je ona jednaka reaktanciji zračnog raspora. Maksimalna radna snaga generatora

$$P_{\max} = S_n \frac{1}{\sin \delta_n} = \frac{100}{0,4} = 250 \text{ [kW]}$$

Struja armaturnog namota prema sl. 3.5b je:

$$\bar{I}_2 = 2 - j 1,233 = 2,35 \angle 31,9^\circ$$

Faktor snage

$$\cos \phi = \frac{i_{1n}}{i_2} = \frac{2}{2,35} = 0,85 \text{ cap.}$$

Vidimo da se promjenom kuta opterećenja jalova komponenta struje mijenja po predznaku i iznosu, a radna komponenta samo po iznosu. Generator iz induktivnog prelazi u kapacitivno područje rada, što znači da iz mreže uzima jalovu snagu potrebnu za magnetiziranje magnetskog kruga.

3.5. Turbogenerator 1000 kVA, 3000 o/min,  $\cos \phi = 0,8$ ,  $x_d = 100 \%$  priključen na krutu mrežu nazivnog napona nazivno je opterećen. Ako se dovod pare turbini smanji za 20 %, a uzbuda ostane nepromijenjena, koliku će snagu generator davati u mrežu i uz koji  $\cos \phi$  ?

R:

Radna snaga generatora smanjit će se za 20 %.

$$i_2' \cos \phi' = 0,8 i_2 \cos \phi = 0,64 \quad (3.9)$$

Prema (3.8) je:

$$x_d^2 i_2'^2 + 2 u_2 x_d \sin \phi' i_2' -$$

$$-(i_2^2 x_d^2 + 2 u_2 i_2 x_d \sin \phi) = 0$$

$$i_2'^2 + 2 i_2' \sin \phi' - 2,2 = 0 \quad (3.10)$$

Prema (3.9) je

$$i_2' \sin \phi' = \sqrt{i_2'^2 - 0,64^2}$$

Supstitucijom u (3.10) dobivamo:

$$i_2'^2 + 2 \sqrt{i_2'^2 - 0,64^2} - 2,2 = 0 \quad (3.11)$$

$$i_2'^2 - 0,64^2 = z^2 \quad (3.12)$$

$$z^2 + 0,64^2 + 2z - 2,2 = 0 \quad (3.13)$$

Usvajamo pozitivno rješenje  $z = 0,669$

Prema (3.12) je  $i_2' = 0,925$

a prema (3.9)  $\cos \phi' = 0,691$

Snaga generatora

$$S' = 0,925 \cdot 1000 = 925 \text{ [kVA]}$$

isto bismo dobili i nešto drukčijim putem.

Prema (3.7) je

$$e_o = \sqrt{(1 + 0,6)^2 + 0,8^2} = 1,789$$

Prema sl. 3.4 je

$$\sin \delta = \frac{i_2 x_d \cos \phi}{e_o} = \frac{0,8}{1,789} = 0,4475$$

Pošto se je radna snaga smanjila za 20 % možemo pisati:

$$0,8 \frac{u_2 e_o}{x_d} \sin \delta = \frac{u_2 e_o}{x_d} \sin \delta'$$

odakle je

$$\sin \delta' = 0,8 \sin \delta = 0,358$$

$$\cos \delta' = 0,934$$

Prema sl. 3.4 je takodjer

$$e_o \sin \delta' = i_2' x_d \cos \phi' \quad (3.14)$$

$$e_o \cos \delta' = i_2' x_d \sin \phi' + u_2 \quad (3.15)$$

Prema (3.14) i (3.15) je

$$\operatorname{tg} \phi' = \frac{e_o \cos \delta' - u_2}{e_o \sin \delta'} \quad (3.16)$$

$$= \frac{1,789 \cdot 0,934 - 1}{1,789 \cdot 0,358} = 1,046$$

$$\cos \phi' = 0,708$$

Prema (3.14) je

$$i_2' = 0,925$$

3.6. Turbogenerator 10.000 kVA, 3000 o/min,  $\cos \phi = 0,8$ ,  $x_d = 150 \%$  priključen je na krutu mrežu nazivnog napona i nazivno je opterećen. U slučaju da se uzbuđna struja ovog generatora smanji za 20 %, potrebno je izračunati struju armaturnog namota, faktor snage, radnu i jalovu snagu generatora.

R:

Prema (3.7), odnosno prema zadatku 3.1 je:

$$e_o = 2,25$$

$$e_o' = 0,8 e_o = 1,797$$

Prema (3.14) je

$$\sin \delta = 0,534$$

Budući da je punjenje turbine ostalo nepromijenjeno, to je i radna snaga ostala nepromijenjena

$$\frac{e_o' u_2}{x_d} \sin \delta' = \frac{e_o u_2}{x_d} \sin \delta$$

odakle je

$$\sin \delta' = 0,668$$

$$\cos \delta' = 0,743$$

Pad napona na sinhronoj reaktanciji možemo odrediti prema slici 3.4

$$i_2' x_d = \sqrt{e_o'^2 + u_2^2 - 2 e_o' u_2 \cos \delta'} \quad (3.17)$$
$$= 1,245$$

odakle je

$$i_2' = 0,83$$

Faktor snage možemo odrediti na ovaj način:

$$s' \cos \phi' = s \cos \phi$$

$$s' = s$$

$$\cos \phi' = \frac{s}{s'} \cdot \cos \phi = \frac{1}{1,2} \cos \phi = 0,964$$

Radna snaga

$$P = p' S_n = i_2' \cos \phi' S_n = 0,83 \cdot 0,964 \cdot 10.000 = 8000 \text{ |kW|}$$

Jalova snaga:

$$\sin \phi' = 0,266$$

$$q' = s' \sin \phi' = i_2' \sin \phi' = 0,221$$

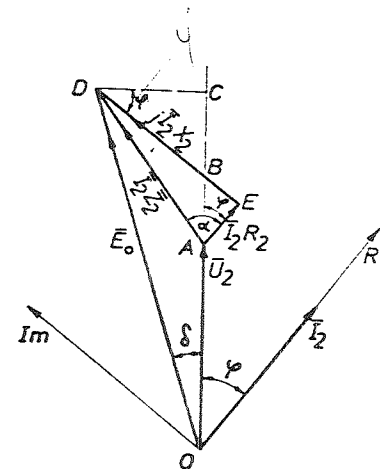
$$Q' = 0,221 \cdot 10.000 = 2210 \text{ |kVar|}$$

Vidimo da se promjenom uzbude radna snaga nije promijenila. To dokazuje da je ovaj račun točan. Za 20 % nižu uzbudu jalova snaga jako se smanjila, od 6000 kVar na 2210 kVar.

3.7. Sinhroni generator s okruglim rotorom 1500 kVA, 6,6 kV,  $\cos \phi = 0,8$  u spoju zvijezda ima sinhronu impedanciju  $0,4 + j 6 \Omega$  po fazi. Potrebno je izračunati radnu snagu, jalovu snagu faktor snage i struju statora pri nazivnom naponu na stezaljkama namotaja statora 6,6 kV, nazivnoj vrijednosti uzbudne struje i kutu opterećenja dvostruko većem od vrijednosti koja odgovara nazivnom opterećenju?

R:

Zadatak rješavamo prema vektorskoj slici 3.6. Ona prikazuje fazne vrijednosti napona i padova napona.



Sl. 3.6

$$E_0 \sin \delta = I_2 Z_2 \cos (90 - \alpha + \phi) \quad (3.18)$$

$$E_0 \cos \delta = U_2 + I_2 Z_2 \sin (90 - \alpha + \phi) \quad (3.19)$$

Prema (3.18) je

$$\begin{aligned} E_0 \sin \delta &= I_2 Z_2 \sin(\alpha - \phi) \\ &= I_2 Z_2 (\sin \alpha \cos \phi - \cos \alpha \sin \phi) \end{aligned}$$

$$I_2 Z_2 \sin \phi = I_2 Z_2 \operatorname{tg} \alpha \cos \phi - E_0 \frac{\sin \delta}{\cos \alpha} \quad (3.20)$$

Prema (3.19) je

$$\begin{aligned} E_0 \cos \delta &= U_2 + I_2 Z_2 \cos(\alpha - \phi) \\ &= U_2 + I_2 Z_2 (\cos \alpha \cos \phi + \sin \alpha \sin \phi) \end{aligned} \quad (3.21)$$

Zamjenom

$I_2 Z_2 \sin \phi$  prema (3.20) slijedi:

$$E_0 \cos \delta = U_2 \cos \alpha \cos \phi + I_2 Z_2 \cos \alpha \cos \phi + I_2 Z_2 \sin \alpha \operatorname{tg} \alpha \cos \phi - \sin \alpha E_0 \frac{\sin \delta}{\cos \alpha}$$

$$E_0 \cos \delta \cos \alpha = U_2 \cos \alpha + I_2 Z_2 \cos^2 \alpha \cos \phi + I_2 Z_2 \sin^2 \alpha \cos \phi - E_0 \sin \alpha \sin \delta$$

$$I_2 Z_2 \cos \phi = E_0 (\cos \delta \cos \alpha + \sin \delta \sin \alpha) - U_2 \cos \alpha$$

$$I_2 \cos \phi = \frac{E_0}{Z_2} \cos(\alpha - \delta) - \frac{U_2}{Z_2} \cos \alpha \quad (3.22)$$

Pudući da je radna snaga na izlazu

$$P = 3 U_2 I_2 \cos \phi,$$

to je prema (3.22)

$$P = \frac{3 U_2 E_0}{Z_2} \cos(\alpha - \delta) - \frac{3 U_2^2}{Z_2} \cos \alpha \quad (3.23)$$

U ovom primjeru je

$$\bar{Z}_2 = 0,4 + j 6 = 6,02 \angle 86,2^\circ$$

$$\alpha = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{6}{0,4} = 86,2^\circ$$

$$I_2 = \frac{1500}{\sqrt{3} \cdot 6,6} = 131 \text{ [A]}$$

$$I_2 R_2 = 131 \cdot 0,4 = 52,4 \text{ [V]} \text{ po fazi}$$

$$I_2 X_2 = 131 \cdot 6 = 786 \text{ [V]} \text{ po fazi. } y$$

Postavimo struju statora u referentnu os. Fazni napon generatora je

$$\bar{U}_2 = \frac{6600}{\sqrt{3}} (0,8 + j 0,6) = 3048 + j 2286 \text{ [V]}$$

Fazni napon rotora

$$\begin{aligned} \bar{E}_0 &= \bar{U}_2 + \bar{I}_2 \bar{Z}_2 \\ &= 3048 + j 2286 + 52,4 + j 789 \\ &= 3100,4 + j 3072 \end{aligned}$$

$$E_0 = 4343 \text{ [V]}$$

Prema slici (3.6) je

$$\overline{AB} = \frac{52,4}{0,8} = 65,5$$

$$\overline{BE} = 65,5 \cdot 0,6 = 39,3$$

$$\overline{DB} = 786 - 39,3 = 746,7$$

$$\overline{DC} = 746,7 \cdot 0,8 = 597$$

$$\sin \delta = \frac{\overline{DC}}{\overline{OD}} = \frac{597}{4343} = 0,1374$$

$$\delta = 7,9^\circ$$

$$\delta' = 15,8^\circ$$

$$P = \frac{3 \cdot 3810 \cdot 4343 \cdot 10^{-3}}{6,02} \cos(86,2^\circ - 15,8^\circ) -$$

$$- \frac{3 \cdot 3810^2 \cdot 10^{-3}}{6,02} \cos 86,2^\circ = 2744 - 458$$

$$= 2286 \text{ kW}$$

Snaga na izlazu iz generatora jednaka je snazi kroz zračni raspored umanjenoj za gubitke u bakru armature.

Jalovu snagu možemo odrediti prema (3.20) i (3.21).

Prema (3.21) imamo:

$$I_2 Z_2 \cos \phi = \frac{E_0 \cos \delta - U_2 - I_2 Z_2 \sin \alpha \sin \phi}{\cos \alpha}$$

uvrštenjem u (3.20) slijedi

$$I_2 Z_2 \sin \phi = E_0 \sin(\alpha - \delta) - U_2 \sin \alpha$$

$$I_2 \sin \phi = \frac{E_0}{Z_2} \sin(\alpha - \delta) - \frac{U_2}{Z_2} \sin \alpha$$

Jalova snaga

$$Q = 3 U_2 I_2 \sin \phi$$

$$= \frac{3 U_2 E_0}{Z_2} \sin(\alpha - \delta) - \frac{3 U_2^2}{Z_2} \sin \alpha \quad (3.24)$$

$$Q = \frac{3 \cdot 3810 \cdot 4343 \cdot 10^{-3}}{6,02} \sin(86,2^\circ - 15,8^\circ) -$$

$$- \frac{3 \cdot 3810^2 \cdot 10^{-3}}{6,02} \sin 86,2^\circ$$

$$= 664,5 \text{ kVAR}$$

Za dvostruku vrijednost kuta opterećenja radna snaga porasla je od 1280 kW na 2286 kW a jalova snaga je opala od 900 kVAR na 664,5 kVAR.

Prividna snaga

$$S = 2380 \text{ kVA}$$

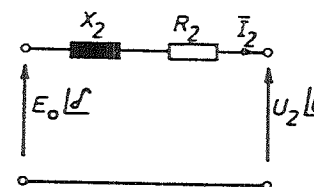
Struja statora

$$I_2 = \frac{2380}{\sqrt{3} \cdot 6,6} = 208 \text{ A}$$

Faktor snage

$$\cos \phi = \frac{2286}{2380} = 0,961$$

Ovaj zadatak mogli bisno riješiti i uz pomoć ekvivalentne sheme sinhronog stroja s okruglim rotorom. Na sl. 3.7 dan je generator-ski prikaz ekvivalentne sheme.



Sl. 3.7

Sinhrona impedancija

$$\bar{Z}_2 = R_2 + j X_2 = Z_2 \angle \alpha$$

$$\alpha = \arctg \frac{X_2}{R_2}$$

Napon rotora

$$E_0 \angle \delta = \bar{U}_2 + \bar{I}_2 Z_2 \angle \alpha$$

Struja statora

$$\bar{I}_2 = \frac{E_0}{z_2} \angle \delta - \alpha - \frac{U_2}{z_2} \angle -\alpha$$

Snaga stroja

$$\begin{aligned} \bar{S} &= 3 \bar{U}_2 \bar{I}_2^* \\ &= \frac{3 U_2 E_0}{z_2} \angle \alpha - \delta - \frac{3 U_2^2}{z_2} \angle \alpha \end{aligned}$$

Radna snaga

$$P = \text{Re}(\bar{S})$$

$$P = \frac{3 U_2 E_0}{z_2} \cos(\alpha - \delta) - \frac{3 U_2^2}{z_2} \cos \alpha$$

Jalova snaga

$$Q = \text{Im}(\bar{S})$$

$$Q = \frac{3 U_2 E_0}{z_2} \sin(\alpha - \delta) - \frac{3 U_2^2}{z_2} \sin \alpha$$

Uz  $R_2 = 0$

$$\alpha = \frac{\pi}{2}$$

$$P = \frac{3 U_2 E_0}{x_2} \sin \delta \quad (3.25)$$

$$Q = \frac{3 U_2 E_0}{x_2} \cos \delta - \frac{3 U_2^2}{x_2} \quad (3.26)$$

3.8. Sinhroni generator s okruglim rotorom uz uzбудnu struju nazivnog opterećenja radi s nazivnim naponom na granici statičke stabilnosti. Sinhrona impedancija po fazi iznosi  $3 + j 100 \%$  a napon rotora  $200 \%$ . Odredite kut opterećenja, radnu snagu i faktor snage za ovaj režim rada.

R:

Područje stabilnog stacionarnog rada prema (3.23) u relativnim vrijednostima je:

$$\frac{\partial P}{\partial \delta} = \frac{u_2 e_0}{z_2} \sin(\alpha - \delta) > 0$$

Na granici stabilnosti je

$$\frac{\partial P}{\partial \delta} = 0 \quad \text{pa je} \quad \delta_{\max} = \alpha$$

Radna snaga

$$P = \frac{u_2 e_0}{z_2} - \frac{u_2^2}{z_2} \cos \alpha \quad (3.27)$$

To je najveća radna snaga koju generator može prenijeti. U ovom primjeru je

$$z_2 = \sqrt{3^2 + 100^2} = 100 \%$$

$$\cos \alpha = \frac{r_2}{z_2} = \frac{3}{100} = 0,03$$

$$\alpha = \delta_{\max} = 89^\circ 50'$$

Prema (3.27) je

$$P_{\max} = \frac{1 \cdot 2}{1,0} - \frac{1^2}{1,0} \cdot 0,03 = 2 - 0,03 = 1,97$$

Pad napona na sinhronoj impedanciji

$$i_2 z_2 = \sqrt{e_o^2 + u_2^2 - 2 e_o u_2 \cos \alpha}$$

$$= \sqrt{2^2 + 1^2 - 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 0,03} = 2,205$$

Struja armaturnog namota

$$i_2 = \frac{2,205}{1,0} = 2,205$$

Faktor snage

$$\cos \phi = \frac{P_{\max}}{u_2 i_2} = \frac{1,97}{1 \cdot 2,205} = 0,893 \text{ cap.}$$

3.9. Nacrtajte vektorsku sliku sinhronog generatora s okruglim rotorom 400 V, 50 A,  $\cos \phi = 0,8$  u spoju zvijezda. Radni otpor mješen između dva kraja armaturnog namota iznosi  $0,8 \Omega$ . Nazivni napon generatora u praznom hodu postiže se pri uzbudnoj struji 6A. Pri uzbudnoj struji 4,5 A i 9,5 A i kratkospojenom armaturnom namotu armaturna struja iznosi 30 odnosno 60 A.

R:

Nagib karakteristike kratkog spoja

$$\frac{60 - 30}{9,5 - 4,5} = 6$$

Trajna struja trofaznog kratkog spoja pri uzbudnoj struji praznog hoda

$$I_{2k} = 30 + 1,5 \cdot 6 = 39 \text{ |A|}$$

Sinhrona impedancija

$$z_2 = \frac{U_{2f}}{I_{2k}} = \frac{400}{\sqrt{3} \cdot 39} = 7,97 \text{ } \Omega \text{ po fazi}$$

Radni otpor

$$R_2 = \frac{0,8}{2} = 0,4 \text{ } \Omega \text{ po fazi}$$

Sinhrona reaktancija

$$x_d = \sqrt{z_2^2 - R_2^2} = \sqrt{7,97^2 - 0,4^2} = 7,965 \text{ } \Omega \text{ po fazi}$$

U relativnim vrijednostima je

$$r_2 = \frac{R_2}{z_B} = \frac{R_2}{\frac{U_{2fn}}{I_{2n}}} = \frac{0,4}{\frac{400}{\sqrt{3} \cdot 50}} = \frac{0,4}{4,62} = 0,0865$$

$$x_d = \frac{x_d}{z_B} = \frac{7,965}{4,62} = 1,725$$

Ako struju opterećenja stavimo u realnu os, imamo:

$$\bar{u}_2 = 0,8 + j 0,6$$

$$\bar{e}_o = \bar{u}_2 + \bar{i}_2 \bar{z}_2 = \bar{u}_2 + \bar{i}_2 (R_2 + j x_d)$$

$$= 0,8 + j 0,6 + 1(0,0865 + j 1,725)$$

$$= 0,8865 + j 2,325$$

$$= 2,481 \angle 69^\circ 10'$$

Budući da je fazni kut  $\phi = 36^\circ$ , to je kut opterećenja

$$\delta = 69^\circ 10' - 36^\circ = 33^\circ 10'$$

U relativnim (jediničnim) vrijednostima je:

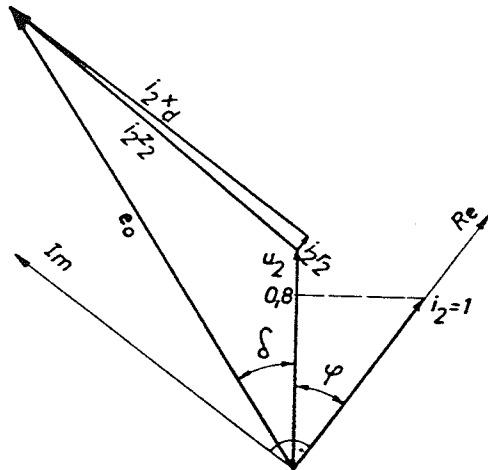
$$u_2 = \frac{U_{2f}}{U_B} = 1$$

$$i_2 = \frac{I_2}{I_B} = 1$$

$$i_2 r_2 = 1 \cdot 0,0865 = 0,0865$$

$$i_2 x_2 = 1 \cdot 1,725 = 1,725$$

Vektorska slika generatora prikazana je na slici 3.8.



Sl. 3.8

### 3.2. SINHRONI MOTOR S OKRUGLIM ROTOROM

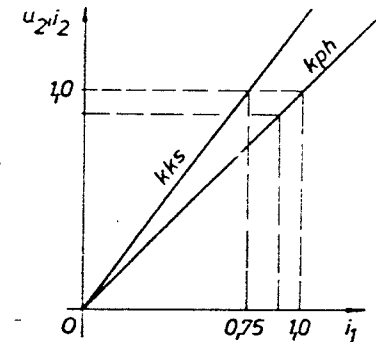
3.10. Sinhroni motor s okruglim rotorom priključen je preko voda reaktancije  $x_v$  na krutu mrežu. U praznom hodu struja motora postaje jednaka nuli pri uzbuđnoj struji 90 %. Međutim, kada se motor optereti uz ovu uzbuđu, gubi sinhronizam pri 81 % svoje nazivne snage.

U kratkom spoju uz nazivnu struju armature uzbuđna struja iznosi 75 %. Zasićenje i gubici motora motu se zanemariti.

- Kolika je sinhrona reaktancija (relativna vrijednost) ?
- Kolika je reaktancija voda (relativna vrijednost) ?
- Pri kojem opterećenju u relativnim vrijednostima motor gubi sinhronizam uz uzbuđu 125 % ?
- Koliki su struja i napon u relativnim vrijednostima te  $\cos \phi$  pri uvjetima iz točke c) ?

R:

- Na sl. 3.9 prikazana je karakteristika praznog hoda i kratkog spoja. Budući da za 90 % uzbuđe struja statora pada na nulu, to je prema karakteristici praznog hoda u relativnim vrijednostima napon mreže  $u_m$ , odnosno napon motora  $e_o$  također kodjer 90 %.



Sl. 3.9

$$e_o = u_m = 0,9$$

Sinhrona reaktancija

$$x_d = \frac{i_{1k}}{i_1} = \frac{0,75}{1} = 0,75$$

- Snaga motora na granici stabilnosti

$$p_{\max} = \frac{e_o u_m}{x_d + x_v} = 0,81$$

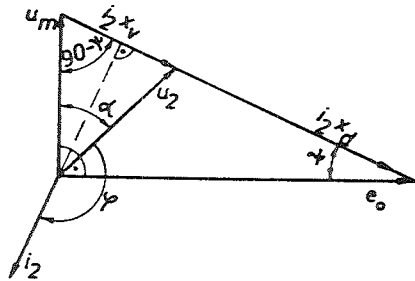
Reaktancija voda

$$x_v = \frac{e_o u_m}{p_{\max}} - x_d = \frac{0,9 \cdot 0,9}{0,81} - 0,75 = 0,25$$

c) Najveća snaga motora

$$P_{\max} = \frac{e_o u_m}{x_d + x_v} = \frac{1,25 \cdot 0,9}{0,75 + 0,25} = 1,125$$

d) Za ovaj režim imamo vektorsku sliku u generatorskom prikazu



Sl. 3.10

$$i_2 = \frac{\sqrt{u_m^2 + e_o^2}}{x_d + x_v} = \frac{\sqrt{0,9^2 + 1,25^2}}{0,75 + 0,25} = 1,54$$

Prema slici 3.10 je:

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{u_m}{e_o} = \frac{0,9}{1,25} = 0,72$$

$$\psi = 35,8^\circ$$

Napon na stezaljkama motora  $u_2$  dobit ćemo primjenom kosinusovog poučka.

$$u_2^2 = u_m^2 + (i_2 x_v)^2 - 2 u_m i_2 x_v \cos(90 - \psi)$$

$$u_2 = \sqrt{u_m^2 + (i_2 x_v)^2 - 2 u_m i_2 x_v \sin \psi} =$$

$$= \sqrt{0,9^2 + (1,54 \cdot 0,25)^2 - 2 \cdot 0,9 \cdot 1,54 \cdot 0,25 \cdot 0,585}$$

$$u_2 = 0,745$$

$$\cos \alpha = \frac{u_m^2 + u_2^2 - (i_2 x_v)^2}{2 u_m u_2} = \frac{0,9^2 + 0,745^2 - 0,385^2}{2 \cdot 0,9 \cdot 0,745} = 0,906$$

$$\alpha = 25^\circ$$

$$\phi + \alpha = 180 + \psi$$

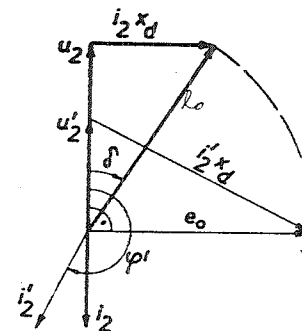
$$\cos \phi = -\cos(\psi - \alpha) = -\cos(35,8^\circ - 25^\circ) = -0,983$$

**3.11** Sinhroni motor s okruglim rotorom ima ove nazivne podatke:

$P = 1000 \text{ kW}$ ,  $U = 6000 \text{ V}$ ,  $\cos \phi = 1$ ,  $x_d = 0,9$ ,  $f = 50 \text{ Hz}$ . Motor je opterećen nazivnim opterećenjem. Koliko se najviše smije smanjiti napon mreže da motor uz konstantnu uzбудu u stacionarnom stanju ne ispadne iz sinhronizma? S kojom strujom po iznosu i fazi radi motor u ovom graničnom slučaju? Radni otpor statora može se zanemariti.

R:

Napon rotora dobit ćemo iz vektorskog dijagrama za nazivno opterećenje.



Sl. 3.11

$$e_o = \sqrt{u_2^2 + (i_2 x_d)^2} = \sqrt{1^2 + 0,9^2} = 1,34$$

Napon mreže može padati sve dok kut opterećenja ne dodje na  $90^\circ$ . Tada je

$$u_2' = \frac{P x_d}{e_o} = \frac{1 \cdot 0,9}{1,34} = 0,671$$

$$U_2' = 0,671 \cdot 6000 = 4040 \text{ |V|}$$

Radna komponenta struje

$$i_{2r} = \frac{P}{u_2'} = \frac{1}{0,671} = 1,49$$

Struju armaturnog namota određujemo prema vektorskoj slici

$$i_2' = \frac{1}{x_d} \sqrt{u_2'^2 + e_o^2} = \frac{1}{0,9} \sqrt{0,671^2 + 1,34^2} = 1,663$$

Faktor snage

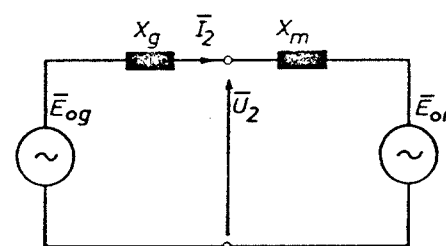
$$\cos \phi = \frac{i_{2r}}{i_2'} = \frac{1,49}{1,663} = 0,895 \text{ cap.}$$

3.12. Četveropolni sinhroni motor s okruglim rotorom sinhronne reaktancije  $130 \Omega$ , 6000 V, 50 Hz u spoju zvijezda pri nazivnom opterećenju ima struju namota armature 150 A. Ovaj motor napaja se iz turbogeneratora koji ima sinhronu reaktanciju  $35 \Omega$  po fazi. Generator se vrti sinhronom brzinom a uzbude generatora i motora podešene su tako da motor radi s faktorom snage jednakim jedinici i nazivnim naponom na stezaljkama pri nazivnom opterećenju. Uzbuda motora i generatora ostaje nepromijenjena a moment opterećenja motora postepeno se povećava

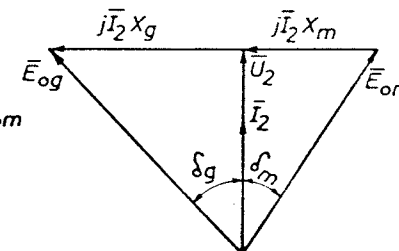
- Koji najveći moment opterećenja može savladavati sinhroni motor?
- Koliki je napon na stezaljkama motora pri uvjetima iz točke a) ?

R:

Zadatak rješavamo koristeći se ekvivalentnom shemom na sl. 3.12 i vektorskom slikom 3.13.



Sl. 3.12



Sl. 3.13

- Fazni napon motora (bazni napon)

$$U_{2f} = \frac{6000}{\sqrt{3}} = 3465 \text{ |V|}$$

Sinhrona reaktancija motora u apsolutnim vrijednostima

$$x_d = x_d x_B = 1,3 \frac{3465}{150} = 30 \text{ } \Omega \text{ po fazi}$$

Napon rotora (unutrašnja e.m.s.) motora i generatora

$$E_{om} = \sqrt{3465^2 + (150 \cdot 30)^2} = 5680 \text{ |V|}$$

$$E_{og} = \sqrt{3465^2 + (150 \cdot 35)^2} = 6290 \text{ |V|}$$

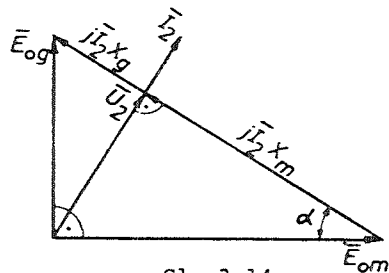
Maksimalna snaga

$$P_m = \frac{3 E_{om} E_{og}}{x_{dm} + x_{dg}} = \frac{3 \cdot 5680 \cdot 6290}{30 + 35} = 1652 \text{ |kW|}$$

Maksimalni moment

$$M_m = \frac{P_m}{\omega_{meh}} = \frac{P_m}{\frac{2\pi n}{60}} = \frac{1652 \cdot 10^3}{\frac{314}{2}} = 9640 \text{ [Nm]}$$

b) Vektorska slika pri maksimalnom opterećenju prikazana je na slici 3.14



Sl. 3.14

Prema toj slici je:

$$I_2 (x_{dm} + x_{dg}) = \sqrt{6290^2 + 5680^2} = 8480 \text{ [V]}$$

$$\cos \alpha = \frac{E_{om}}{I_2 (x_{dm} + x_{dg})} = \frac{5680}{8480} = 0,67$$

$$U_2 = E_{om} \sin \alpha = 5680 \cdot 0,743 = 4220 \text{ [V]}$$

$$\text{Linijski napon} = 422 \cdot \sqrt{3} = 7240 \text{ [V]}$$

### 3.3. SINHRONI GENERATOR S IZRAŽENIM POLOVIMA

3.13. Sinhroni generator 10 MVA, 6,3 kV,  $\cos \phi = 0,8$  opterećen je tako da radna komponenta snage iznosi 7 MW. Napon iznosi 6,3 kV. Potrebno je odrediti faktor snage  $\cos \phi$ , ako uz ovo opterećenje reakcija armature u stroju djeluje isključivo u poprečnoj osi. Sinhronne reaktancije stroja iznose  $x_d = 110 \%$ ,  $x_q = 65 \%$ .

R:

Prema vektorskom dijagramu na sl. 3.15 je:

$$\sin \phi = \frac{i_2 x_q}{u_2}$$

Budući da je radna komponenta struje

$$i_{2r} = I_2 \cos \phi$$

to je

$$\sin \phi = \frac{i_{2r} x_q}{\cos \phi u_2}$$

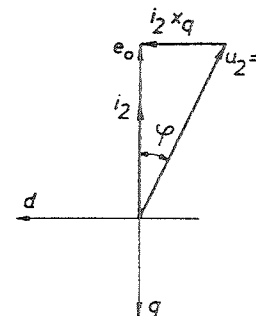
odnosno

$$\sin 2\phi = \frac{2 i_{2r} x_q}{u_2} = \frac{2 \cdot 0,7 \cdot 0,65}{1} = 0,91$$

$$2\phi = 65,5^\circ$$

$$\phi = 32,75^\circ$$

$$\cos \phi = 0,841 \text{ cap.}$$



Sl. 3.15

3.14. Sinhroni generator  $x_d = 110 \%$ ,  $x_q = 70 \%$ ,  $\cos \phi = 0,8$  priključen je na krutu mrežu i nazivno je opterećen. Koliko puta treba povećati uzbuđu da bi stroj, uz nazivni faktor snage, davao u mrežu 20 % snage više. Koliki je pri tom kut opterećenja?

R:

Podjimo od vektorske slike za nazivno opterećenje.



Pri 20 % većem opterećenju je:

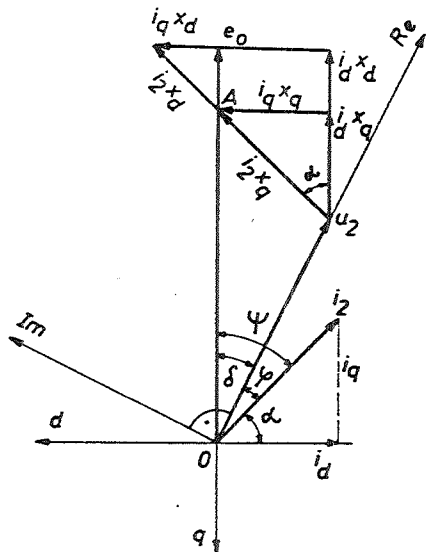
$$\overline{OA}' = 1 + j 0,7 \cdot 1,2(0,8 - j 0,6) = 1,504 + j 0,672 = 1,645 \angle 24,05^\circ$$

$$\overline{e}_o = 1,645 \angle 24,05^\circ + 1,05(1,1 - 0,7) \angle 24,05^\circ = 2,065 \angle 24,05^\circ$$

Ubuduće ćemo se služiti ili jednim ili drugim načinom rješavanja, ovisno o zadanom primjeru.

3.15. Sinhroni generator  $x_d = 1,00$ ,  $x_q = 0,60$ ,  $\cos \phi = 0,80$  priključen je na mrežu nazivnog napona i nazivno je opterećen. Izračunajte nazivni napon rotora i kut opterećenja a dobivene rezultate provjerite jednadžbom radna snaga - kut opterećenja  $p(\delta)$ .

R:



Sl. 3.17

Stavimo napon  $u_2$  u realnu os

$$\overline{u}_2 = 1,00 \angle 0$$

Struja statora

$$\overline{I}_2 = 0,8 - j 0,6 = 1,00 \angle -36,9^\circ$$

$$j x_q \overline{I}_2 = 0,36 + j 0,48$$

Prema sl. 3.17 je

$$\overline{OA} = u_2 + j x_q \overline{I}_2 = 1,36 + j 0,48 = 1,44 \angle 19,4^\circ$$

$$i_d = 1 \cos(36,9 + 19,4) = 0,832$$

$$\overline{e}_o = \overline{OA} + j(x_d - x_q) \overline{I}_d$$

$$= (1,44 + 0,4 \cdot 0,832) \angle 19,4^\circ = 1,77 \angle 19,4^\circ$$

Kontrola:

$$p = \frac{1,00 \cdot 1,77}{1,00} \sin 19,4^\circ + \frac{1,00^2}{2} \left( \frac{1}{0,60} - \frac{1}{1,00} \right) \sin 38,8^\circ = 0,8$$

3.16. Sinhroni generator s izraženim polovima nazivno je opterećen s faktorom snage  $\cos \phi = 0,8$  ind. Kut između napona rotora i struje tereta iznosi  $\psi = 60^\circ$ . Radni otpor namota statora iznosi 0,02 a napon rotora 2. Odredite uzdužnu i poprečnu komponentu struje statora te uzdužnu i poprečnu sinhronu reaktanciju.

R:

Prema sl. 3.18 je

$$i_d = 1 \cdot \sin 60^\circ = 0,866$$

$$i_q = 1 \cdot \cos 60^\circ = 0,500$$

Stavimo struju opterećenja u realnu os.



$$p = \frac{e_o u_2}{x_d} \sin \delta + \frac{u_2^2}{2} \left( \frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d} \right) \sin 2\delta \quad (3.35)$$

U ovom primjeru je

$$1,2 \cdot 0,8 = \frac{1,866}{1,1} \sin \delta' + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{0,7} - \frac{1}{1,1} \right) \sin 2\delta'$$

odnosno

$$0,96 = 1,697 \sin \delta' + 0,26 \sin 2\delta'$$

Budući da je  $\sin 2\delta' = 2 \sin \delta' \sqrt{1 - \sin^2 \delta'}$ , posljednju jednadžbu možemo napisati ovako:

$$\sin \delta' = 0,083 \sin^4 \delta' + 0,795 \sin^2 \delta' + 0,284 \quad (3.36)$$

Rješenje ove jednadžbe može se naći iterativnim putem. Prvi podatak za  $\sin \delta'$  dobivamo zanemarivanjem reakcionog dijela

$$\sin \delta' = \frac{1,2 \cdot 0,8 \cdot 1,1}{1,866} = 0,569$$

S ovim tražimo novu vrijednost za  $\sin \delta'$  uvrštavajući dobivenu vrijednost 0,569 u (3.36)

$$\sin \delta' = 0,083 \cdot 0,569^4 + 0,795 \cdot 0,569^2 + 0,284 = 0,550$$

Ovaj postupak ponavljamo sve dok lijeva strana, tj.  $\sin \delta'$  ne bude jednaka desnoj za taj  $\sin \delta'$ , do određenog stupnja točnosti.

$$\sin \delta' = 0,083 \cdot 0,550^4 + 0,795 \cdot 0,55^2 + 0,284 = 0,532$$

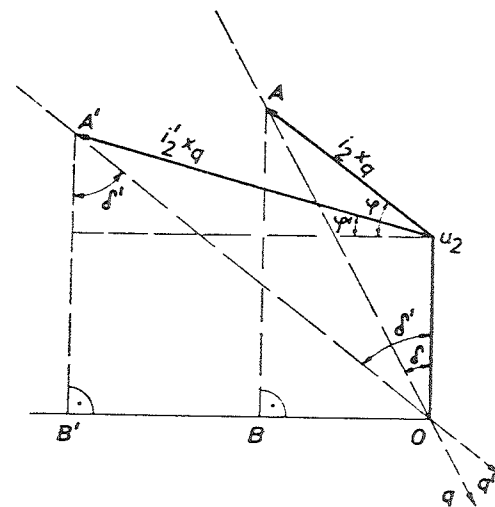
-----  
 -----  
 -----

$$\sin \delta' = 0,083 \cdot 0,447^4 + 0,795 \cdot 0,447^2 + 0,284 = 0,446$$

$$\sin \delta' = 0,083 \cdot 0,446^4 + 0,795 \cdot 0,446^2 + 0,284 = 0,446$$

$$\delta' = 26,5^\circ$$

$$\cos \delta' = 0,895$$



Sl. 3.19

Prema sl. 3.19 je

$$\overline{OB} = i_2 x_q \cos \phi = 1 \cdot 0,7 \cdot 0,8 = 0,56$$

$$\overline{OB}' = 1,2 \overline{OB} = i_2' x_q \cos \phi' = \overline{OA}' \sin \delta'$$

$$\overline{OA}' = \frac{\overline{OB}'}{\sin \delta'} = \frac{1,2 \cdot 0,56}{0,446} = 1,505$$

$$i_2' x_q = \sqrt{u_2^2 + \overline{OA}'^2 - 2u_2 \overline{OA}' \cos \delta'} = \sqrt{1 + 1,505^2 - 2 \cdot 1,505 \cdot 0,895} = 0,754$$

$$i_2' = \frac{0,754}{0,7} = 1,078$$

$$\cos \phi' = \frac{\overline{OB}'}{i_2' x_q} = \frac{1,2 \cdot 0,56}{0,754} = 0,891 \text{ ind.}$$

$$S' = 10000 \cdot 1,078 = 10780 \text{ [kVA]}$$

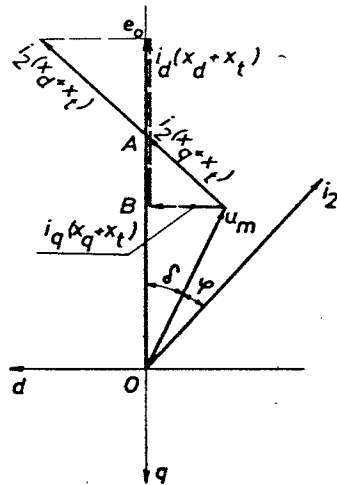
Kontrola

$$P' = 1,2 P_n = 1,2 S_n \cos \phi_n = 9600 \text{ |kW|}$$

$$P' = S_n i_2' \cos \phi' = 9600 \text{ |kW|}$$

3.18. Sinhroni generator 10 MVA,  $x_d = 110 \%$ ,  $x_q = 70 \%$  u blok spoju s transformatorom reaktancije  $x_t = 12 \%$ , reducirane na nazivni napon generatora, priključen je na krutu mrežu napona  $u_m = 1$  i nazivno opterećen. Fazni kut medju naponom mreže i struje opterećenja iznosi  $36,9^\circ$ . Uz konstantnu uzbudu povećava se punjenje turbine sve dok generator ne dodje na granicu statičke stabilnosti. Na granici statičke stabilnosti potrebno je odrediti struju armaturnog namota, faktor snage i aktivnu snagu generatora!

R:



Sl. 3.20

Prema (3.28) je

$$\overline{OA} = \sqrt{|1 + (0,7 + 0,12) 0,6|^2 + |(0,7 + 0,12) 0,8|^2} = 1,63$$

Prema (3.29) je

$$\text{tg } \delta = \frac{(0,7 + 0,12) 0,8}{1 + (0,7 + 0,12) 0,6} = 0,44$$

$$\delta = 23,8^\circ$$

Prema (3.30) je

$$i_d = 1 \cdot \sin(23,8^\circ + 36,9^\circ) = 0,873$$

Prema (3.31) je

$$e_o = 1,63 + 0,873 (1,1 - 0,7) = 1,98$$

Prema (3.35) je

$$p = \frac{1,98 \cdot 1}{1,1 + 0,12} \sin \delta + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{0,7 + 0,12} - \frac{1}{1,1 + 0,12} \right) \sin 2\delta$$

$$p = 1,62 \sin \delta + 0,2 \sin 2\delta \quad (3.37)$$

Na granici statičke stabilnosti je  $\frac{dp}{d\delta} = 0$  pa je

$$1,62 \cos \delta + 0,4 \cos 2\delta = 0$$

$$0,2 \cos^2 \delta + 0,405 \cos \delta - 0,1 = 0$$

$$\cos \delta_{1,2} = \frac{-0,405 \pm \sqrt{0,405^2 + 4 \cdot 0,2 \cdot 0,1}}{2 \cdot 0,2} = \frac{-0,405 \pm 0,495}{0,4}$$

$$\cos \delta_{\max} = 0,222 \quad ; \quad \sin \delta_{\max} = 0,975 \quad ,$$

$$\sin 2 \delta_{\max} = 0,433 \quad ; \quad \delta_{\max} = 77^\circ 10'$$

$$p_{\max} = 1,62 \cdot 0,975 + 0,2 \cdot 0,433 = 1,666$$

$$P_{\max} = 10 \cdot 1,666 = 16,66 \text{ |MW|}$$

Napon rotora možemo izraziti i na drugi način

$$e_o = \overline{OB} + i_d (x_d + x_t) \quad (3.38)$$

odavde je

$$i_d = \frac{e_o - \overline{OB}}{x_d + x_t} = \frac{e_o - u_m \cos \delta}{x_d + x_t} = \frac{1,98 - 0,222}{1,1 + 0,12} = 1,44$$

$$i_q = \frac{u_m \sin \delta}{x_q + x_t} = \frac{1 \cdot 0,975}{0,7 + 0,12} = 1,19$$

Struja armaturnog namota na granici statičke stabilnosti

$$i_2 = \sqrt{i_d^2 + i_q^2} = \sqrt{1,44^2 + 1,19^2} = 1,87$$

Faktor snage

$$\cos \phi = \frac{P_{\max}}{S} = \frac{1,666}{1,87} = 0,89$$

Faktor snage mogli bismo dobiti i ovako:

$$\phi = \psi - \delta$$

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{i_d}{i_q} = \frac{1,44}{1,19} = 1,21$$

$$\psi = 50,5^\circ$$

$$\phi = 50^\circ 30' - 77^\circ 10' = -26^\circ 40'$$

$$\cos \phi = 0,89 \text{ (cap.)}$$

Kontrola

$$P_{\max} = u_2 i_2 \cos \phi = 1 \cdot 1,87 \cdot 0,89 = 1,666$$

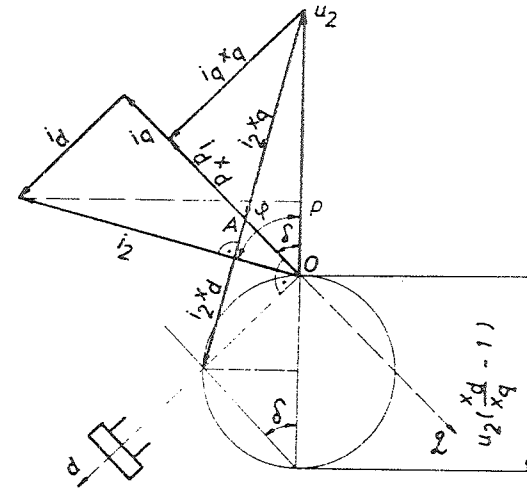
3.19. Sinhroni generator 40 MVA,  $\cos \phi = 0,9, 10 \text{ kV}, x_d = 110 \%$ ,  $x_q = 65 \%$  priključen je na krutu mrežu. Koliku najveću radnu snagu može prenijeti neuzbudjeni generator. Koliki su pri tom kut opterećenja, faktor snage i struja armaturnog namota?

R:

$$P = \frac{1}{2} U^2 \left( \frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d} \right) \sin 2\delta$$

$$\delta_{\max} = 45^\circ$$

$$P_{\max} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{0,65} - \frac{1}{1,1} \right) = 0,3158$$



Sl. 3.21

Iz vektorskog dijagrama slijedi:

$$(i_2 x_d)^2 = \left| \frac{1}{2} u_2 x_d \left( \frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d} \right) \right|^2 + \left| \frac{1}{2} u_2 x_d \left( \frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d} \right) \right|^2 + u_2^2$$

Kvadriranjem dobijemo:

$$(i_2 x_d)^2 = \frac{1}{2} u_2^2 x_d^2 \left( \frac{1}{x_q} + \frac{1}{x_d} \right)$$

odakle je

$$i_2 = \frac{u_2}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{1}{x_q^2} + \frac{1}{x_d^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{1}{0,65^2} + \frac{1}{1,1^2}} = 1,26$$

Isto bismo dobili iz vektorskog dijagrama za padove napona u poprečnoj i uzdužnoj osi

$$u_2 \sin 45^\circ = i_q x_q$$

$$u_2 \cos 45^\circ = i_d x_d$$

$$i_2 = \sqrt{i_q^2 + i_d^2} = \frac{u_2}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{1}{x_q^2} + \frac{1}{x_d^2}}$$

$$\cos \phi = \frac{P_{\max}}{S} = \frac{0,3158}{1,26} = 0,25 \text{ cap.}$$

3.20. Trofazni sinhroni generator 3000 kVA, 50 Hz, 10.500 V ima ove parametre u jediničnim vrijednostima:

Otpor armaturnog namota po fazi  $r_2 = 0,005$

Sinhrona reaktancija u uzdužnoj osi  $x_d = 1,12$

Sinhrona reaktancija u poprečnoj osi  $x_q = 0,85$ .

- Izračunajte potrebnu uzbuđu pri punom teretu i faktoru snage  $\cos \phi = 0,8$  ind.
- Uz uzbuđu nazivnog opterećenja i kut opterećenja koji je dvostruko veći od vrijednosti koja odgovara nazivnom opterećenju izračunajte radnu snagu, jalovu snagu, faktor snage i struju armaturnog namota.

R:

a) Prema sl. 3.22 je:

$$i_q x_q = u_2 \sin \delta + i_2 r_2 \sin(\delta + \phi)$$

Budući da je

$$i_q = i_2 \cos(\delta + \phi),$$

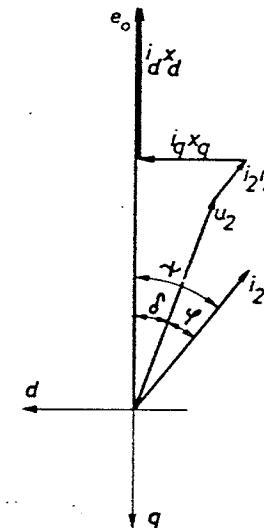
to je

$$i_2 x_q \cos(\delta + \phi) = u_2 \sin \delta + i_2 r_2 \sin(\delta + \phi) \quad (3.39)$$

odnosno

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \delta &= \frac{i_2 x_q \cos \phi - i_2 r_2 \sin \phi}{u_2 + i_2 r_2 \cos \phi + i_2 x_q \sin \phi} \\ &= \frac{1 \cdot 0,85 \cdot 0,8 - 1 \cdot 0,005 \cdot 0,6}{1 + 1 \cdot 0,005 \cdot 0,8 + 0,85 \cdot 0,6} = 0,447 \end{aligned}$$

$$\delta = 24^\circ 5'$$



Sl. 3.22

Takodjer je prema vektorskoj slici

$$e_0 = u_2 \cos \delta + i_2 r_2 \cos(\delta + \phi) + i_d X_d$$

Budući da je

$$i_d = i_2 \sin(\delta + \phi)$$

to je napon rotora

$$e_o = u_2 \cos \delta + i_2 r_2 \cos(\delta + \phi) + i_2 X_d \sin(\delta + \phi) \quad (3.40)$$

$$= 1,088 + 1,005 \cos(24^\circ 5' + 36^\circ 55') +$$

$$+ 1,12 \sin(24^\circ 5' + 36^\circ 55') = 1,895$$

b) Prema (3.39) je:

$$\sin \phi = - \frac{u_2 \sin \delta + \cos \phi (i_2 r_2 \sin \delta - i_2 X_q \cos \delta)}{i_2 r_2 \cos \delta + i_2 X_q \sin \delta}$$

Ako ovo supstituiramo u (3.40), slijedi:

$$i_2 \cos \phi = \frac{e_o}{r_2^2 + x_d x_q} (x_q \sin \delta + r_2 \cos \delta) - \frac{u_2 r_2}{r_2^2 + x_d x_q}$$

$$+ \frac{u_2}{2} \frac{x_d - x_q}{r_2^2 + x_d x_q} \sin 2\delta$$

Radna snaga

$$p = \frac{u_2}{r_2^2 + x_d x_q} |e_o (x_q \sin \delta + r_2 \cos \delta) -$$

$$- u_2 r_2 + \frac{u_2}{2} (x_d - x_q) \sin 2\delta| \quad (3.41)$$

$$= \frac{1}{0,005^2 + 1,12 \cdot 0,85} |1,895(0,85 \sin 48^\circ 10' + 0,005 \cos 48^\circ 10') -$$

$$- 1,005 + \frac{1}{2} (1,12 - 0,85 \sin 96^\circ 20')| = 1,404$$

Prema (3.39) je:

$$\cos \phi = - \frac{u_2 \sin \delta + \sin \phi (i_2 r_2 \cos \delta + i_2 X_q \sin \delta)}{i_2 r_2 \sin \delta - i_2 X_q \cos \delta}$$

Ako ovaj izraz supstituiramo u (3.40), slijedi:

$$i_2 \sin \phi = \frac{1}{r_2^2 + x_d x_q} \{e_o (x_q \cos \delta - r_2 \sin \delta) -$$

$$- \frac{u_2}{2} [(x_d + x_q) - (x_d - x_q) \cos 2\delta]\}$$

Jalova snaga

$$q = \frac{u_2}{r_2^2 + x_d x_q} \{e_o (x_q \cos \delta - r_2 \sin \delta) -$$

$$- \frac{u_2}{2} [(x_d + x_q) - (x_d - x_q) \cos 2\delta]\} \quad (3.42)$$

$$= \frac{1,895 (0,85 \cos 48^\circ 10' -$$

$$- 0,005 \sin 48^\circ 10') - \frac{1}{2} [1,12 + 0,85 - (1,12 -$$

$$- 0,85) \cos 96^\circ 20']}{0,005^2 + 1,12 \cdot 0,85} = 0,0672$$

Prividna snaga

$$s = \sqrt{p^2 + q^2} = \sqrt{1,404^2 + 0,0672^2} = 1,405$$

Struja opterećenja

$$i_2 = 1,405$$

Faktor snage

$$\cos \phi = \frac{p}{s} = \frac{1,404}{1,405} \approx 1,0$$

Za  $R_2 = 0$  prema (3.41) i (3.42) je:

$$p = \frac{e_o u_2}{x_d} \sin \delta + \frac{u_2^2}{2} \left( \frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d} \right) \sin 2\delta$$

$$q = \frac{e_o u_2}{x_d} \cos \delta - \frac{u_2^2}{2} \left( \frac{1}{x_q} + \frac{1}{x_d} \right) + \frac{u_2^2}{2} \left( \frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d} \right) \cos 2\delta.$$





$$\cos \phi = \frac{P_{\max}}{S} = \frac{0,3158}{1,26} = 0,25 \text{ cap.}$$

3.23. Sinhroni motor s izraženim polovima  $x_d = 100 \%$ ,  $x_q = 60 \%$ ,  $\cos \phi = 0,8$  radi na krutoj mreži pri konstantnom momentu tereta. Moment tereta jednak je nazivnom momentu motora, a gubici i zašćenje mogu se zanemariti.

- Odredite struju statora i faktor snage u slučaju da se uzbuda smanji za 50 %, a ostali uvjeti ostanu nepromijenjeni.
- Odredite struju statora i faktor snage ako se moment tereta smanji za 50 % a ostali uvjeti ostanu nepromijenjeni.

R:

a) Zadatak ćemo riješiti uz pomoć V krivulja sinhronog motora. V krivulju i krivulju faktora snage možemo odrediti grafičkim i analitičkim putem polazeći od vektorskog dijagrama sinhronog motora. Polazimo od nazivne struje statora i nazivnog faktora snage. Prema ovim veličinama i uz zadane parametre stroja crtamo vektorski dijagram (Sl. 3.26).

Promjer reakcionog kruga

$$\overline{OO'} = u_2 \frac{x_d - x_q}{x_q} = 1 \frac{1 - 0,6}{0,6} = 0,666.$$

Kut opterećenja

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \delta &= \frac{i_2 x_d \cos \phi}{i_2 x_d \sin \phi + u_2 + u_2 \frac{x_d - x_q}{x_q}} = \\ &= \frac{i_2 \cos \phi}{i_2 \sin \phi + \frac{u_2}{x_q}} = \frac{i_2 \cos \phi}{i_2 \sin \phi + 1,666} \end{aligned} \quad (3.43)$$

Prema sl. 3.26 je

$$\overline{O'B} = \frac{i_2 x_d \cos \phi}{\sin \delta}$$

pa je napon rotora

$$e_o = \overline{O'B} - \overline{O'A} = \frac{i_2 x_d \cos \phi}{\sin \delta} - \frac{u_2 (x_d - x_q)}{x_q} \cos \delta \quad (3.44)$$

Polazeći od konstantne radne snage i mijenjajući faktore snage  $\cos \phi'$  dobivamo moguće struje statora

$$i_2' = i_{2n} \frac{\cos \phi_n}{\cos \phi'} = \frac{0,8}{\cos \phi'}$$

Prema (3.43) i (3.44) računamo napon rotora  $e_o$ . Sada odredjujemo nekoliko točaka krivulje konstantne radne snage, zvane V krivulja sinhronog motora, i nekoliko točaka krivulje faktora snage. Dobiveni rezultati prikazani su tablicom 3.1. Spomenute krivulje mogli bismo konstruirati služeći se vektorskim dijagramom na sl. 3.26. Veličine  $i_2'$  i  $e_o$  dobivamo direktnim očitavanjem za odabrani faktor snage.

$\cos \phi'$	$i_2'$	$\delta$	$e_o$
0,8 ind.	1,0	19,48°	1,771
0,9 ind.	0,892	21,39°	1,578
1,0	0,8	25,68°	1,244
0,9 cap.	0,892	31,98°	0,951
0,8 cap.	1,0	36,9°	0,798

Tablica 3.1

Za 50 % uzbude ( $e_o' = 0,885$ ) sa slike 3.37 očitavamo  $i_2' = 0,94$  a sa sl. 3.28  $\cos \phi' = 0,85$  cap.

Ovaj zadatak možemo riješiti grafički još jednostavnije.

Polazeći od vektorskog dijagrama za nazivno opterećenje crtamo pravac konstantne radne snage i krivulju konstantne uzbuđe  $e_o' = 0,885$ . Presjecištem ovih krivulja (točka A na sl. 3.29) određena je struja statora  $i_2' = 0,94$  i faktor snage  $\cos \phi' = 0,85$  cap. Ovaj postupak vodi nas do pogonske karte sinhronog stroja.

b) Analognim postupkom dolazimo do V krivulje i krivulje faktora snage za 50 % tereta.

Tu je

$$i_2'' = \frac{0,5 \cos \phi_n}{\cos \phi''}$$

Prema izabranom faktoru snage računamo struju statora, a prema (3.43) i (3.44) napon rotora  $e_o''$ . Ovim dobivamo nekoliko točaka V krivulje pri 50 % opterećenju (krivulja  $p = 0,4$  na sl. 3.27) i nekoliko točaka krivulje faktora snage (krivulja  $p = 0,4$  na sl. 3.28).

Dobiveni rezultati prikazani su u tablici 3.2.

Za  $e_o = 1,771$  očitavamo:  $i_2'' = 0,82$  i  $\cos \phi'' = 0,472$  ind. Ovo isto možemo dobiti i grafički iz vektorskog dijagrama. Presjecištem pravca konstantne radne snage  $p = 0,4$  i krivulje konstantne uzbuđe  $e_o = 1,771$  (točka B na sl. 3.29) dobivamo struju armature  $i_2'' = 0,825$  i faktor snage  $\cos \phi'' = 0,475$  ind.

$\cos \phi''$	$i_2''$	$\delta$	$e_o$
0,4 ind.	1	8,78°	1,968
0,5 ind.	0,796	9,60°	1,718
0,6 ind.	0,67	10,3°	1,600
0,7 ind.	0,57	10,85	1,477
0,8 ind.	0,5	11,2	1,36
0,9 ind.	0,45	12,2	1,25
1,0	0,4	13,7	1,07
0,9 cap.	0,45	15,2	0,885
0,8 cap.	0,5	16,2	0,785
0,7 cap.	0,57	17,63	0,687
0,6 cap.	0,67	19,28	0,586
0,5 cap.	0,796	22,3	0,445
0,4 cap.	1	28,44	0,274

Tablica 3.2

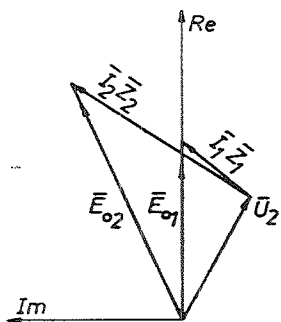


3.5. PARALELNI RAD, PREEPTERETIVOST, STABILNOST,  
ELEKTROMECHANIČKE OSCILACIJE, RAD NA VLASTITU MREŽU

3.24. Dva trofazna sinhrona generatora mehanički spojena rade paralelno na vlastitu mrežu. Odredite snagu u kW i faktor snage svakog generatora ako je

- sinhrona impedancija generatora  $\bar{Z}_1 = \bar{Z}_2 = 0,2 + j 2\Omega/\text{fazi}$ ,  
 impedancija opterećenja  $\bar{Z}_v = 3 + j 4\Omega/\text{fazi}$ ,  
 napon rotora prvog generatora  $\bar{E}_{o1} = 2000 + j 0 \text{ V/fazi}$ ,  
 napon rotora drugog generatora  $\bar{E}_{o2} = 2200 + j 100 \text{ V/fazi}$ .

R:



Sl. 3.30

Prema vektorskoj slici možemo pisati:

$$\bar{E}_{o1} = \bar{U}_2 + \bar{I}_1 \bar{Z}_1$$

$$\bar{E}_{o2} = \bar{U}_2 + \bar{I}_2 \bar{Z}_2$$

$$\bar{U}_2 = (\bar{I}_1 + \bar{I}_2) \bar{Z}_v$$

slijedi:

$$\bar{I}_1 = \frac{(\bar{E}_{o1} - \bar{E}_{o2}) \bar{Z}_v + \bar{E}_{o1} \bar{Z}_2}{\bar{Z}_v (\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2) + \bar{Z}_1 \bar{Z}_2}$$

$$= \frac{(2000 - 2200 - j 100) (3 + j 4) + 2000 (0,2 + j 2)}{2(3 + j 4) (0,2 + j 2) + (0,2 + j 2)^2} =$$

$$= \frac{2905 e^{j 86^\circ 5'}}{23,65 e^{j 142^\circ 30'}} = 123 e^{-j 56^\circ 25'} = 68 - j 102,2 \text{ (A)}$$

$$\bar{I}_2 = \frac{(\bar{E}_{o2} - \bar{E}_{o1}) \bar{Z}_v + \bar{E}_{o2} \bar{Z}_1}{\bar{Z}_v (\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2) + \bar{Z}_1 \bar{Z}_2}$$

$$= \frac{(2200 + j100 - 2000) (3 + j4) + (2200 + j100) (0,2 + j2)}{2(3 + j4) (0,2 + j2) + (0,2 + j2)^2}$$

$$= \frac{5590 e^{j 85^\circ 25'}}{23,65 e^{j 142^\circ 30'}} = 236 e^{-j 57^\circ 5'} = 126,2 - j 198 \text{ (A)}$$

$$\bar{U}_2 = \bar{E}_{o2} - \bar{I}_2 \bar{Z}_2 = 2200 + j 100 - (126,2 - j 198) (0,2 + j 2)$$

$$= 1780 e^{-j 3^\circ 35'} = 1778 - 112,8 \text{ (V)}$$

$$P_1 = 3 U_2 I_1 \cos \phi_1$$

$$\phi_1 = 56^\circ 25' - 3^\circ 35' = 52^\circ 50'$$

$$\cos \phi_1 = 0,6$$

$$P_1 = 3 \cdot 1780 \cdot 123 \cdot 0,6 \cdot 10^{-3} = 397 \text{ kW}$$

$$\phi_2 = 57^\circ 5' - 3^\circ 35' = 52^\circ 30'$$

$$\cos \phi_2 = 0,594$$

$$P_2 = 3 \cdot 1780 \cdot 236 \cdot 0,594 \cdot 10^{-3} = 748 \text{ kW}$$

mogućnost preopterećenja je veća u induktivnom nego u kapacitivnom području rada, što se vidi po predznaku člana  $2 \sin \phi_n / x_d$  u jednažbi (3.47).

U ovom primjeru je:

$$\cos \phi_n = -0,8$$

$$\sin \phi_n = \pm 0,6$$

Struja kratkog spoja uz uzbudu nazivnog opterećenja (relativna vrijednost nazivne struje uzbude reducirane na armaturni namot)

$$i_{2kn} = i'_{1n} = p \cos \phi_n = 2 \cdot 0,8 = 1,6 \quad (\text{u oba slučaja})$$

Prema (3.46) je

$$1,6^2 = 0,8^2 + \left(\pm 0,6 + \frac{1}{x_d}\right)^2$$

$$\frac{1}{x_d} = \sqrt{1,92 \pm 0,6} = \begin{cases} 0,786 \\ 0,986 \end{cases}$$

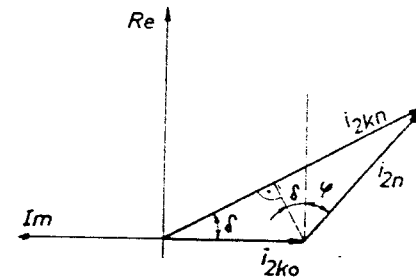
Najveća dozvoljena sinhrona reaktancija je:

$$x_d = \begin{cases} 1,27 & \text{u induktivnom području} \\ 1,503 & \text{u kapacitivnom području} \end{cases}$$

3.26. Promatramo 2 sinhrona generatora sa cilindričnim rotorom jednake nazivne snage. Pri nazivnom opterećenju  $i \cos \phi = 0,8$  prvi generator ima kut opterećenja  $\delta = 30^\circ$  a drugi  $\delta = 45^\circ$ . Izračunajte relativnu vrijednost sinhrona reaktancije i relativnu vrijednost uzbudne struje ovih generatora uz pretpostavku da se gubici u bakru statora i rasipanje mogu zanemariti.

R:

Prema strujnom dijagramu (Sl. 3.33) je:



Sl. 3.33

$$i_{2kn} \sin \delta = i_{2n} \cos \phi$$

$$i_{2ko} \sin \delta = i_{2n} \cos(\phi + \delta)$$

Slijedi:

$$i_{2kn} = \frac{i_{2n} \cos \phi}{\cos \delta} = \frac{\cos \phi}{\cos \delta} \quad (3.47)$$

$$\frac{i_{2n}}{i_{2ko}} = \frac{\sin \delta}{\cos(\phi + \delta)}$$

Budući da je

$$\frac{i_{2n}}{i_{2ko}} = x_d$$

to je

$$x_d = \frac{\sin \delta}{\cos(\phi + \delta)} = \frac{\sin \delta}{\cos \phi \cos \delta - \sin \phi \sin \delta} \quad (3.49)$$

a) Prema (3.49) je

$$x_d = \frac{0,5}{0,8 \cdot 0,866 - 0,6 \cdot 0,5} = 1,27$$

Prema (3.48) je

$$i_{2kn} = i'_{1n} = \frac{0,8}{0,5} = 1,6$$

b)

$$x_d = \frac{0,707}{0,707 \cdot 0,8 - 0,707 \cdot 0,6} = 5$$

$$i_{2kn} = i_{1n} = \frac{0,8}{0,707} = 1,13$$

Prema tome, statičku stabilnost generatora možemo poboljšati koristeći se jačim uzbuđnim strujama i manjim reaktancijama zračnog raspora, tj. projektiranjem stroja s većim zračnim rasporom.

3.27. Sinhroni motor s okruglim rotorom 150 kW, 250 o/min, 50 Hz priključen je na krutu mrežu nazivnog napona i nazivno je opterećen. Uz pretpostavku da se unutrašnja e.m.s. i reaktancija motora u toku prijelaznog stanja neće promijeniti, izračunajte maksimalni mogući dodatni udarac momenta tereta uz uvjet da dinamička stabilnost motora ne bude narušena. Pretpostavite najveću moguću snagu motora 300 kW a gubitke i utjecaj zasićenja zanemarite.

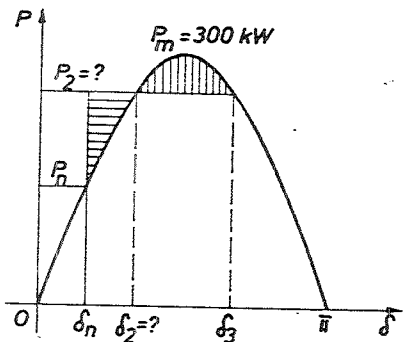
R:

Motor je, dakle, opterećen momentom:

$$M_n = \frac{P_n}{\omega_{meh}} = \frac{P_n}{2 \cdot \frac{\pi n}{60}} = \frac{150.000}{2 \cdot \frac{\pi \cdot 250}{60}}$$

$$= \frac{150.000}{26,2}$$

$$= 5.730 \text{ Nm}$$



Sl. 3.34

Ako se sada moment tereta poveća na iznos  $M_2$ , apsolutna vrijednost kuta  $\delta$  će rasti do vrijednosti  $\delta_2$  pri čemu će se kinetička energija zamašnih masa nešto smanjiti. Ova energija proporcionalna je horizontalno šrafiranoj površini na sl. 3.34. Kako se pri kutu  $\delta_2$  vrši promjena predznaka momenta uzbranja, razlika brzine rotora i obrtnog polja počinje opadati, pri čemu raste kinetička energija zamašnih masa. U graničnom slučaju motor postiže ponovo sinhronu brzinu pri kutu  $\delta_3$ , pri čemu kinetička energija postiže početnu vrijednost, pa okomito šrafirana površina koja pokazuje povećanu kinetičku energiju mora biti jednaka horizontalno šrafiranoj površini. Pri kutu  $\delta_3$  motor se nalazi u stanju labilne ravnoteže. Budući da je za motor svojstveno da mu se brzina smanjuje, rotor napušta točku labilne ravnoteže i vraća se natrag preko kuta  $\delta_2$  do kuta  $\delta_n$ . Tako nastale oscilacije kuta  $\delta$  odnosno snage uzete iz mreže, postepeno se prigušuju. Šrafirane površine bit će jednake ako je

$$P_2(\delta_3 - \delta_n) = P_m \int_{\delta_n}^{\delta_3} \sin \delta \, d\delta$$

$$= -P_m (\cos \delta_3 - \cos \delta_n)$$

Budući da je

$$\delta_3 = \pi - \delta_2, \text{ slijedi}$$

$$P_m \sin \delta_2 (\pi - \delta_n - \delta_2) = P_m (\cos \delta_2 + \cos \delta_n) \quad /:P_m$$

$$\sin \delta_2 (\pi - \delta_n - \delta_2) = (\cos \delta_2 + \cos \delta_n)$$

Lijevu stranu ove jednadžbe označimo sa  $y_1(\delta_2)$  a desnu sa  $y_2(\delta_2)$ . Kut  $\delta_2$  zadovoljit će ovu jednadžbu ako se nalazi u sjecištu krivulja  $y_1(\delta_2)$  i  $y_2(\delta_2)$ . Odredimo najprije kut  $\delta_n$ .

$$\sin \delta_n = \frac{P_n}{P_m} = \frac{150}{300} = 0,5$$

$$\delta_n = 30^\circ \quad \text{ili} \quad \frac{\pi}{6}$$

$$\cos \delta_n = 0,866$$

S ovim je

$$y_1(\delta_2) = \sin \delta_2 \left( \frac{5\pi}{6} - \delta_2 \right)$$

$$y_2(\delta_2) = (\cos \delta_2 + 0,866)$$

Nacrtajmo sada krivulje  $y_1$  i  $y_2$  u funkciji kuta  $\delta_2$ .  
(Tablica 3.3 odnosno sl. 3.35)

$\delta_2$	$\frac{5\pi}{6} - \delta_2$	$\sin \delta_2$	$y_1$	$\cos \delta_2$	$y_2$	
58	1,0123	1,6057	0,8480	1,361	0,5299	1,3959
60	1,0472	1,5708	0,8660	1,359	0,5000	1,3660
62	1,0821	1,5359	0,8829	1,356	0,4695	1,3255
64	1,1170	1,5010	0,8988	1,350	0,4384	1,3044

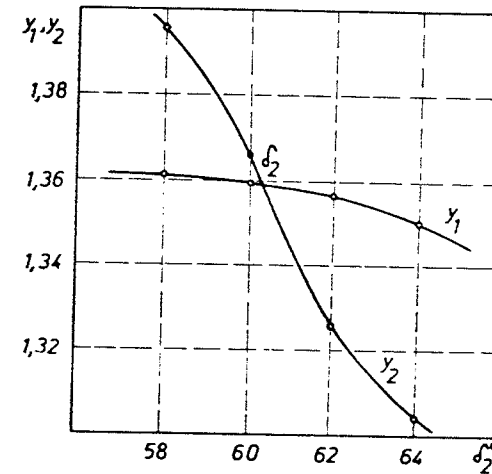
Tablica 3.3

Prema slici je  $\delta_2 = 60,2^\circ$  odnosno

$$P_2 = 300 \sin 60,2^\circ = 260,1 \text{ |kW|}$$

Maksimalni dodatni moment

$$\Delta M = \frac{P_2 - P_n}{\omega_{meh}} = \frac{260.100 - 150.000}{26,2} = 4.200 \text{ |Nm|}$$



Sl. 3.35

3.28. Synchroni generator ima nazivne podatke 1250 kVA, 500 o/min, 6,3 kV,  $\cos \phi = 0,8$ . Prilikom naglog iskapčanja nazivnog opterećenja na osovini generatora djeluje nazivni moment, zbog čega dolazi do naglog porasta broja okretaja. Zamašni moment cijelog agregata iznosi  $4000 \text{ kpm}^2$ . Potrebno je izračunati brzinu koju postigne rotor agregata nakon 0,5 sek pri naglom rasterećenju, uz pretpostavku da je u toku promatranog intervala moment turbine konstantan, te da se gubici agregata zanemaruju. Izračunajte kut koji je rotor prešao u odnosu na sinhrono stanje.

R:

Jednadžba gibanja rotora agregata

$$M_t = J \frac{d\omega}{dt}$$

Odatle je

$$\omega = \frac{M_t}{J} t + C$$

Za  $t = 0$ ,  $\omega = \omega_s$ , pa je  $C = \omega_s$

$$\omega_s = \frac{n\pi}{30} = \frac{500\pi}{30} = 52,4 \text{ s}^{-1}$$

$$M_t \text{ [kpm]} = 974 \frac{P \text{ [kW]}}{n \text{ [o/min]}} = 974 \frac{1250 \cdot 0,8}{500} = 1950 \text{ [kpm]}$$

$$J = \frac{GD^2}{4g} = \frac{4000}{4 \cdot 9,81} = 102 \text{ [kpm s}^2\text{]}$$

$$\Delta\omega = \frac{1950}{102} \cdot 0,5 = 9,58 \text{ [s}^{-1}\text{]}$$

$$\Delta n = 91,5 \text{ [o/min]}$$

$$n = 500 + 91,5 = 591,5 \text{ [o/min]}$$

$$\Delta\delta = \int_0^t \Delta\omega dt = \frac{1}{2} \frac{M_t}{J} t^2 = \frac{1}{2} \frac{1950}{102} 0,5^2 = 2,4 \text{ rad.} = 137,5^\circ$$

3.29. Sinhroni motor sa cilindričnim rotorom 150 kW,  $\cos \phi = 1$ , 250 o/min, 50 Hz, priključen je na mrežu nazivnog napona a služi za pogon klipnog kompresora. Krivulja obrtnog momenta kompresora sadrži znatnu sinusoidalnu komponentu amplitude  $M_v = 1000 \text{ Nm}$  i kružne frekvencije jednake kutnoj brzini rotora, pri čemu je srednja vrijednost momenta jednaka nazivnom momentu motora. Kut opterećenja koji pripada srednjoj vrijednosti momenta iznosi  $33^\circ$ . Gubici trenja te Joulovi gubici mogu se zanemariti. Odredite:

- maksimalnu vrijednost kuta opterećenja u toku njihanja i pripadnu snagu  $P$  ako je ukupni moment inercije rotora i tereta  $J = 250 \text{ kg m}^2$ ,
- moment inercije pri kojem nastupa rezonancija,
- moment inercije zamašnjaka koji treba dodati ako želimo ograničiti njihanje snage u granicama 10 % od srednje vrijednosti.

R:

a) Sinhronizacioni moment

$$M_s = \frac{d}{d\delta} (M_m \sin \delta)_{\delta_0} = M_m \cos \delta_0$$

Srednji moment opterećenja

$$M_{sr} = \frac{P_{sr}}{\omega_{meh}} = \frac{150 \cdot 0,000}{\frac{2\pi \cdot 250}{60}} = \frac{150 \cdot 0,000}{26,2} = 5730 \text{ [Nm]}$$

Kako je

$$M_{sr} = M_m \sin \delta_0,$$

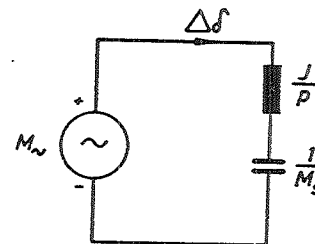
to je

$$M_s = \frac{M_{sr} \cos \delta_0}{\sin \delta_0} = M_{sr} \operatorname{ctg} \delta_0 = 5730 \operatorname{ctg} 33^\circ = 8820 \text{ [Nm]}$$

Jednadžba gibanja rotora

$$M_v \cos \omega t = M_s \Delta\delta + \frac{J}{P} \frac{d^2 \Delta\delta}{dt^2}$$

Ta jednadžba identična je jednadžbi koja vrijedi za strujni krug prema sl. 3.36.



$$\frac{du}{dt} = \frac{1}{C} i + L \frac{d^2 i}{dt^2}$$

Sl. 3.36

Jednadžbu gibanja svakako zadovoljava stacionarno rješenje

$$\Delta\delta = \Delta\delta_m \cos \omega t, \text{ odnosno } I = I_m \cos \omega t.$$

Kako je

$$I_m = \frac{U_m}{\frac{1}{\omega C} - \omega L}$$

to je

$$\Delta \delta_m = \frac{\frac{M_{\sim}}{\omega}}{\frac{M_s}{\omega} - \omega \frac{L}{p}} = \frac{M_{\sim}}{M_s - \omega^2 \frac{L}{p}}$$

U ovom primjeru je

$$\omega = 26,2 \text{ s}^{-1}$$

$$p = \frac{3000}{230} = 12$$

$$\Delta \delta_m = \frac{1000}{8820 - 26,2^2 \frac{230}{12}} = 0,1825 \text{ rad.}$$

Prema tome, maksimalni kut opterećenja je

$$\delta_m = \delta_o + \Delta \delta_m = -33^\circ - 0,1825 \cdot 57,3^\circ = -43,45$$

Stvarna promjena kuta opterećenja nešto je manja zbog djelovanja prigušnog kaveza, koji bi u električkoj shemi bio prikazan radnim otporom spojenim u seriju sa L i C.

Maksimalna snaga

$$P_m = P_{sr} \frac{\sin \delta_m}{\sin \delta_o} = 150 \frac{\sin 43,45^\circ}{\sin 33^\circ} = 189 \text{ kW}$$

Najveće preopterećenje iznosi dakle 126 %.

b) Moment inercije kada nastupa rezonancija dobijamo u slučaju da je nazivnik u izrazu za amplitudu njihanja jednak nuli, tj. kada je

$$M_s - \omega^2 \frac{J}{p} = 0$$

Slijedi

$$J_{rez} = \frac{p M_s}{\omega^2} = \frac{12 \cdot 8820}{26,2^2} = 154,2 \text{ kg m}^2$$

c)

$$\frac{P_m}{P_{sr}} = 1,1 \frac{\sin \delta_m}{\sin \delta_o}$$

$$\delta_m = \arcsin(1,1 \sin \delta_o) = -36,75^\circ$$

$$\Delta \delta_m = \delta_m - \delta_o = 36,75^\circ - 33^\circ = 3,75^\circ = 6,55 \cdot 10^{-2} \text{ rad.}$$

Moment inercije

$$J' = \frac{p}{\omega^2} (M_s - \frac{M_{\sim}}{\Delta \delta_m}) = \frac{12}{26,2^2} (8820 + \frac{1000}{0,0655}) = 421 \text{ kg m}^2$$

Potrebni dodatni moment inercije je

$$J_{dod} = J' - J = 421 - 250 = 171 \text{ kg m}^2$$

Vidimo da amplituda kuta opterećenja znatno ovisi o momentu inercije, pa rezonanciju možemo izbjeći djelujući na veličinu momenta inercije sistema.

3.30. Sinhroni generator s okruglim rotorom radi na vlastitu mrežu s faktorom snage  $\cos \phi = 1$ . Napon na stezaljkama generatora iznosi 500 V, frekvencija 60 Hz, a kut opterećenja  $30^\circ$ . Ako se punjenje turbine poveća za 20 %, koliki ćemo napon imati na stezaljkama generatora i uz koju frekvenciju?

R:

Budući da je generator opterećen čisto omskim potrošačem, to je

$$\frac{u_2'^2}{R} = 1,2 \frac{u_2^2}{R}$$

$$u_2' = \sqrt{1,2} u_2 = 1,095 \cdot 500 =$$

$$= 548 \text{ [V]}$$

Takodjer je

$$\frac{e_o' u_2'}{2\pi f' L_d} \sin \delta' = 1,2 \frac{e_o u_2}{2\pi f L_d} \sin \delta \quad (3.50)$$

Omjer  $\frac{e_o}{2\pi f L_d}$  ne ovisi o frekvenciji.

Prema (3.50) je

$$\sin \delta' = 1,2 \frac{u_2}{u_2'} \sin \delta = \sqrt{1,2} \sin \delta$$

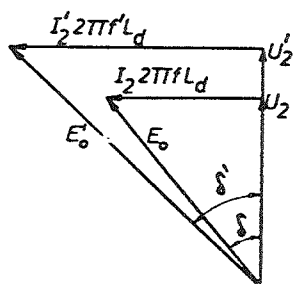
$$= 1,095 \cdot 0,5 = 0,549$$

$$\delta' = 33,2^\circ$$

Prema sl. 3.37 je

$$i_2' 2\pi f' L_d = u_2' \operatorname{tg} \delta' \quad (3.51)$$

$$i_2 2\pi f L_d = u_2 \operatorname{tg} \delta \quad (3.52)$$



Sl. 3.37

Prema (3.51) i (3.52) je

$$\frac{i_2' 2\pi f' L_d}{i_2 2\pi f L_d} = \frac{u_2' \operatorname{tg} \delta'}{u_2 \operatorname{tg} \delta}$$

Budući da je

$$\frac{i_2'}{i_2} = \sqrt{1,2}, \text{ to je}$$

$$\sqrt{1,2} \frac{f'}{f} = \sqrt{1,2} \frac{\operatorname{tg} \delta'}{\operatorname{tg} \delta}$$

odnosno

$$\frac{f'}{f} = \frac{\operatorname{tg} \delta'}{\operatorname{tg} \delta} = \frac{\operatorname{tg} 33,2^\circ}{\operatorname{tg} 30^\circ} = 1,135$$

$$f' = 60 \cdot 1,135 = 68,1 \text{ Hz}$$

### 3.6. ZADACI ZA RJEŠAVANJE

1. Trofazni sinhroni generator s izraženim polovima ima sinhronu reaktanciju u uzdužnoj osi  $20 \Omega$  po fazi, a u poprečnoj  $12 \Omega$  po fazi. Radni otpor armaturnog namota iznosi  $0,24 \Omega$  po fazi. Kada generator radi na mreži napona  $12 \text{ kV}$  pri faktoru snage  $\cos \phi = 0,8$  cap., daje u mrežu struju od  $50 \text{ A}$ . Izračunajte napon na stezaljkama otvorenog armaturnog namota pri nepromijenjenoj brzini i uzbuđi generatora. Pretpostavite nezasićen stroj.

R:  $11 \text{ kV}$ .

2. Trofazni sinhroni generator  $20 \text{ MVA}$ ,  $11 \text{ kV}$ ,  $50 \text{ Hz}$ ,  $300 \text{ o/min}$  ima sinhronu reaktanciju u uzdužnoj osi  $6,05 \Omega$  po fazi, a u poprečnoj  $3,03 \Omega$  po fazi. Radni otpor namota armature može se zanemariti. Pri nazivnom naponu, struji opterećenja i faktoru snage  $\cos \phi = 1$  potrebno je odrediti:

- a) unutrašnji napon generatora i kut opterećenja
- b) ukupni elektromagnetski moment i reakcioni moment

R: 14,78 kV, 26,6°, 637.000 Nm, 255.000 Nm.

3) Trofazni sinhroni generator s izraženim polovima ima sinhronu reaktanciju u uzdužnoj osi  $x_d = 125\%$  i sinhronu reaktanciju u poprečnoj osi  $x_q = 80\%$ . Generator je priključen na krutu mrežu nazivnog napona i nazivno je opterećen s faktorom snage  $\cos \phi = 0,8$  ind. Uz konstantnu uzbudnu struju povećava se punjenje turbine sve dok generator ne dodje na granicu statičke stabilnosti. Na granici stabilnosti proračunajte faktore snage kojim radi ovaj generator. Zasićenje magnetskog kruga i radni otpor armature može se zanemariti.

R: 0,88 cap.

4. Jednofazni sinhroni generator ima radni otpor namota armature 0,1  $\Omega$ . Kada se uzbudi do 50 V i kratko spoji, struja kratkog spoja iznosi 200 A. Do kojeg inducirano napona mora generator biti uzbudjen da bi pri naponu 200 V i faktoru snage 0,8 ind. armaturnim namotom tekla struja 100 A.

R: 222 V.

5. Mehanička snaga na osnovi četveropolnog sinhronog motora 50 Hz iznosi 10 kW. Poznat je kut opterećenja  $\delta = 30^\circ$  el. Odredite:

- a) elektromagnetski moment
- b) maksimalnu moguću snagu motora
- c) kako utječe na elektromagnetski moment i kut opterećenja porast napona statora za 10 %
- d) kako utječe na elektromagnetski moment i kut opterećenja porast struje uzbude za 10 %. Utjecaj izraženih polova i utjecaj zasićenja može se zanemariti.

R: a) 63,6 Nm  
 b) 20000 W  
 c) 63,6 Nm ; 27,1° el.

d) 63,6 Nm ; 27,1° el.

6. Broj okretaja trofaznog sinhronog motora regulira se promjenom frekvencije narinutog napona, pri čemu maksimalni moment motora treba da ostane neizmijenjen.

- a) Kako treba mijenjati veličinu narinutog napona pri neizmijenjenoj struji uzbude?
- b) Kako treba mijenjati struju uzbude pri konstantnom naponu na stezaljkama.
- c) Koji od ova dva režima preporučate da se primijeni i zašto.

R: a)  $\frac{U}{\omega} = \text{konst.}$

b)  $\frac{I_1}{\omega} = \text{konst.}$

c) Režim a), da bi se izbjeglo pregrijavanje motora.

7. Sinhroni motor s okruglim rotorom ima sinhronu reaktanciju 0,6 rv. Pri faktoru snage i  $\cos \phi = 0,8$  cap. kut opterećenja iznosi  $-20^\circ$  el. Odredite struju statora, snagu na osovini i napon rotora u relativnim vrijednostima. Gubici motora mogu se zanemariti.

R: 1,04 ; 0,832 ; 1,46 .

8. Šesteropolni trofazni sinhroni motor s okruglim rotorom 440 V, 50 Hz, u spoju zvijezda ima sinhronu reaktanciju 5  $\Omega$  po fazi a pri faktoru snage  $\cos \phi = 0,8$  cap. uzima iz mreže struju od 30 A. Izračunajte napon rotora i kut opterećenja. Izračunajte trenutni višak momenta ako se opterećenje naglo smanji na vrijednost koja odgovara kutu opterećenja od  $10^\circ$  el.

R: 352 V ; 36,2° ; 123,1 Nm.

9. Pokažite da je pod pretpostavkom konstantne sinhronne impedancije, uzbude i napona mreže krivulja mjesta struje armature sinhronog motora kružnica. Nacrtajte krivulju mjesta i odredite struju armature trofaznog sinhronog motora 3300 V u spoju zvijezda, sinhronne impedancije  $0,25 + j 2\Omega$  po fazi, u slučaju da motor uzima iz mreže 750 kW, a da uzbuda motora odgovara induciranoj e.m.s. 3500 V.

R: 146 A , 0,9 ind.

10. Izračunajte napon rotora i kut opterećenja trofaznog šestopolnog sinhronog motora s okruglim rotorom 440 V u spoju zvijezda. Motor ima sinhronu impedanciju  $0,6 + j 5\Omega$  po fazi, a pri faktoru snage  $\cos \phi = 0,8$  cap. uzima iz mreže struju od 30 A. Ako kut opterećenja u praznom hodu iznosi  $2^\circ$ , koliki korisni moment razvija ovaj motor?

R: 355 V ;  $21,65^\circ$  ; 131,2 Nm.

4. STATIČKE KARAKTERISTIKE SINHRONOG STROJA

Elektromagnetske veličine i parametre stroja, kao i u prethodnom poglavlju, izražavamo u relativnim vrijednostima (rv). Ako drugačije nije izričito navedeno, usvojit ćemo za čitavo poglavlje ove pretpostavke:

- Promatra se trofazni sinhroni generator velike snage, zanemaruje radnog otpora namota armature u spoju zvijezda
- Stroj radi na krutu mrežu nazivnog napona i frekvencije
- Promjena Potierove reaktancije sa zasićenjem može se zanemariti
- Karakteristika kratkog spoja (kks) je karakteristika tropskog trajnog kratkog spoja
- Uzbudna struja kratkog spoja ( $i_{1k}$ ) je uzbudna struja pri kojoj armaturnim namotom u kratkom spoju teče nazivna struja
- Pod sinhronom reaktancijom razumijevamo nezasićenu vrijednost sinhronne reaktancije
- Pod kratkospojnim omjerom razumijevamo zasićenu vrijednost kratkospojnog omjera generatora u praznom hodu s nazivnim naponom na priključnicama.

4.1. KARAKTERISTIKA PRAZNOG HODA I KRATKOG SPOJA

4.1. Turbogenerator 3000 o/min, faktora snage  $\cos \phi = 0,8$ , ima nazivni napon rotora 2,10. Poznata je karakteristika praznog hoda (kph) u relativnim vrijednostima:

$i_1$	0,6	0,8	1,0	1,4	1,8	2,2	2,6
$u_2$	0,7	0,87	1,0	1,16	1,27	1,355	1,41

Potierova reaktancija iznosi 15 %.

- a) Nacrtajte karakteristiku kratkog spoja (kks).
- b) Odredite relativnu vrijednost nezasićene sinhronne reaktancije.

c) Odredite trajnu struju kratkog spoja ako on nastupa pri nazivnom opterećenju.

R:

Rješenje naša prikazano je na slici 4.1.

a) Polazeći od napona mreže ( $u_2 = 1,0$  rv), faktora snage ( $\cos \varphi = 0,8$  ind.), Potierova reaktancija ( $x_p = 0,15$  rv) i struje opterećenja ( $i_2 = 1,0$  rv) dolazimo do induciranog napona namota armature  $e_2$ . Ovim naponom određeno je elektromagnetsko stanje stroja odnosno radna točka. To je točka K na karakteristici praznog hoda, za koju se ujedno s dovoljnom točností smatra da predstavlja i karakteristiku magnetiziranja pod opterećenjem. Lineariziranjem kph dolazimo do nazivne uzbudne struje  $i_{1n} = 2,34$ . U vektorskoj slici stroja ova je struja prema naponu rotora  $e_0$  zakrenuta za  $90^\circ$  unapred. Također je i rezultirajuća uzbudna struja  $i_{1r}$  prema rezultirajućem induciranom naponu  $e_2$  zakrenuta za  $90^\circ$  unapred. Dužina  $\overline{AB}$  predstavlja protjecanje armature odnosno struju opterećenja  $i_2$  reduciranu za uzbudni namot. Uzbudnu struju kratkog spoja  $i_{1k}$  dobivamo crtanjem Potierovog trokuta na razini napona  $u_2 = 0$ . U ovom primjeru je  $i_{1k} = 1,46$  rv. Karakteristika kratkog spoja je pravac određen nazivnom strujom armature ( $i_2 = 1$ ) i uzbudnom strujom kratkog spoja  $i_{1k}$ .

b) Relativna vrijednost nezasićene sinhronne reaktancije (vidi str. 148):

$$x_d = \frac{x_d}{x_B} = \frac{U_{2fn} I_{2B}}{I_{2k} U_{2B}} = \frac{I_{2n}}{I_{2k}} = \frac{1}{i_{2k}}$$

Prema karakteristici kratkog spoja je:

$$\frac{1}{i_{2k}} = \frac{i_{1k}}{i_{1\delta}}$$

pa je

$$x_d = \frac{i_{1k}}{i_{1\delta}} \quad (4.1)$$

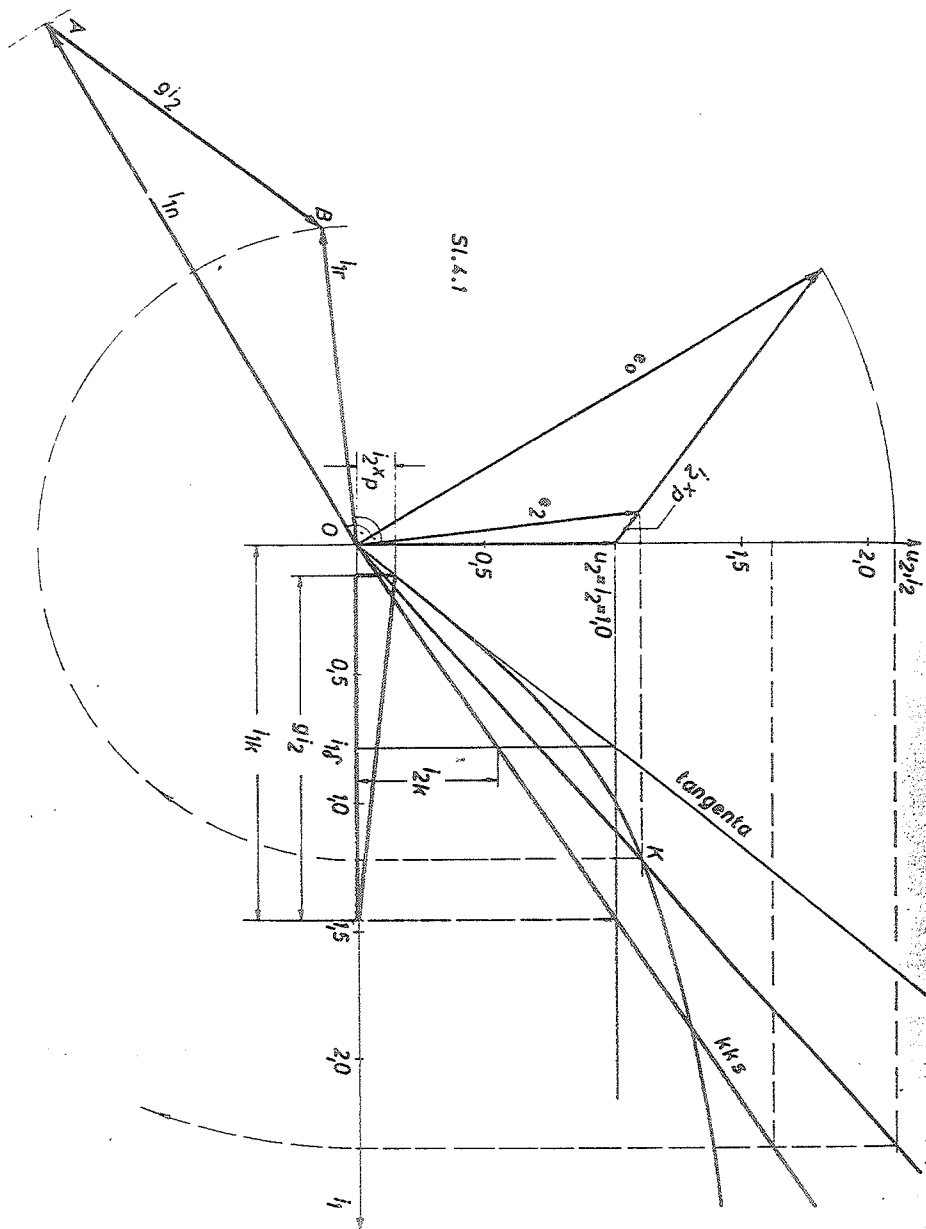
$$x_{1n} = \frac{U_{2n}}{\sqrt{3} I_{2n}} = x_B$$

U ovom primjeru je

$$x_d = \frac{1,46}{0,79} = 1,85$$

c) Trajnu struju kratkog spoja dobivamo pomoću kks.  $i_{2k} = 1,6$ . Ovu struju možemo dobiti i pomoću nezasićene sinhronne reaktancije i napona rotora (u trašnjem naponu generatora) nezasićenog stroja. Nazivnoj uzbudnoj struji  $i_{1n} = 2,45$  pripada na karakteristici magnetiziranja nezasićenog stroja (tangenta na kph u ishodištu) napon rotora  $e_0 = 2,95$ , pa je

$$i_{2k} = \frac{e_0}{x_d} = \frac{2,95}{1,85} = 1,6 \quad (4.2)$$



4.2. Za generator iz prethodnog zadatka potrebno je odrediti:

- stacionarnu vrijednost napona na stezaljkama armaturnog namota (priključnica generatora) ako se stroj, prethodno nazivno opterećen s  $\cos \phi = 0,8$  inđ., potpuno rastereti, a uzbuđna struja ostane nepromijenjena
- za koliko puta treba smanjiti uzbuđnu struju da bi generator ponovo priključili na mrežu
- zasićenu sinhronu reaktanciju pri nazivnom opterećenju
- uzbuđnu struju kratkog spoja

R:

Rješenje zadatka prikazano je na slici 4.2.

a) Nazivnu uzbuđnu struju dobili smo u prethodnom zadatku.

$$i_{1n} = 2,34 .$$

Za tu uzbuđnu struju prema karakteristici praznog hoda je

$$u_2 = 1,38 .$$

b) Da bismo stroj ponovo priključili na mrežu, moramo smanjiti uzbuđnu struju na vrijednost uzbuđne struje praznog hoda  $i_{10} = 1,0$ , tj. za 2,34 puta.

c) Crtanjem vektorske slike za nazivno opterećenje dobivamo pad napona na sinhronoj reaktanciji

$$i_2 x_d^* = 1,32$$

odakle je

$$x_d^* = \frac{1,32}{i_2} = 1,32 \quad (4.3)$$

To je zasićena reaktancija, jer je napon rotora određen prema stvarnoj radnoj točki K na karakteristici praznog hoda, odnosno karakteristici magnetiziranja.

d) Uzbuđnu struju kratkog spoja možemo odrediti pomoću zasićene sinhrono reaktancije i linearizirane karakteristike magnetiziranja za nazivno opterećenje.

Prema Sl. 4.2 i prema (4.1) je:

$$x_d^* = \frac{i_{1k}}{i_{16}} \quad (4.4)$$





4.4. Poznata je karakteristika praznog hoda u rv

$i_1$	0,6	0,8	1,0	1,4	1,8	2,2
$u_2$	0,7	0,87	1,0	1,14	1,214	1,258

Sinhrona reaktancija iznosi 200 %. Pri nazivnom opterećenju i faktoru snage  $\cos \phi = 0,8$  uzбудna struja iznosi 250 % uzbudne struje praznog hoda. Uz nazivnu vrijednost struje opterećenja i faktor snage  $\cos \phi = 0,7$  potrebno je odrediti:

- uzbudnu struju
- napon rotora
- zasićenu sinhronu reaktanciju

R:

Rješenje zadatka prikazano je na slici 4.4.

a) Povlačenjem tangente u ishodištu na karakteristiku praznog hoda dolazimo do uzbudne struje praznog hoda nezasićenog generatora  $i_{10} = 0,8$ .

Uzбудna struja kratkog spoja

$$i_{1k} = i_{10} x_d = 0,8 \cdot 2 = 1,6$$

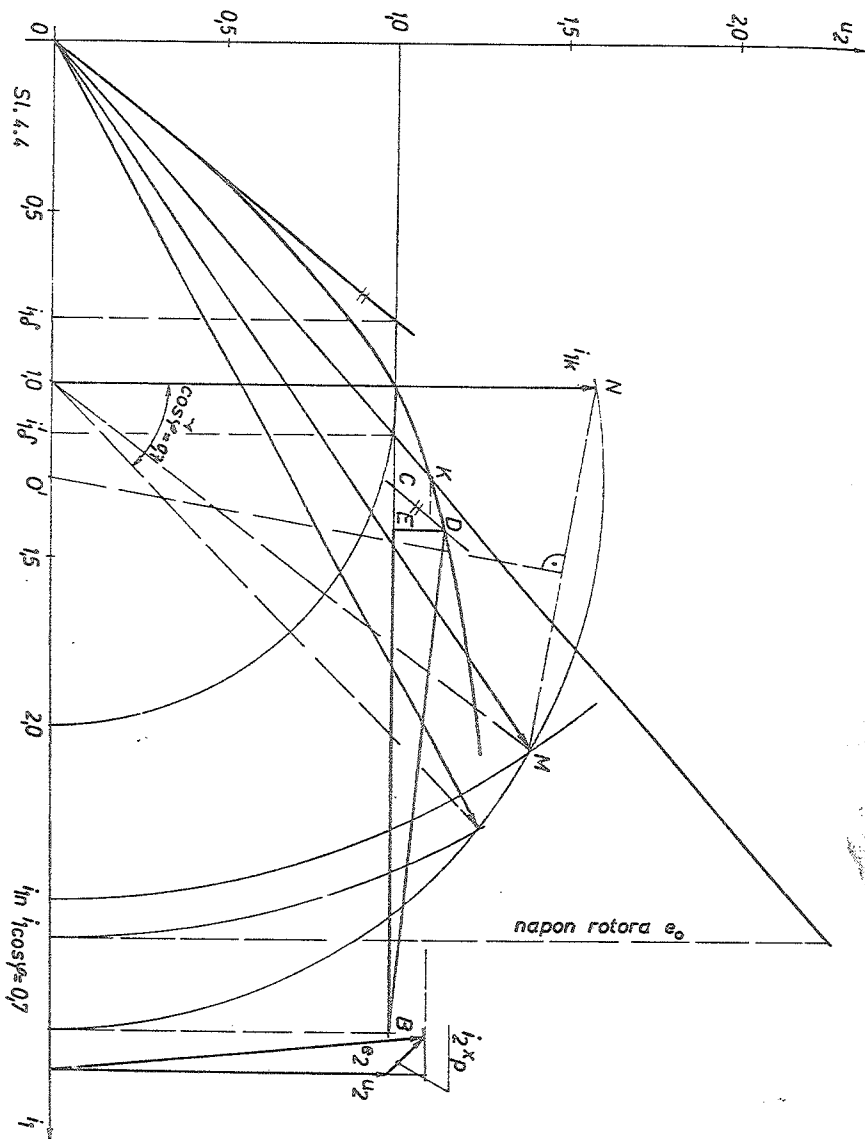
Pomoću nazivne uzbudne struje  $i_{1n} = 2,5$  i faktora snage  $\cos \phi = 0,8$  dolazimo do točke M koja leži na švedskom dijagramu. Nanošenjem uzbudne struje kratkog spoja  $i_{1k} = 1,6$  na uzbudnu struju praznog hoda  $i_{10} = 0,8$  dolazimo do točke N koja leži na švedskom dijagramu. Povlačenjem simetrane tetive  $\overline{MN}$  dolazimo do središta  $O'$  švedskog dijagrama. Sada možemo opisati kružnicu oko točke  $O'$ . Za faktor snage  $\cos \phi = 0,7$  dobivamo uzbudnu struju  $i_1 = 2,61$ .

b) Polazeći od uzbudne struje nazivnog opterećenja pri faktoru snage  $\cos \phi = 0$  i uzbudne struje kratkog spoja  $i_{1k}$  ( $\overline{BC}$ ) dolazimo do Potierove reaktancije. Sada možemo odrediti radnu točku K na karakteristici praznog hoda za nazivno opterećenje i

i faktor snage  $\cos \phi = 0,7$ . Pomoću linearizirane karakteristike magnetiziranja i uzbudne struje  $i_1 = 2,61$  dolazimo do napona rotora  $e_o = 2,27$ .

c) Zasićena sinhrona reaktancija slijedi prema (4.4).

$$x_d^* = \frac{i_{1k}}{i_{10}} = \frac{1,6}{0,8} = 2$$



4.5) Sinhroni generator faktora snage 0,8 i Potierove reaktancije 15 % ima karakteristiku praznog hoda u rv

$i_1$	0,6	0,8	1,0	1,4	1,8	2,2
$u_2$	0,7	0,87	1,0	1,14	1,214	1,258

Pri nazivnoj vrijednosti struje opterećenja i faktoru snage  $\cos \phi = 0$  ind. uzbuđna struja iznosi 280 % uzbuđne struje praznog hoda. Odredite:

- uzbuđnu struju za nazivno opterećenje i faktor snage  $\cos \phi = 0,8$  ind.
- trajnu struju kratkog spoja i pad napona na Potierovoj reaktanciji u slučaju da trolpolni kratki spoj nastupi na stezaljkama nazivno opterećenog generatora, a uzbuđna struja ostane nepromijenjena

R:

Rješenje zadatka prikazano je na slici 4.5.

a) Kroz točku D, određenu Potierovom reaktancijom, povlačimo paralelu s tangentom na karakteristiku praznog hoda. Tako dolazimo do točke C. Točka B određena je zadanom uzbuđnom strujom. Dužina  $\overline{CB}$  jednaka je uzbuđnoj struji kratkog spoja  $i_{1k}$ . Pomoću nje crtamo karakteristiku kratkog spoja  $i_{2k}(i_1)$ . Uzbuđnu struju za nazivno opterećenje i faktor snage  $\cos \phi = 0,8$  ind. odredit ćemo najprije američkim dijagramom, a zatim švedskim dijagramom. Iz točke  $O'$  povlačimo, pod kutom  $\phi$ , pravac na koji nanosimo dužinu  $\overline{O'F}$  jednaku uzbuđnoj struji kratkog spoja. Rezultirajući napon armature  $e_2$  određuje dio uzbuđne struje potreban za pokrivanje pada magnetskog napona u željezu  $\Delta i$ . Ako ovu struju dodamo dužini  $\overline{O'F}$  dolazimo do točke G. Tražena uzbuđna struja jednaka je dužini  $\overline{OG}$ .

$$i_1 \cos \phi = 0,8 = 2,45$$



4.6. Poznata je karakteristika praznog hoda u rv

$i_1$	0,5	0,8	1,0	1,3	1,7	2,0
$u_2$	0,57	0,86	1,0	1,117	1,205	1,238

Pri nazivnoj vrijednosti struje opterećenja i faktoru snage  $\cos \phi = 0$  ind. odnosno  $\cos \phi = 0,8$  ind., uzbudna struja iznosi 240 % odnosno 200 % uzbudne struje praznog hoda. Odredite:

- 200  
176
- relativnu vrijednost Potierove reaktancije,
  - kratkospojni omjer

R:

Rješenje zadatka prikazano je na slici 4.6.

a) Pomoću zadanih struja i faktora snage možemo odrediti točke A i F koje leže na švedskom dijagramu. Simetrala tetive  $\overline{AF}$  daje središte kruga  $O'$  švedskog dijagrama. Opisavši kružnicu oko točke  $O'$  dolazimo do uzbudne struje kratkog spoja  $i_{1k}$  pomoću koje možemo nacrtati Potierov trokut, a zatim očitati relativnu vrijednost Potierove reaktancije.

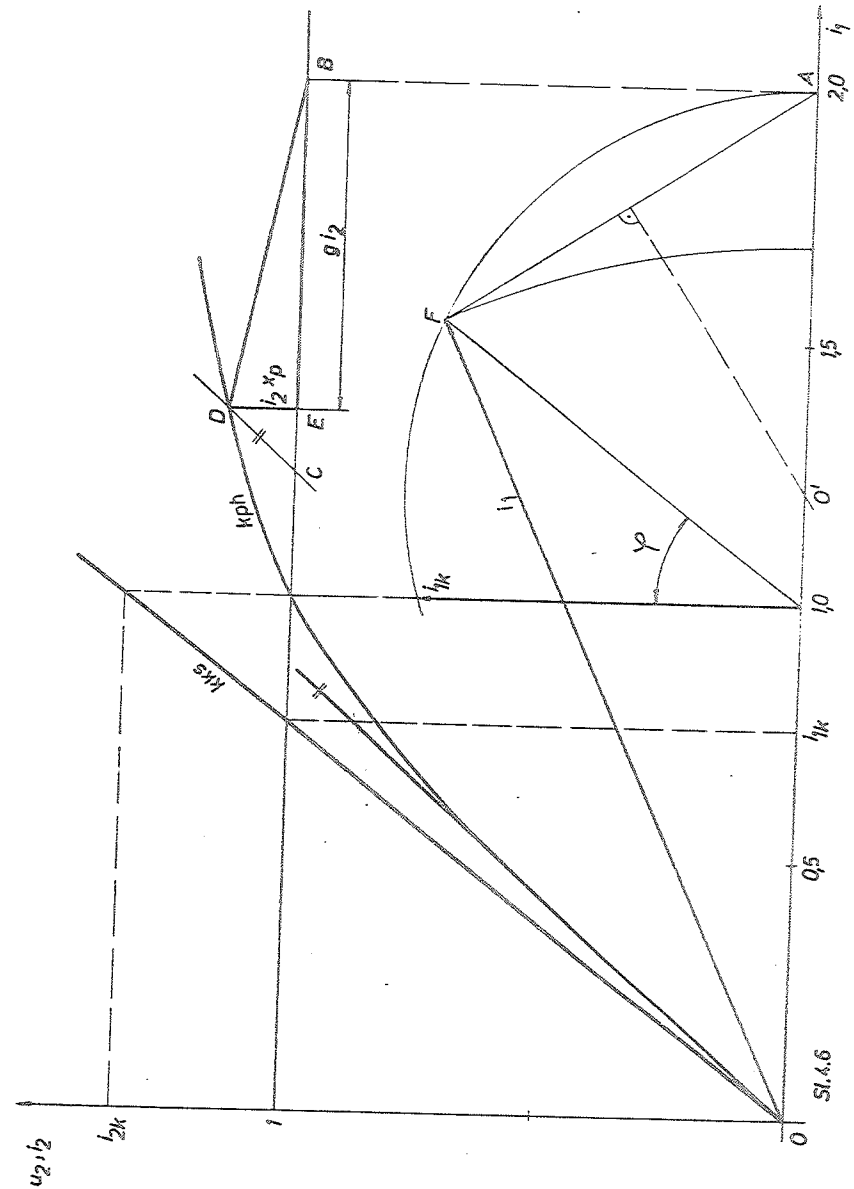
$$x_p = 0,13$$

b) Polazeći od uzbudne struje kratkog spoja  $i_{1k}$  možemo odrediti karakteristiku kratkog spoja  $i_{2k}(i_1)$ , a zatim izračunati i kratkospojni omjer. Kratkospojni omjer određujemo za stupanj zasićenja generatora u praznom hodu s nazivnim naponom

$$k = \frac{i_{10}}{i_{1k}} \quad (4.5)$$

U ovom primjeru je

$$k = \frac{1}{0,76} = 1,315$$



4.7. Sinhroni generator 2000 kVA, 6600 V ima karakteristiku praznog hoda

$I_1$ (A)	14	18	23	30	43
$U_2$ (V)	4000	5000	6000	7000	8000

Pri kratkospojenom armaturnom namotu i nazivnoj struji opterećenja uzbuđna struja iznosi 16 A. Pri naponu 6600 V, nazivnoj struji opterećenja i faktoru snage  $\cos \phi = 0$  ind. uzbuđna struja iznosi 42,5 A. Odredite:

- uzbuđnu struju pri nazivnom opterećenju i faktoru snage  $\cos \phi = 0,8$  ind.
- apsolutnu vrijednost nezasićene sinhronne reaktancije
- uzbuđnu struju koja pripada reakciji armature pri nazivnom opterećenju

R:

Rješenje zadatka prikazano je na slici 4.7.

a) Pomoću zadanog napona 6000 V i uzbuđne struje kratkog spoja ( $\overline{BC}$ ) dobivamo vrh Potierovog trokuta (točka D), odnosno pad napona na Potierovoj reaktanciji ( $\overline{DE}$ ). Crtanjem Potierovog trokuta na razini nazivnog napona (6600 V) dolazimo do uzbuđne struje pri nazivnom opterećenju i faktoru snage  $\cos \phi = 0$  ind. Poznamo, dakle, sve elemente potrebne za konstrukciju švedskog dijagrama. Prema tom dijagramu uzbuđna struja pri nazivnom opterećenju iznosi 41,6 A.

b) Relativna vrijednost nezasićene sinhronne reaktancije

$$x_d = \frac{I_{1k}}{I_{16}} = \frac{16}{22,8} = 0,702$$

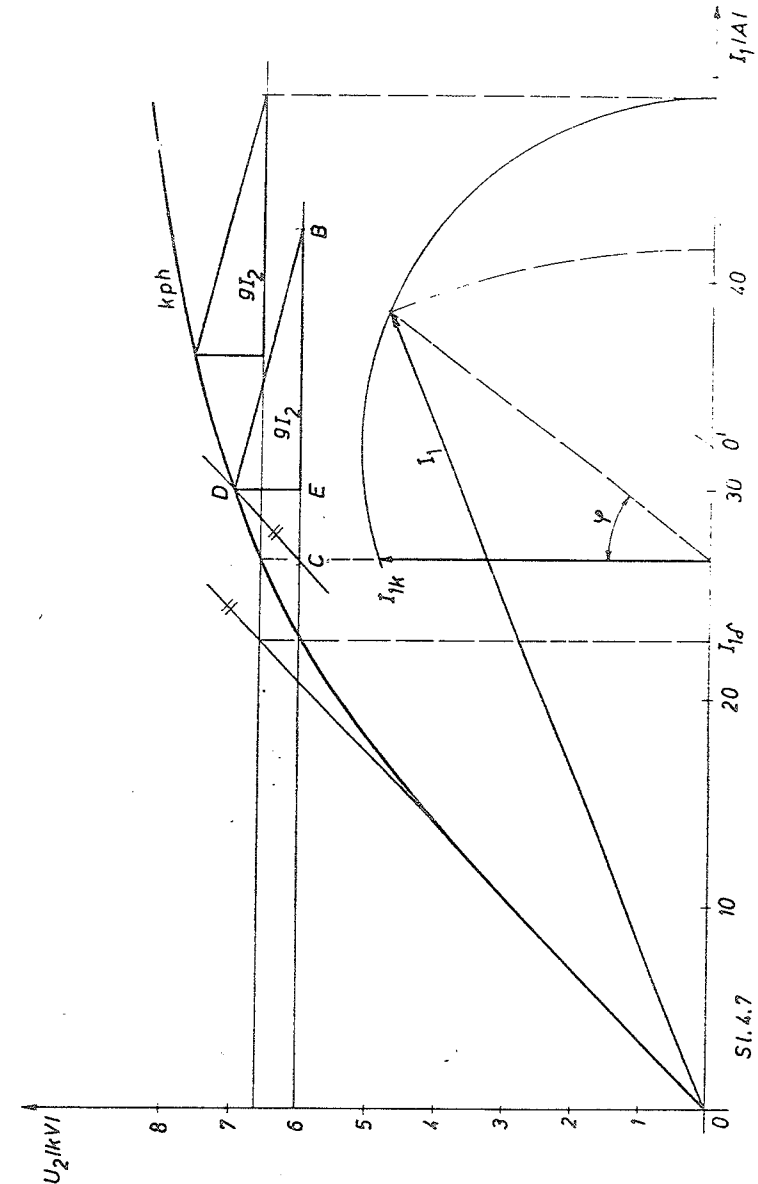
Bazna vrijednost reaktancije je:

$$X_B = \frac{U_B}{I_B} = \frac{U_{2n}^2}{S_n} = \frac{6600^2}{2000 \cdot 10^3} = 21,8 \ \Omega \quad (4.6)$$

Apsolutna vrijednost nezasićene sinhronne reaktancije:

$$X_d = x_d X_B = 0,702 \cdot 21,8 = 15,6 \ \Omega \text{ po fazi}$$

c) Uzbuđnu struju koja pripada reakciji armature dobivamo iz Potierovog trokuta ( $\overline{BE}$ ). Ona iznosi 12,6 A.



4.8. Sinhroni generator 10,5 kV,  $x_p = 15\%$  ima pri uzbuđnoj struji 1,6 struju armature u kratkom spoju 1,4. Poznata je karakteristika praznog hoda u rv

$i_1$	0,5	0,8	1,0	1,3	1,7	2,0
$u_2$	0,57	0,86	1,0	1,117	1,205	1,24

- Kolika je nazasićena sinhrona reaktancija ?
- Kolika je struja armature pri čisto induktivnom opterećenju, nazivnom naponu generatora i uzbuđi 1,6 ?
- Kolika je zasićena sinhrona reaktancija u slučaju b)?
- Kolika je uzbuđna struja pri naponu 9 kV, nazivnoj struji opterećenja i faktoru snage  $\cos \phi = 0,7$  ind.?

R:

Rješenje zadatka prikazano je na slici 4.8.

a) Polazeći od struje armature u kratkom spoju i pripadne uzbuđne struje možemo nacrtati karakteristiku kratkog spoja  $i_{2k}(i_1)$ . Prema (4.1) sinhrona reaktancija je:

$$x_d = \frac{i_{1k}}{i_{1\delta}} = \frac{1,15}{0,88} = 1,31$$

b) Pri faktoru snage  $\cos \phi = 0$  ind. i promijenjenoj struji armature Potierov trokut ostaje sličan. Polazeći od točke B' povlačimo paralelu s hipotenuzom Potierovog trokuta crtanog za nazivno opterećenje i faktor snage  $\cos \phi = 0$  ind. Iz odnosa reakcije armature (dulje katete Potierovog trokuta) dobivamo traženu struju opterećenja

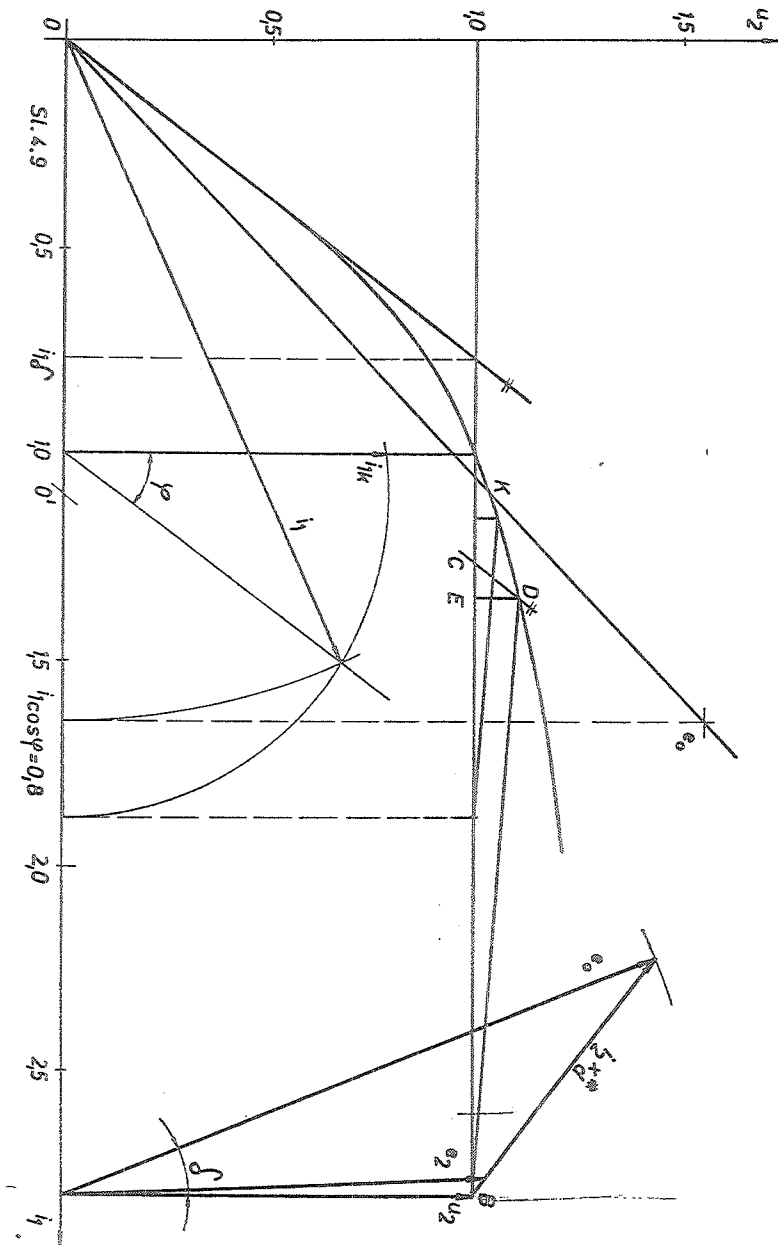
$$i_2 = \frac{0,46}{1,015} = 0,453$$

c) Zasićenu vrijednost sinhrona reaktancije dobivamo iz uzbuđne struje kratkog spoja i linearizirane karakteristike magnetiziranja

$$x_d^* = \frac{i_{1k}}{i_{1\delta}} \cdot 100 = \frac{115}{107,5} \cdot 100 = 108\%$$

d) Crtanjem Potierovog trokuta na razini napona 9 kV, tj. na naponu 0,856 u rv, dolazimo do uzbuđne struje pri  $\cos \phi = 0$  ind. Kako je uzbuđna struja kratkog spoja ostala nepromijenjena, imamo sve elemente potrebne za konstrukciju švedskog dijagrama na razini napona 9 kV. Tražena uzbuđna struja pri  $\cos \phi = 0,7$  ind. iznosi 176 %.





4.10. Turbogenerator  $x_d = 200 \%$ ,  $x_p = 12 \%$  ima karakteristiku praznog hoda

$i_1$	0,5	0,8	1,0	1,3	1,6	2,0
$u_2$	0,62	0,9	1,0	1,1	1,17	1,24

Generator je priključen na mrežu nazivnog napona i opterećen je nazivnom strujom. Odredite uzбудnu struju, napon rotora i zasićenu sinhronu reaktanciju pri faktoru snage:

- a)  $\cos \phi = 0$  ind.
- b)  $\cos \phi = 0,4$  ind.
- c)  $\cos \phi = 0,8$  ind.
- d)  $\cos \phi = 1,0$

R:

Rješenje zadatka prikazano je na slici 4.10b.

a) Uzбудna struja kratkog spoja

$$i_{1k} = x_d i_{1\phi} = 1,7 \cdot 0,80 = 1,36$$

Crtanjem Potierovog trokuta dobivamo traženu uzбудu

$$i_1 \cos \phi = 0 = 2,58$$

Linearizirana karakteristika magnetiziranja prolazi vrhom Potierovog trokuta. Prema njoj dobivamo napon rotora

$$e_o \cos \phi = 0 = 2,18$$

Zasićena sinhrona reaktancija

$$x_d^* \cos \phi = 0 = \frac{i_{1k}}{i_{1\phi}} = x_d \frac{i_{1\phi}}{i_{1\phi}} = 1,7 \cdot \frac{0,807}{1,18} = 1,161$$

b) Traženu uzбудnu struju pri  $\cos \phi = 0,4$  ind. dobivamo švedskim dijagramom

$$i_1 \cos \phi = 0,4 = 2,51$$

Napon rotora dobivamo prema lineariziranoj karakteristici magnetiziranja

$$e_o \cos \phi = 0,4 = 2,157$$

Zasićena sinhrona reaktancija

$$x_d^* \cos \phi = 0,4 = 1,7 \cdot \frac{0,807}{1,16} = 1,181$$

c) Potpuno jednakim postupkom kao i u prethodnoj točki dobivamo:

$$i_1 \cos \phi = 0,8 = 2,242$$

$$e_o \cos \phi = 0,8 = 2,035$$

$$x_d^* \cos \phi = 0,8 = 1,251$$

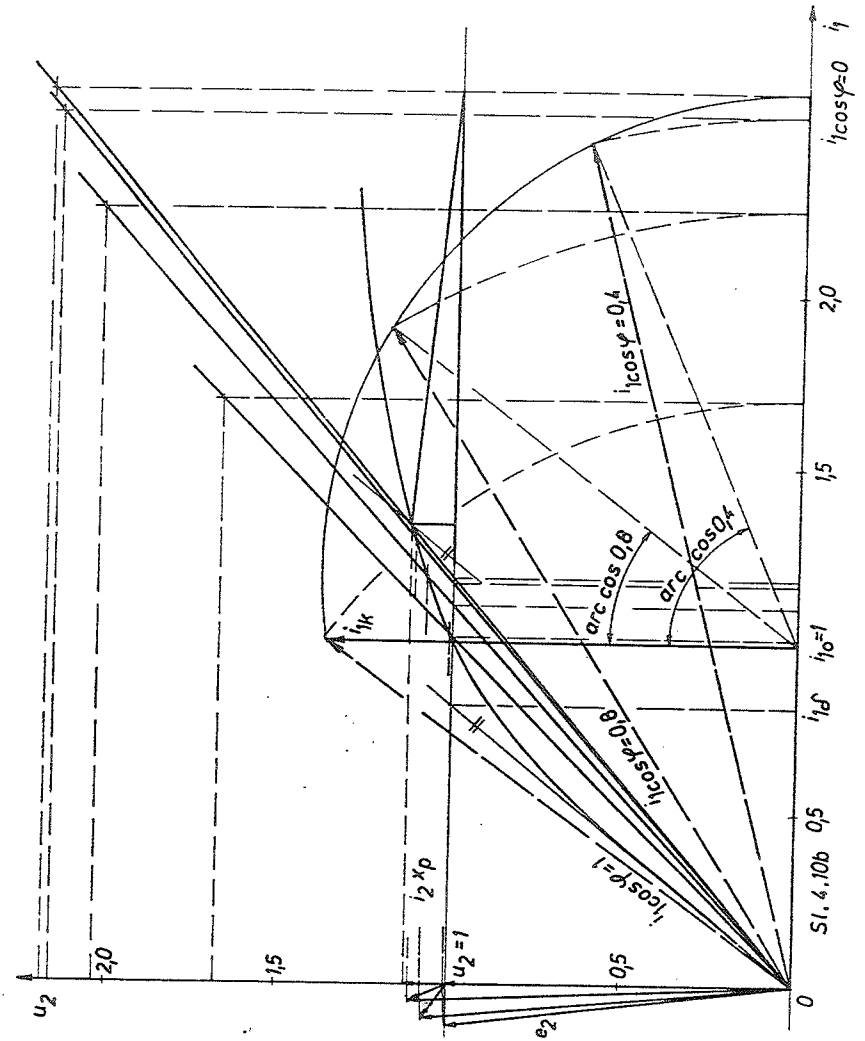
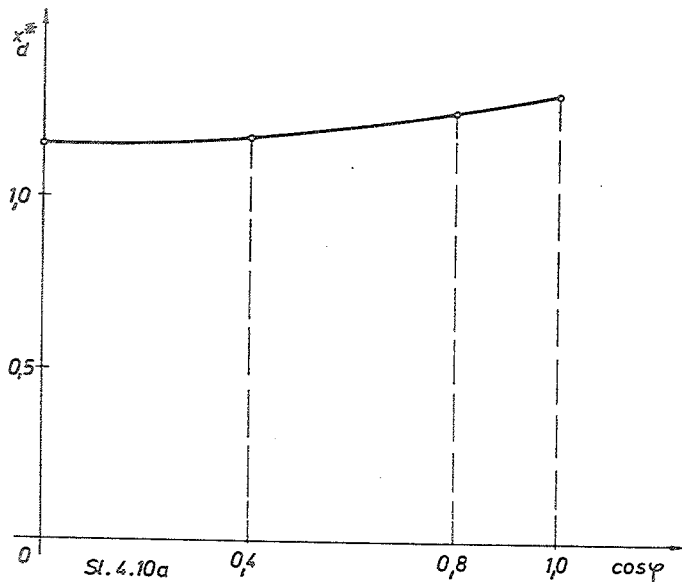
d)

$$i_1 \cos \phi = 1 = 1,69$$

$$e_o \cos \phi = 1 = 1,68$$

$$x_d^* \cos \phi = 1 = 1,306$$

Ovisnost zasićene sinhrona reaktancije o faktoru snage prikazana je na slici 4.10a.



4.11. Sinhroni generator 30 MVA,  $x_d = 150\%$ ,  $x_p = 15\%$  ima karakteristiku praznog hoda

$i_1$	0,5	0,8	1,0	1,3	1,7	2,0
$u_2$	0,57	0,86	1,00	1,117	1,205	1,238

- a) Kolika je uzbudna struja pri nazivnom opterećenju i faktoru snage  $\cos \phi = 0,9$  ind.?  
 b) Kolika je kapacitivna snaga stroja pri  $\cos \phi = 0$  cap., nazivnom naponu armature i uzbuđi 10 % uzbuđe praznog hoda?

R:

Rješenje zadatka prikazano je na slici 4.11.

Uzbudna struja kratkog spoja

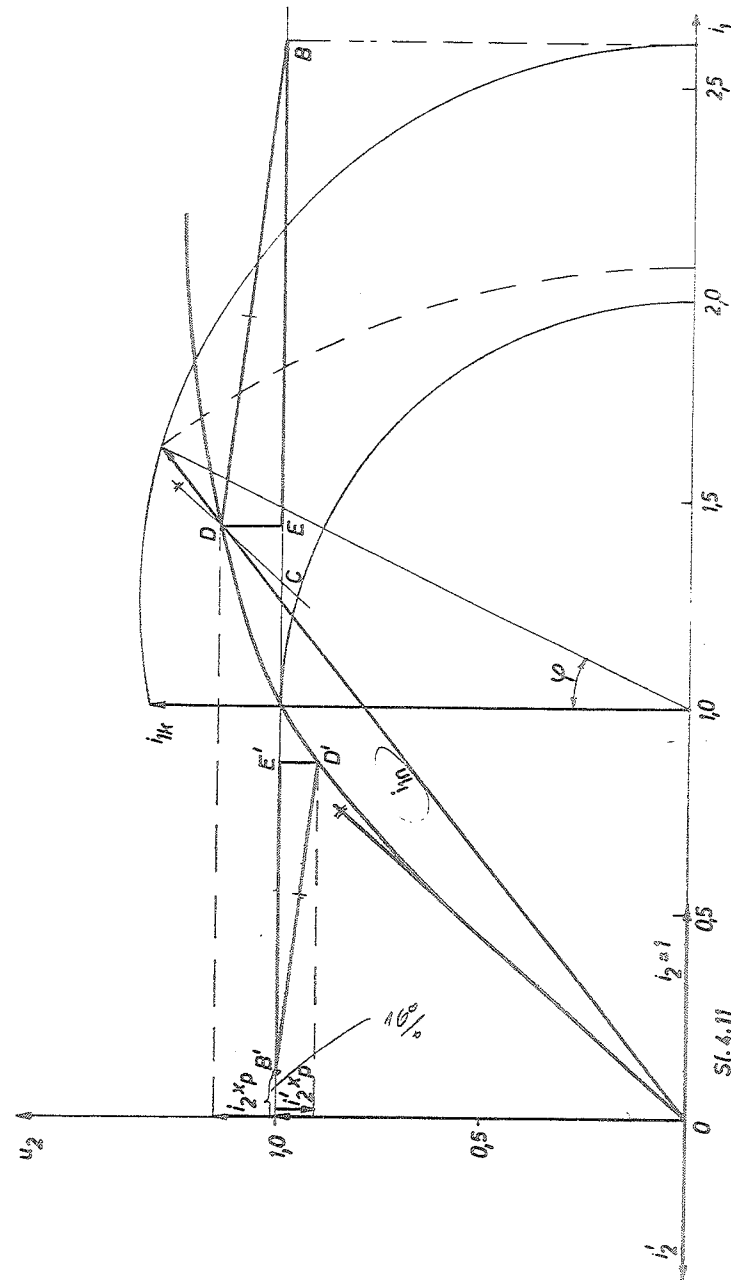
$$i_{1k} = x_d i_{1s} = 1,5 \cdot 0,875 = 1,31$$

- a) Pomoću Potierovog trokuta BED i švedskog dijagrama dobivamo

$$i_{1n} = 2,07$$

- b) Pri faktoru snage  $\cos \phi = 0$  ind. i  $\cos \phi = 0$  cap. katete Potierovog trokuta BED mijenjaju se proporcionalno sa strujom opterećenja. Polazeći od uzbudne struje 10 % vučemo paralelu s hipotenuzom Potierovog trokuta BED crtanog za  $\cos \phi = 0$  ind. Dužina  $\overline{D'E'}$  predstavlja pad napona na Potierovoj reaktanciji, a dužina  $\overline{B'E'}$  reaktanciju armature, odnosno struju opterećenja. Kapacitivna snaga generatora je:

$$Q = S_n \frac{\overline{B'E'}}{\overline{BE}} = 30 \cdot \frac{0,76}{1,185} = 19,22 \text{ MVAR}$$



4.12. Sinhroni generator 50 Hz,  $x_p = 15\%$  ima karakteristiku praznog hoda

$i_1$	0,5	0,8	1,0	1,3	1,7	2,0
$u_2$	0,57	0,86	1,0	1,12	1,205	1,24

Uzbuđna struja kratkog spoja iznosi 80 %. Uz nazivni napon i struju armaturnog namota potrebno je odrediti:

- uzbuđnu struju pri frekvenciji 50 Hz i faktoru snage  $\cos \phi = 0,8$  ind.
- uzbuđnu struju pri frekvenciji 60 Hz i faktoru snage  $\cos \phi = 0,8$  ind.

R:

Rješenje zadatka prikazano je na slici 4.12.

a) Potierovim trokutom BED i švedskim dijagramom dobivamo

$$i_1 = 1,77.$$

b) Karakteristika praznog hoda za 60 Hz

$i_1$	0,5	0,8	1,0	1,3	1,7	2,0
$u_2'$	0,684	0,96	1,20	1,34	1,445	1,483

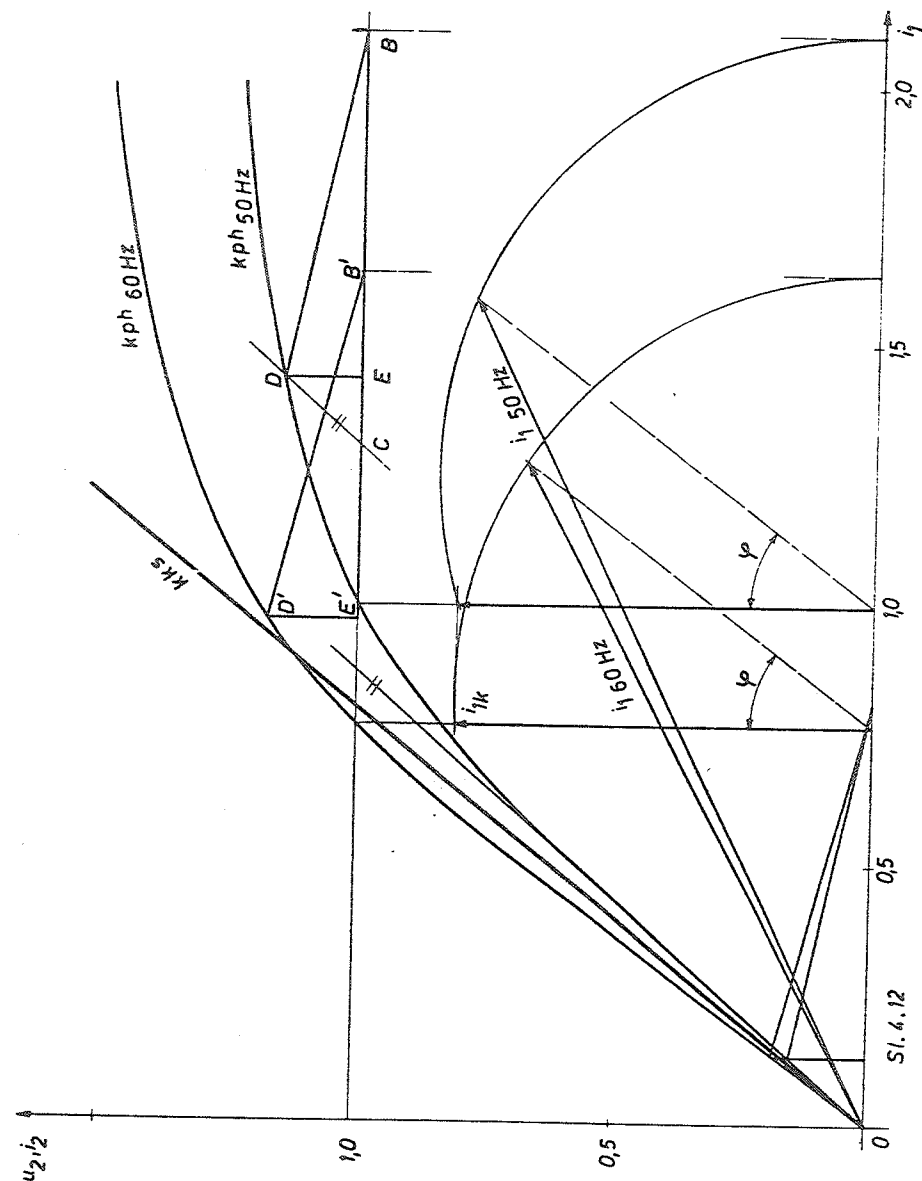
Potierova reaktancija za 60 Hz

$$x_p = 0,15 \cdot \frac{60}{50} = 0,18$$

Karakteristika kratkog spoja ne mijenja se pri promjeni frekvencije.

Potierovim trokutom B'E'D' i švedskim dijagramom dobivamo

$$i_1 = 1,44$$



4.13. Sinhroni generator 50 Hz,  $\cos \phi = 0,8$  ima kratkospojni omjer 1,25 i karakteristiku praznog hoda

$i_1$	0,5	0,8	1,0	1,3	1,6	2,0
$u_2$	0,53	0,835	1,0	1,16	1,24	1,315

Uzbudna struja pri nazivnoj struji opterećenja i faktoru snage  $\cos \phi = 0$  ind. iznosi 190 % uzbudne struje praznog hoda.

- a) Kolika je nazivna uzbudna struja generatora?
- b) Koliki je faktor snage za 42 Hz pri nazivnoj struji opterećenja i struji uzbude?

R:

Rješenje zadatka prikazano je na slici 4.13.

a) Uzbudna struja pri nazivnoj struji armature u kratkom spoju slijedi iz kratkospojnog omjera

$$i_{1k} = \frac{i_{10}}{1,25} = 0,8$$

Uzbudnu struju pri nazivnoj struji opterećenja i nazivnom faktoru snage dobivamo Potierovim trokutom BED i švedskim dijagramom.

$$i_1 = 1,67$$

b) Karakteristika praznog hoda za 42 Hz

$i_1$	0,5	0,8	1,0	1,3	1,6	2,0
$u_2$	0,445	0,701	0,84	0,975	1,04	1,105

Potierova reaktancija pri 42 Hz

$$x'_p = \frac{42}{50} x_p = 0,84 x_p = 0,84 \cdot 12 = 10,1 \%$$

Pad napona na Potierovoj reaktanciji i reakcija armature

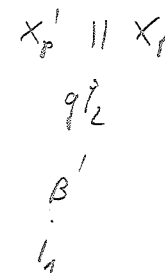
$$\overline{E'D'} = i_2 x'_p = 0,101 ; \overline{E'D''} = \overline{E'D'}$$

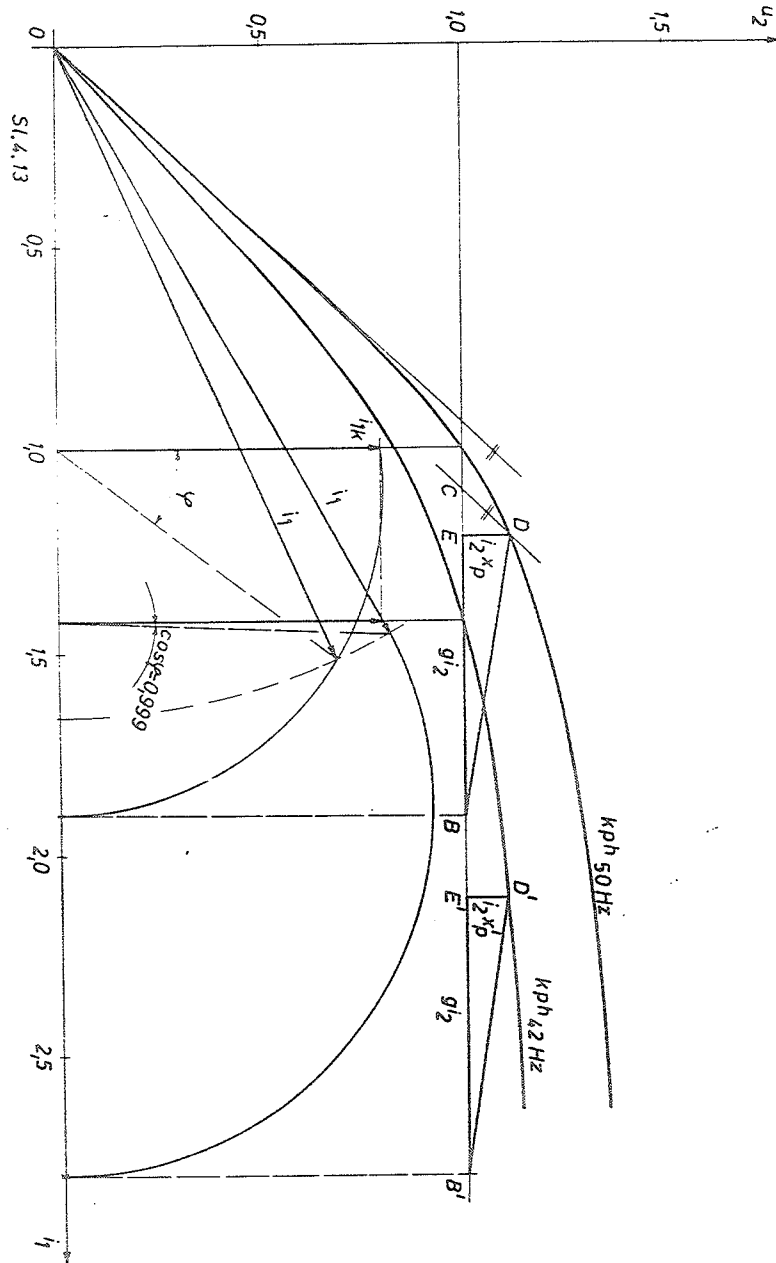
Uzbudna struja kratkog spoja ostala je nepromijenjena. S tim elementima konstruiramo švedski dijagram. Sjecištem krivulje konstantne uzbudne struje i kružnice švedskog dijagrama određen je faktor snage za 42 Hz. On iznosi 0,999 ind.

$$\frac{x'_p}{x_p} = \frac{f'}{f}$$

$$K = \frac{1,10}{1,1K}$$

$$x'_p = \frac{f'}{f} \cdot x_p$$





4.14) Poznata je karakteristika praznog hoda sinhronog generatora

$i_1$	0,5	0,8	1,0	1,3	1,7	2,0
$u_2$	0,57	0,86	1,0	1,117	1,205	1,238

Kratkospojni omjer iznosi 1,25. Pri nazivnoj struji opterećenja i faktoru snage  $\cos \phi = 0$  ind. uzbuđna struja za nazivni napon i frekvenciju iznosi 200 %. U slučaju da se uz nepromijenjeni napon stroja frekvencija poveća za 20 %, potrebno je proračunati:

- kratkospojni omjer
- nezasićenu sinhronu reaktanciju
- uzbuđnu struju za slučaj opterećenja armature strujom nazivnog iznosa  $\cos \phi = 0,8$  ind.

R:

Rješenje zadatka prikazano je na slici 4.14.

a) Uzbuđna struja kratkog spoja

$$i_{1k} = \frac{i_{10}}{1,25} = 0,8$$

Potierovu reaktanciju dobivamo iz Potierovog trokuta BCDE

$$x_p = 0,12$$

Pri 20 % višoj frekvenciji ona je:

$$x'_p = 1,2 x_p = 1,2 \cdot 0,12 = 0,144$$

Karakteristika praznog hoda pri povišenoj frekvenciji je:

$i_1$	0,5	0,8	1,0	1,3	1,7	2,0
$u_2'$	0,684	0,96	1,20	1,34	1,445	1,483

Kratkospojni omjer



4.15. Sinhroni generator 50 MVA, 13.800 V,  $\cos \phi = 1$ , ima nazivnu uzбудnu struju 1370 A i karakteristiku praznog hoda

$i_1$	0,5	0,8	1,0	1,3	1,7	2,0
$u_2$	0,57	0,86	1,00	1,117	1,205	1,238

Nazivna uzbudna struja praznog hoda iznosi 867 A, a Potierova reaktancija  $x_p = 15 \%$ . Ako ovaj generator priključimo na mrežu napona 10.500 V, kojim će faktorom snage raditi generator uz nazivnu vrijednost uzbudne struje i struje armaturnog namota i koliku će radnu i jalovu snagu davati i mrežu?

R:

Rješenje zadatka prikazano je na slici 4.15.

Nazivna uzbudna struja u rv

$$i_{1n} = \frac{1370}{867} = 1,58$$

Sjecištem krivulje konstantne uzbudne struje 1,58 i okomice na struju praznog hoda određena je uzbudna struja kratkog spoja  $i_{1k}$ . Na visini zadanog napona

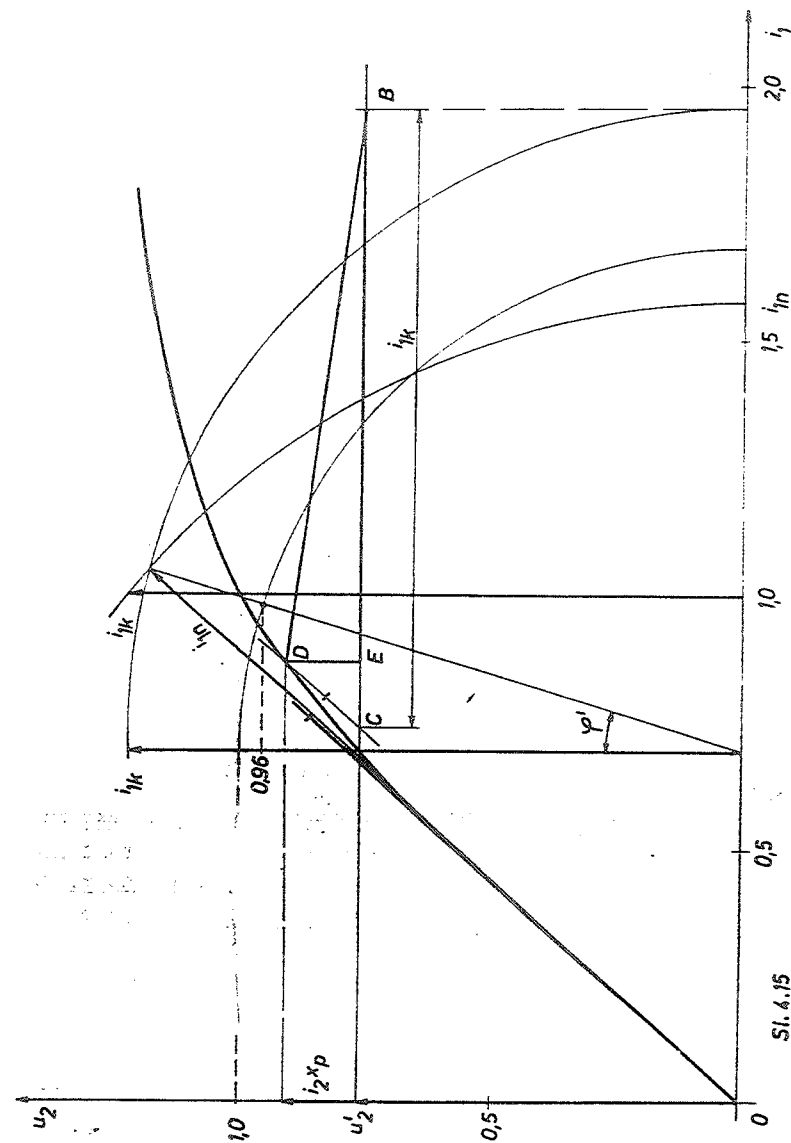
$$u_2' = \frac{10,5}{13,8} = 0,761$$

crtamo Potierov trokut BCDE, a zatim konstruiramo švedski dijagram. Sjecištem kružnice konstantne nazivne uzbudne struje i kružnice švedskog dijagrama određen je faktor snage. On iznosi 0,96 ind. Radna snaga generatora je

$$P = \frac{u_2'}{u_2} S_n \cos \phi' = 0,761 \cdot 50 \cdot 0,96 = 36,8 \text{ MW},$$

a jalova

$$Q = \frac{u_2'}{u_2} S_n \sin \phi' = 0,761 \cdot 50 \cdot 0,28 = 10,65 \text{ MVAR}.$$



Sli. 4.15

4.16. Sinhroni generator s izraženim polovima 30 MVA,  $x_q = 60 \%$ , ima karakteristiku praznog hoda:

$i_1$	0,5	0,8	1,0	1,3	1,7	2,0
$u_2$	0,57	0,86	1,00	1,117	1,20	1,238 .

Pri nazivnoj vrijednosti struje opterećenja i faktoru snage  $\cos \phi = 0$  ind. uzbuđna struja iznosi 200 % uzbuđe praznog hoda, a napon rotora 170 %.

- Nacrtajte karakteristiku trolejnog trajnog kratkog spoja.
- Odredite kratkospojni omjer.
- Odredite relativnu vrijednost nezasićene sinhronne reaktancije u uzdužnoj osi.
- Odredite uzbuđnu struju, napon rotora, kut opterećenja i relativnu vrijednost zasićene sinhronne reaktancije u uzdužnoj osi pri nazivnoj struji opterećenja i faktoru snage  $\cos \phi = 0,8$  ind.

Utjecaj protjecanja u poprečnoj osi na reakciju armature u uzdužnoj osi može se zanemariti.

R:

Rješenje zadatka prikazano je na slici 4.16.

a) Polazeći od napona rotora i uzbuđne struje pri faktoru snage  $\cos \phi = 0$  ind. dobivamo linealiziranu karakteristiku magnetiziranja. Ona siječe karakteristiku praznog hoda u točki K u kojoj leži i vrh Potierovog trokuta (točka D). Ovim je određen Potierov trokut BCDE. Baza trokuta BCD jednaka je uzbuđnoj struji kratkog spoja. Ona iznosi  $i_{1k} = 0,785$ .

b) Kratkospojni omjer

$$\frac{i_{10}}{i_{1k}} = \frac{1,0}{0,785} = 1,275$$

c) Nezasićena sinhrona reaktancija u uzdužnoj osi je:

$$x_d = \frac{i_{1k}}{i_{1\delta}} = \frac{0,785}{0,875} = 0,897$$

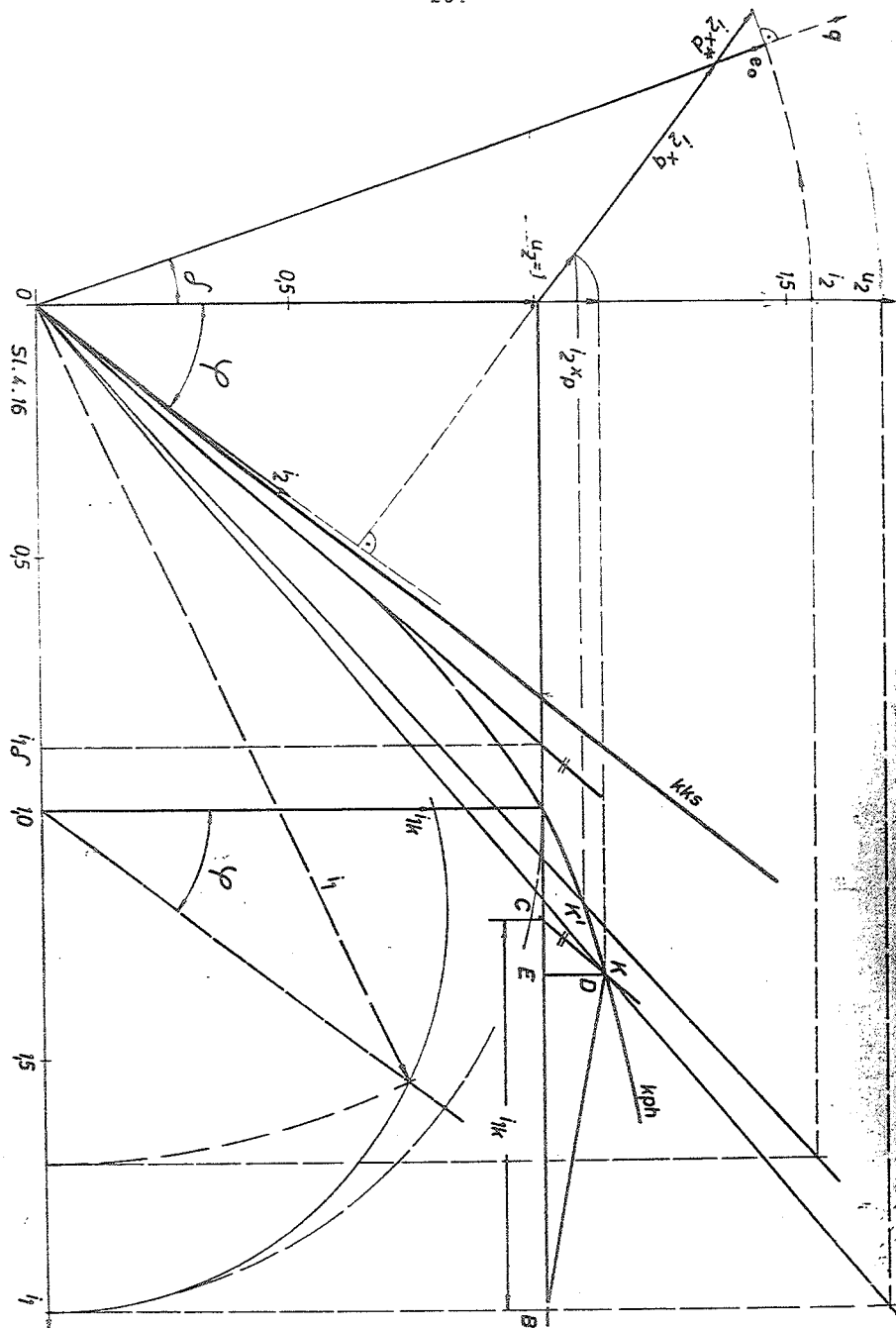
d) Švedskim dijagramom dobivamo  $i_1 = 1,71$ .

Linearizirana karakteristika magnetiziranja prolazi novom radnom točkom K'. Prema uzbuđi 1,71 slijedi napon rotora  $e'_0 = 1,55$ .

Sada prelazimo na crtanje vektorskog dijagrama. Pad napona  $i_{2n} x_q = 0,60$  određuje položaj vektora  $\vec{e}_0$ , tj. položaj poprečne osi prema položaju vektora napona mreže. Kut među njima, tj. kut opterećenja iznosi  $\delta = 19^\circ$ .

Sjecištem pravca induktivnog pada napona i okomice na vektor napona rotora određen je pad napona na sinhronoj reaktanciji u uzdužnoj osi  $i_2 x_d^*$ . On iznosi 73 % pa je

$$x_d^* = \frac{0,73}{i_{2n}} = 0,73 .$$



4.17. Odredite uzбудnu struju i sinhronu reaktanciju turbogenera-  
 tora snage 10.000 kVA, napona 10,5 kV i faktora snage  $\cos \phi =$   
 $= 0,8$  ind. Poznata je karakteristika praznog hoda

$I_1$ (A)	32,3	48,4	64,5	80,7	96,8	113	129	145
$U_2$ (V)	3825	5730	7630	9350	10740	11950	12730	13360

Stroj ima 48 utora na statoru i 20 utora na rotoru. Armaturni na-  
 mot izveden je dvoslojno s korakom svitka  $y = 20$  i sa 8 vodiča  
 po utoru. Uzbudni namot ima 155 zavoja po polu. Potierova reak-  
 tancija iznosi  $0,88 \Omega$  po fazi.

R:

Rješenje zadatka prikazano je na sl. 4.17.

Broj zavoja jedne faze namota armature  $w = 32$   
 Faktor namota armature  $f_{n2} = 0,916$   
 Faktor namota uzbuđe

$$f_{n1} = \frac{\sin(10 \cdot \frac{11,25^\circ}{2})}{10 \sin \frac{11,25^\circ}{2}} = 0,85$$

Faktor redukcije struje namota armature na namot uzbuđe

$$g = 2,12 \frac{w_2 f_{n2}}{w_1 f_{n1}} = 2,12 \cdot \frac{32 \cdot 0,916}{155 \cdot 0,85} = 0,236$$

Reakcija armature

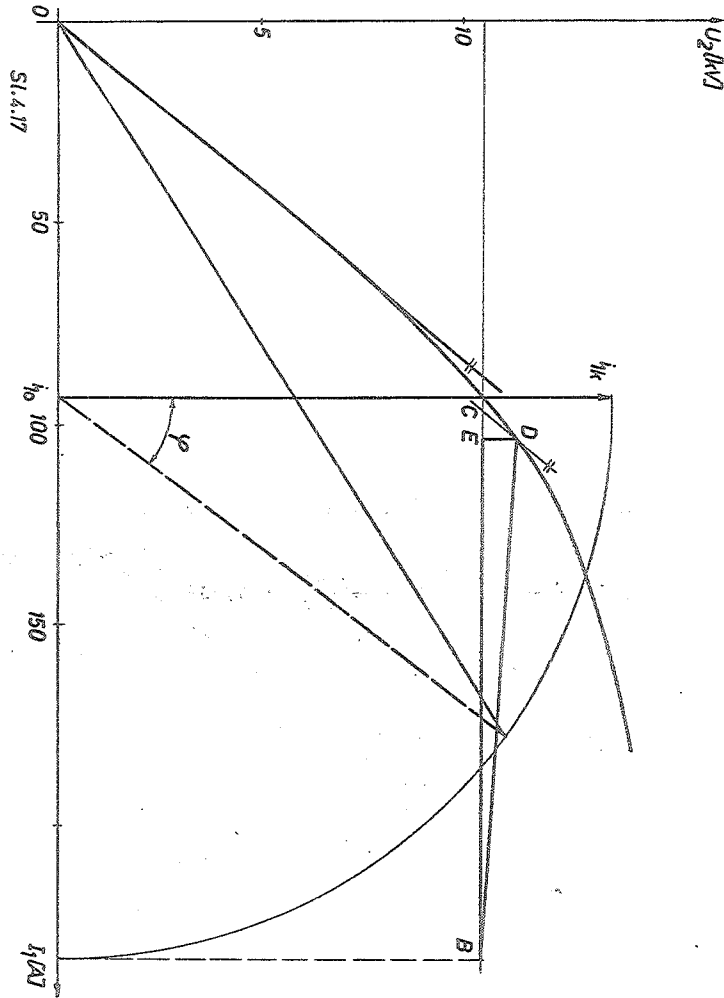
$$\overline{EB} = g I_2 = 0,236 \cdot 550 = 130 \text{ A}$$

Pad napona na Potierovoj reaktanciji

$$\overline{ED} = \sqrt{3} I_2 X_p = \sqrt{3} \cdot 550 \cdot 0,88 = 838 \text{ V}$$

Potierovim trokutom BCDE određena je uzbuđna struja kratkog spoja  $\overline{BC} = i_{1k} = 137,5$  A. Uzbuđnu struju dobivamo švedskim dijagramom.  $i_1 = 210$  A. Sinhrona reaktancija prema (4.1) je

$$x_d = \frac{137,5}{89} = 1,55$$



4.18. Poznata je karakteristika praznog hoda sinhronog generatora

$i_1$	0,50	0,80	1,00	1,30	1,70	2,00
$u_2$	0,57	0,86	1,00	1,117	1,205	1,238

Kratkospojni omjer iznosi 1,25. Uzbuđna struja pri faktoru snage  $\cos \phi = 0,8$  ind. iznosi 180 % uzbuđne struje praznog hoda. Ako zračni raspored smanjimo za 25 %, a uzbuđna struja ostane nepromijenjena, uz koji će faktor snage armaturnim namotom teći nazivna struja?

R:

Rješenje zadatka prikazano je na slici 4.18.

Jeđnu točku koja leži na kružnici švedskog dijagrama možemo odrediti iz zadane struje uzbuđe i faktora snage. Druga točka određena je strujom  $i_{1k}$ .

$$i_{1k} = \frac{i_{10}}{1,25} = \frac{1,0}{1,25} = 0,8$$

Konstrukcijom švedskog dijagrama dobivamo uzbuđnu struju za nazivno opterećenje i faktor snage  $\cos \phi = 0$  ind. Sada crtamo Potierov trokut BCDE.

Promjenom zračnog rasporeda mijenja se i karakteristika praznog hoda. Nju dobivamo ovako:

Proporcionalno promjeni zračnog rasporeda mijenja se struja  $i_{10}$

$$i_{10'} = \frac{\delta'}{\delta} i_{10}$$

Time je određena nova tangenta na karakteristici praznog hoda, odnosno nova karakteristika magnetiziranja zračnog rasporeda. Za određeni napon, tj. za određeni tok protjecanju zračnog rasporeda moramo dodati protjecanje potrebno da se pokrije pad magnetskog napona u željezu. Ovo protjecanje određeno je zadanom karakteristikom praznog hoda i tangentom na tu karakteristiku u ishodištu. Tako dobivamo novu karakteristiku praznog hoda.



4.3. KRIVULJE REGULACIJE

4.19. Sinhroni generator 400 kVA, 400 V ima sinhronu reaktanciju u uzdužnoj osi  $x_d = 80 \%$  i karakteristiku praznog hoda

$i_1$	0,5	0,8	1,0	1,3	1,7	2,0
$u_2$	0,57	0,86	1,0	1,117	1,205	1,238

Potierova reaktancija iznosi 12 %.

- a) Kolika je uzbudna struja za nazivni napon i  $\cos \phi = 0$  ind. pri 0 %, 25 %, 50 %, 100 % i 125 % opterećenja?
- b) Kolika je uzbudna struja za  $\cos \phi = 0,8$  ind. i za opterećenje kao u prethodnom slučaju?
- c) Nacrtajte pripadne krivulje regulacije.

R:

Rješenje zadatka prikazano je na slici 4.19.

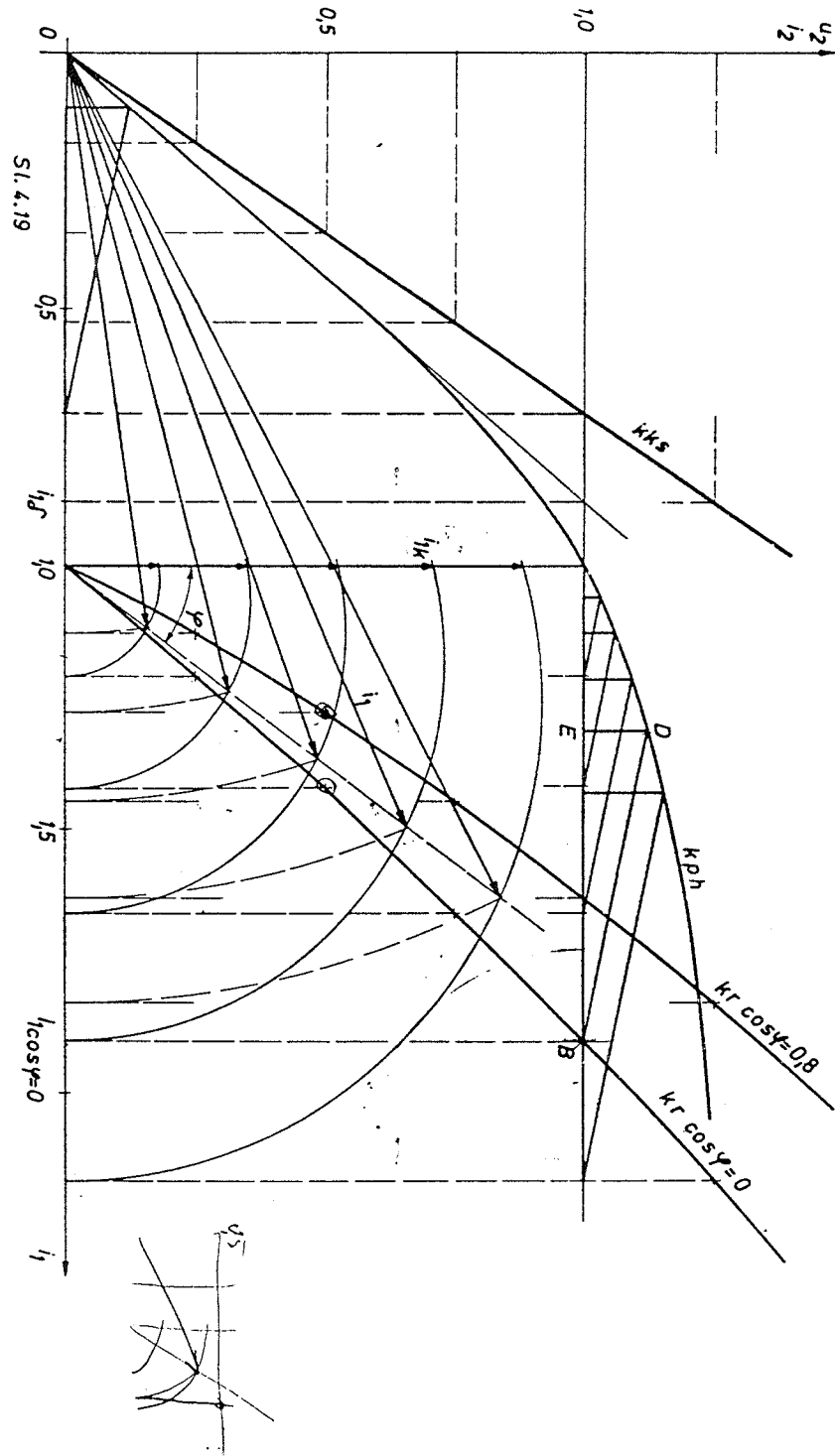
Uzbudna struja kratkog spoja

$$i_{lk} = 0,8 \cdot 0,875 = 0,7$$

Sada konstruiramo Potierov trokut BED pri nazivnom opterećenju i faktoru snage  $\cos \phi = 0$  ind. Pri istom faktoru snage a drugom opterećenju mijenja se Potierov trokut, ali ostaje sličan. Vrh Potierovog trokuta određuje uzbudnu struju za pripadno opterećenje i  $\cos \phi = 0$  ind. Uzbudnu struju za  $\cos \phi = 0,8$  ind. određujemo pomoću švedskog dijagrama. Krivulju regulacije dobijemo tako da za konstantni napon armature i konstantni faktor snage crtamo struju armature u ovisnosti o uzbuđnoj struji. Ovaj je postupak proveden na slici 4.19. U tablici 4.1 prikazani su iznosi pojedinih veličina u rv.

Tablica 4.1

Opterećenje	$i_2 = 0$	0,25	0,5	0,75	1,0	1,25
Reakcija armature	$g_{i_2} = 0$	0,1475	0,295	0,443	0,59	0,737
Pad napona na Potierovoj reaktanciji	$i_2 x_p = 0$	0,03	0,06	0,09	0,12	0,15
Rezultirajući inducirani napon armature pri $\cos \phi = 0$ ind.	$e_2 = 1,0$	1,03	1,06	1,09	1,12	1,15
Struja magnetiziranja (rezultirajuća uzbuđna) prema karakteristikama magnetiziranja	$i_{lr} = 1,0$	1,06	1,125	1,215	1,31	1,43
Uzbudna struja za $\cos \phi = 0$ ind.	$i_{lr} + g_{i_2} = 1,0$	1,2075	1,42	1,658	1,90	2,167
Uzbudna struja kratkog spoja	$i_{lk} = 0$	0,175	0,35	0,525	0,70	0,875
Uzbudna struja za $\cos \phi = 0,8$ ind.	$i_1 = 1,0$	1,13	1,28	1,43	1,625	1,83
c) Krivulje regulacije za $\cos \phi = 0$ i $\cos \phi = 0,8$ nacrtane su na slici 4.19						



4.20. Sinhroni generator 60 MVA, 13.800 V,  $\cos \phi = 1$ , ima nazivnu uzбудnu struju 1.170 A i karakteristiku praznog hoda:

$i_1$	0,5	0,8	1,0	1,3	1,7	2,0
$u_2$	0,57	0,86	1,0	1,117	1,205	1,238

Nazivna uzbudna struja praznog hoda iznosi 867 A, a Potierova reaktancija 10 %. Ako ovaj generator priključimo na mrežu napona 10.500 V, koliku će snagu davati u mrežu uz faktor snage  $\cos \phi = 0,8$  ind. i nazivnu vrijednost uzbudne struje ?

R:

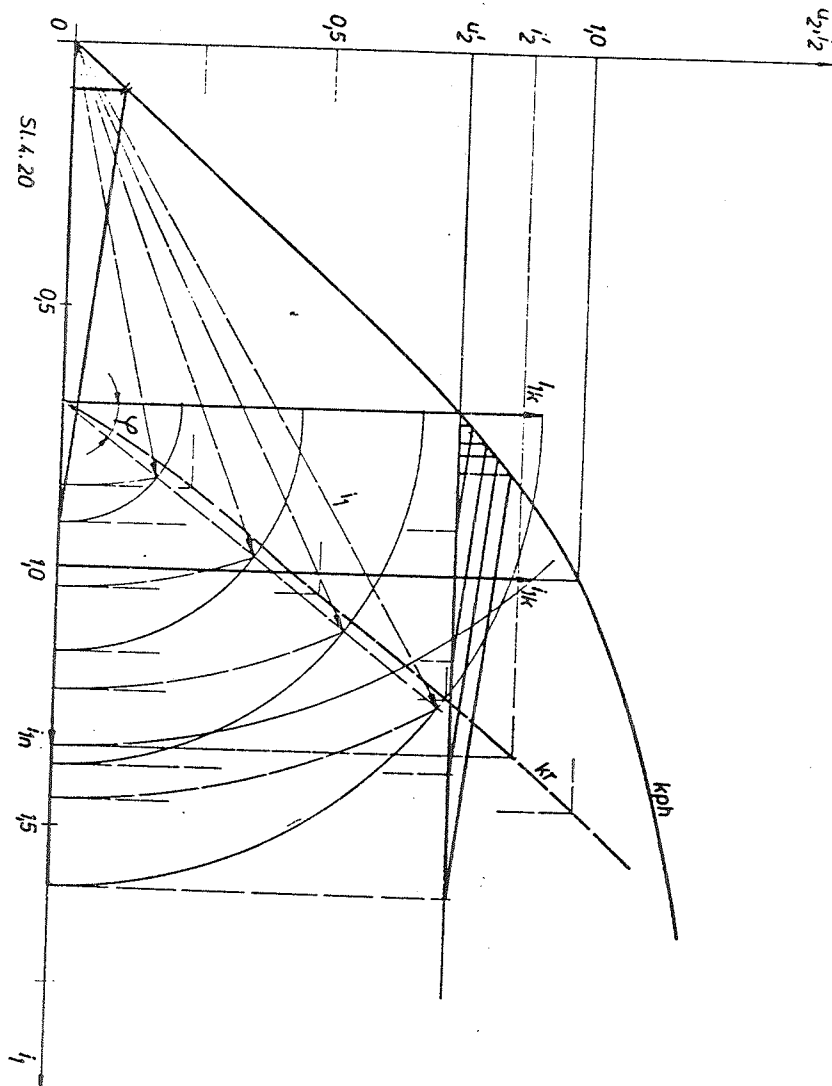
Rješenje zadatka prikazano je na slici 4.20.

Traženu struju opterećenja za zadani napon, faktor snage i struju uzbuđe možemo odrediti iz krivulje regulacije. Krivulju regulacije konstruiramo pomoću švedskog dijagrama. Sa krivulje regulacije očitavamo

$$i_2' = 0,88 \quad i_{2n} = 0,88$$

Snaga generatora

$$S' = \frac{u_2'}{u_2} \frac{i_2'}{i_2} S_n = \frac{10,5}{13,8} \cdot 0,88 \cdot 60 = 40,2 \text{ [MVA]}$$



4.21. Sinhroni generator 1000 kVA,  $\cos \phi = 0,8 \text{ ind.}$ ,  $x_d = 100 \Omega$ ,  $x_p = 15 \Omega$  ima karakteristiku praznog hoda

$i_1$	0,5	0,8	1,0	1,3	1,7	2,0
$u_2$	0,57	0,86	1,0	1,117	1,205	1,238

- Kolika je uzbudna struja pri nazivnom opterećenju?
- U slučaju a) uzbudni namot radi uz najveću dozvoljenu nadtemperaturu  $90^\circ \text{ C}$ . Kolika će biti najveća prividna snaga generatora, uz isti faktor snage, ako se uzbudni namot smije zagrijati samo do  $65^\circ \text{ C}$  nadtemperature?
- Kolika će biti nadtemperatura armaturnog namota u slučaju:
  - ako je u slučaju a) iznosila  $80^\circ \text{ C}$  ? Promjena otpora namota armature s opterećenjem može se zanemariti.

R:

Rješenje zadatka prikazano je na slici 4.21.

- $i_{1n} = 1,835$
- Zagrijavanje uzbudnog namota proporcionalno je gubicima

$$i_1^{-2} R_{65} = \frac{65}{90} i_{1n}^2 R_{90}$$

Budući da je

$$\frac{R_{90}}{R_{65}} = \frac{1 + 3,93 \cdot 10^{-3} (90 - 20)}{1 + 3,93 \cdot 10^{-3} (65 - 20)} = 1,084$$

to je

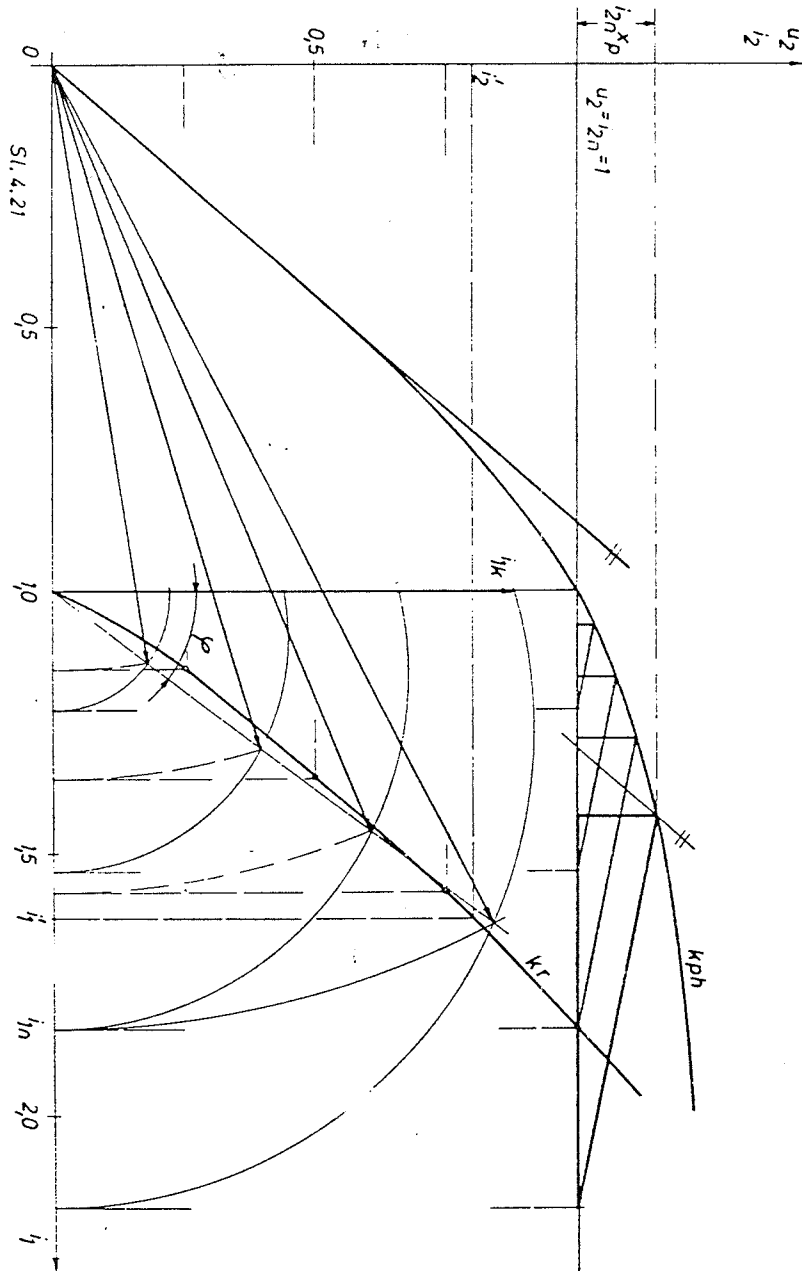
$$i_1' = i_{1n} \sqrt{\frac{65}{90} \cdot 1,084} = 0,885 i_{1n} = 0,885 \cdot 1,835 = 1,622$$

Prema krivulji regulacije uzbudnoj struji  $i_1' = 1,622$  odgovara struja opterećenja  $i_2' = 0,8$ , pa je snaga generatora

$$S' = 0,8 \cdot 1000 = 800 \text{ kVA}$$

c)

$$\theta' = \theta \left( \frac{i_2'}{i_{2n}} \right)^2 = 80 \cdot 0,8^2 = 51,2 \text{ } ^\circ \text{C}$$



4.22/ Proračunske vrijednosti sinhronog generatora 32 MVA, 6,3 kV,  $\cos \phi = 0,8$  ind. su: Karakteristika praznog hoda za zračni raspor  $\delta = 18$  mm.

$i_1$	0,5	0,8	1,0	1,3	1,7	2,0
$u_2$	0,57	0,83	1,0	1,117	1,205	1,238

Struja uzbuđnog namota pri nazivnoj struji armaturnog namota u kratkom spoju iznosi 80 % uzbuđne struje praznog hoda. Potierova reaktancija iznosi 15 %. Generatoru je izijenjen zračni raspor na  $\delta' = 25$  mm.

- Koliku najveću snagu može davati ovaj generator pri nazivnom faktoru snage ako je dozvoljeno trajno preopterećenje uzbuđnog namota od 10 % ?
- Kolika je nezasićena sinhrona reaktancija?

R:

Rješenje zadatka prikazano je na slici 4.22.

a) Konstrukcijom Potierovog trokuta dobivamo uzbuđnu struju pri nazivnoj struji čisto induktivnog opterećenja. Švedskim dijagramom dobivamo uzbuđnu struju pri nazivnoj struji opterećenja i nazivnom faktoru snage,  $i_{1n} = 1,761$ . Prema zadatku ovu je struju dozvoljeno povećati za 10 %. Karakteristiku praznog hoda pri zračnom rasporu 25 mm konstruiramo kao u zadatku 4.18. Za zadanu uzbuđnu struju, napon armature i faktor snage struju opterećenja možemo odrediti iz krivulje regulacije. Ovu krivulju konstruiramo kao u zadatku 4.19. Prema sl. 4.22 je:

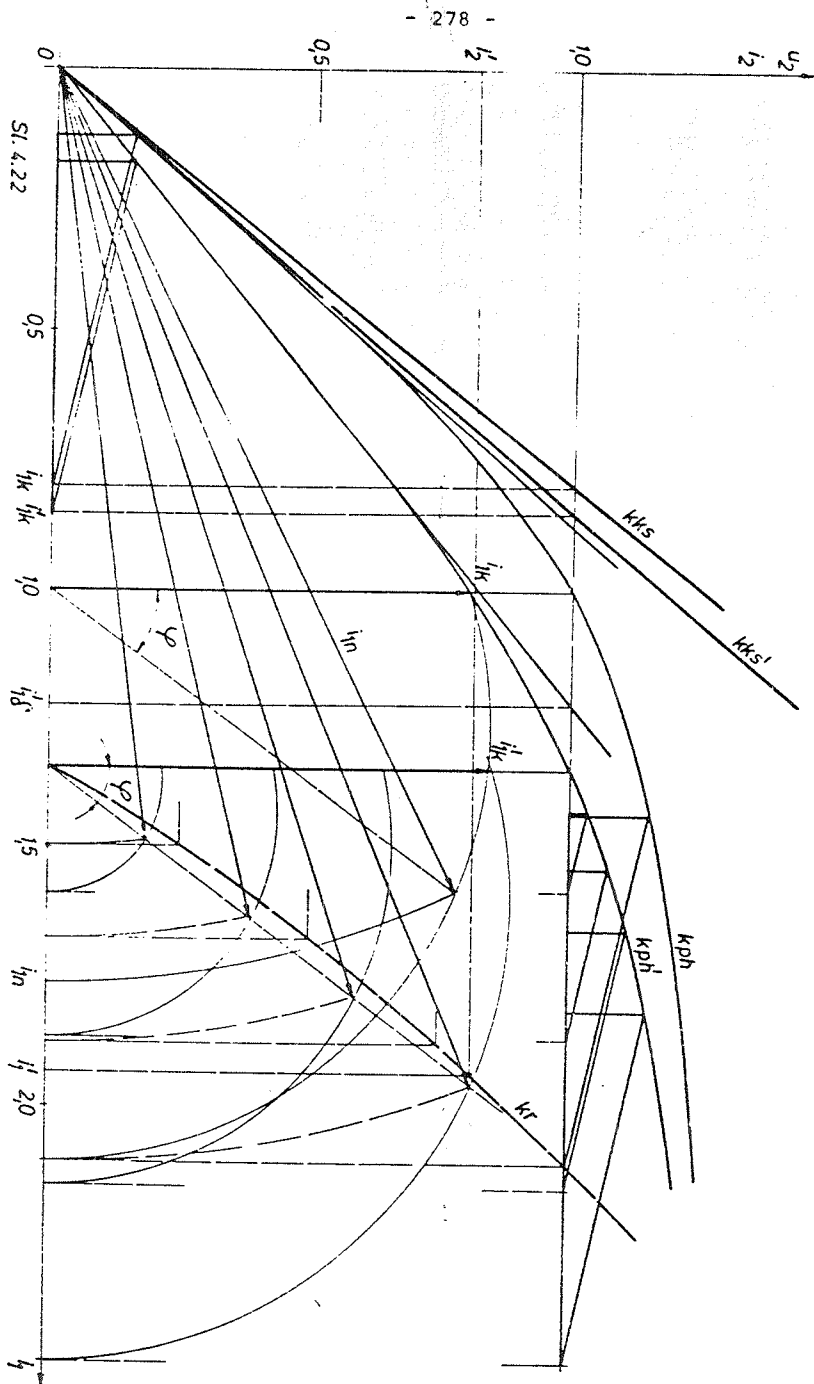
$$i'_2 = 0,81 i_{2n} = 0,81 \cdot 1,0 = 0,81$$

Snaga generatora:

$$S' = 0,81 \cdot 32 = 25,9 \text{ MVA}$$

b) Sinhrona reaktancija

$$x_d = \frac{i'_{1k}}{i'_{1\delta}} = \frac{0,85}{1,22} = 0,697$$



4.23. Proračunske vrijednosti parametara sinhronog generatora 30 MVA, 10,5 kV,  $\cos \phi = 0,8$  ind. iznose:  $x_d = 110 \%$ ,  $x_D = 12 \%$  uz karakteristiku praznog hoda

$i_1$	0,5	0,8	1,0	1,3	1,7	2,0
-------	-----	-----	-----	-----	-----	-----

$u_2$	0,57	0,86	1,0	1,117	1,205	1,238
-------	------	------	-----	-------	-------	-------

Mjerenjem je ustanovljeno da je Potierova reaktancija  $x_p = 15 \%$ . Uzbudna struja kratkog spoja  $i'_{1k}$  (za nazivnu struju opterećenja) veća je za 3 % od proračunske, a mjerena karakteristika praznog hoda je:

$i_1$	0,5	0,8	1,0	1,3	1,7	2,0
-------	-----	-----	-----	-----	-----	-----

$u_2'$	0,525	0,81	0,95	1,073	1,155	1,19
--------	-------	------	------	-------	-------	------

- Kolika je stvarna nezasićena sinhrona reaktancija generatora?
- Koju najvišu snagu može davati ovaj generator, uz nazivni napon i nazivni faktor snage, ako uzbudna struja ne smije porasti više od vrijednosti dobivene proračunom za nazivno opterećenje?

R:

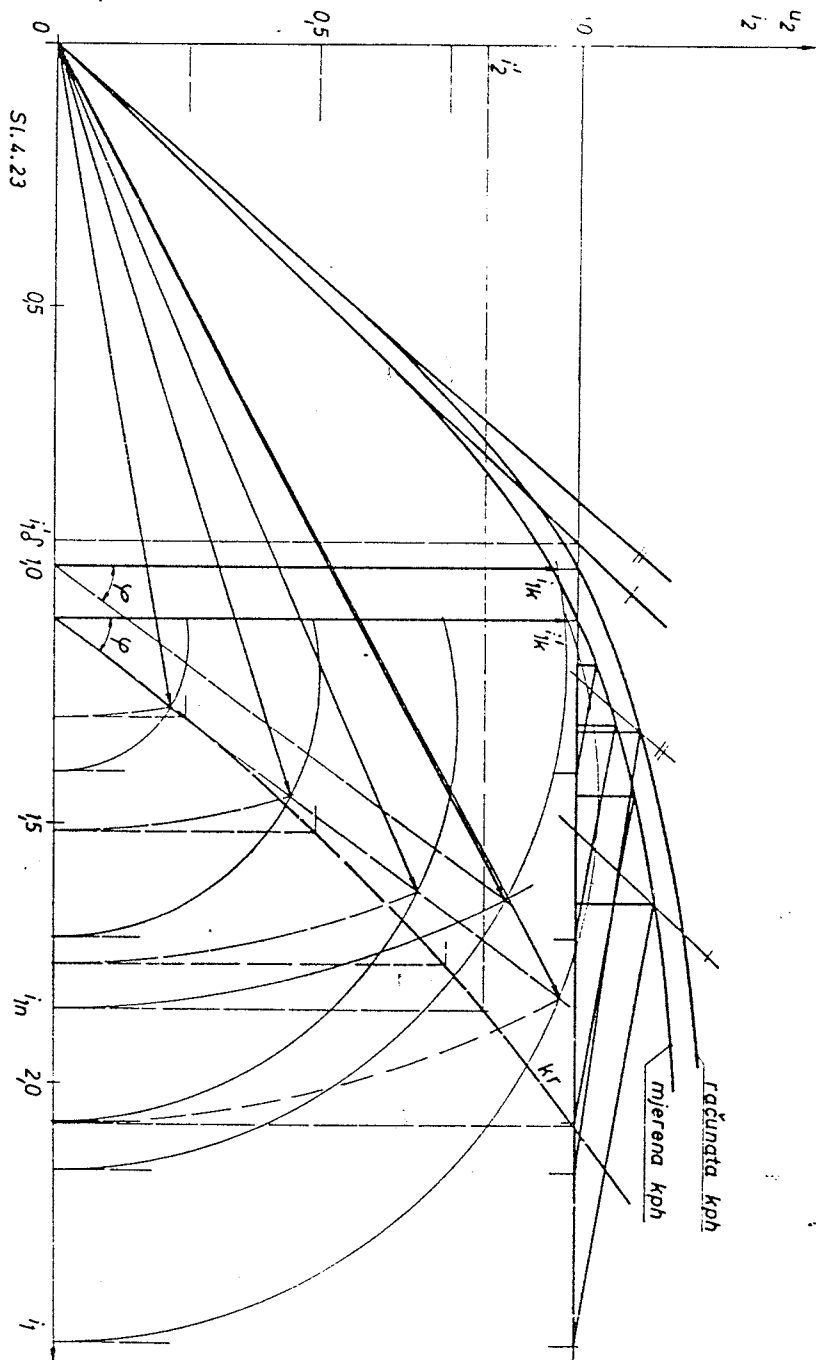
Rješenje zadatka prikazano je na slici 4.23.

- Prema mjerenoj karakteristici praznog hoda i uzbudnoj struji kratkog spoja  $i'_{1k}$  je

$$x_d = \frac{i'_{1k}}{i_{1\delta}} = \frac{0,985}{0,955} = 1,03$$

- Iz krivulje regulacije za nazivni faktor snage dobivamo struju opterećenja  $i_2' = 0,82$ , pa je snaga generatora

$$S' = i_2' S_n = 0,82 \cdot 30 = 24,6 \text{ MVA}$$



4.4. ZADACI ZA RJEŠAVANJE

1. Karakteristika praznog hoda trofaznog sinhronog generatora je:

$I_1$ (A)	20	40	60	84	105	123
$U_2$ (V)	850	1700	2460	3000	3300	3440

Odredite uzбудnu struju pri punom opterećenju, naponu mreže 3000 V i faktoru snage 0,9 cos. Pri kratkospojenom armaturnom namotu i uzbudnoj struji 50 A armaturnim namotom teče nazivna struja. Rasipna reaktancija armature iznosi 15 %.

R: 75,2 A.

2) Trofazni turbogenerator 15.000 kVA, 11.000 V, 50 Hz u spoju zvijezda ima karakteristiku praznog hoda i karakteristiku zasićenja pri punom opterećenju i faktoru snage nula:

Protjecanje uzbuđe ( $10^3$ A)	10	18	24	30	40	45	50
Napon armature (kV)	4,9	8,4	10,1	11,5	12,8	13,3	13,65
Karakteristika $\cos \phi = 0$ (kV)	0	-	-	-	10,2	-	-

Nadjite reakciju armature, rasipnu reaktanciju armature i sinhronu reaktanciju.

R: 15.700 |A| , 0,81 |Ω| , 6,5 |Ω|.

3) Poznata je karakteristika praznog hoda velikog sinhronog generatora

$i_1$	0,5	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6
$u_2$	0,57	0,86	1,0	1,09	1,14	1,19

Uzbuđna struja pri nazivnom naponu i frekvenciji, faktoru snage  $\cos \phi = 0,8$  ind. i 80 % struje opterećenja iznosi 160 %. Kolika je Potierova reaktancija ovog generatora ako sinhrona reaktancija iznosi 96 %.

R: 15 % .

- 4) Sinhroni generator 10,5 kV,  $x_p = 10$  % pri nazivnom opterećenju i faktoru snage  $\cos \phi = 0$  ind. ima unutrašnju e.m.s. (napon rotora)  $e_0 = 18$  kV i karakteristiku praznog hoda.

$i_1$	0,5	0,8	1,0	1,3	1,7	2,0
$u_2$	0,57	0,86	1,0	1,117	1,205	1,238

- Kolika je relativna vrijednost nezasićene sinhronne reaktancije?
- Koliki je napon rotora pri nazivnom opterećenju i faktoru snage  $\cos \phi = 0,8$  ind.?
- Ako se stroj, prethodno nazivno opterećen sa  $\cos \phi = 0,8$  ind., potpuno rastereti, a uzbuđna struja ostane nepromijenjena, koliki će biti napon na stezaljkama armaturnog namota u stacionarnom stanju?

R: 0,899 ; 1,56 ; 1,20

## 5. DIMENZIONIRANJE SINHRONOG STROJA

5.1. Kolika je snaga trofaznog sinhronog generatora s ovakvim podacima: 50 Hz, 48 polova, 306 utora, promjer provrta 4,5 m, dužina paketa 1,06 m, spoj zvijezda, sa gustoćom struje od  $4,2 \text{ A/mm}^2$  u statoru i maksimalnom vrijednošću prvog harmonika indukcije u zračnom rasporu 0,885 T. Dimenzije utora su  $15 \times 73 \text{ mm}$ , a faktor punjenja utora 0,44. Armaturni namot je dvoslojni sa skraćanjem 0,786.

R:

Snaga stroja

$$S = m U_{2f} I_2 10^{-3} \text{ [kVA]}$$

Napon generatora

$$\begin{aligned} U_{2f} &= \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f w_2 f_{n1} \phi \\ &= \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \frac{p n}{60} w_2 f_{n1} \frac{2}{\pi} \tau L B_{1m} \\ &= \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \frac{p n}{60} w_2 f_{n1} \frac{2}{\pi} \frac{D\pi}{2p} L B_{1m} \\ &= \frac{\pi}{\sqrt{2}} \frac{n}{30} w_2 f_{n1} D L B_{1m} \text{ [V]} \end{aligned}$$

Struja opterećenja

$$I_2 = \frac{A_2 D\pi}{2 m w_2} \text{ [A]}$$

Snaga

$$\begin{aligned} S &= \frac{\pi^2}{\sqrt{2}} \frac{10^{-3}}{60} f_{n1} A_2 B_{1m} D^2 L n \\ &= C D^2 L n \text{ [kVA]} \end{aligned} \quad (5.1)$$

gdje je

$$C = \frac{\pi^2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{10^{-3}}{60} f_{nl} A_2 B_{lm} \quad |kVA \cdot m^{-3} \cdot min| \quad (5.2)$$

Strujni oblog

$$A_2 = \frac{z_u I_2}{\tau_u} = \frac{F_{cu} G_2}{\tau_u} = \frac{F_u f_p G_2}{\tau_u} \quad (5.3)$$

Korak utora

$$\tau_u = \frac{D\pi}{N} = \frac{4,5\pi}{306} = 0,0461 \quad |m|$$

Presjek utora

$$F_u = 15,73 = 1095 \quad |mm^2|$$

Strujni oblog prema (5.3), je

$$A_2 = \frac{1095 \cdot 0,44 \cdot 4,2}{0,0461} = 43900 \quad \left| \frac{A}{m} \right|$$

Faktor namota prvog harmonika

$$f_{nl} = 0,955 \cdot 0,9425 = 0,9$$

Faktor iskorištenja

$$C = \frac{\pi^2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{10^{-3}}{60} \cdot 0,9 \cdot 43900 \cdot 0,885 = 4,06 \quad \left| \frac{kVA}{m^3 \cdot min^{-1}} \right|$$

Broj okretaja

$$n = \frac{60 \cdot 50}{24} = 125 \quad |o/min|$$

Konačno je snaga generatora

$$S = 4,06 \cdot 4,5^2 \cdot 1,06 \cdot 125 = 10900 \quad |kVA|$$

5.2. Trofazni sinhroni motor 50 Hz, 440 V, 125 kVA, 500 o/min ima osnovni harmonik indukcije u zračnom rasporu 0,85 T, s 1-poj-ni oblog 350 A/cm, 72 utora i jednoslojni namot spojen u zvi- jezdu. Odredite dužinu željeznog paketa, promjer provrta i broj vodiča u utoru. Pretpostavite da je omjer dužine paketa i veli- čine polnog koraka 1,1.

R:

Faktor namota

$$f_{nl} = \frac{\sin(2 \cdot \frac{30^\circ}{2})}{2 \sin 15^\circ} = 0,966$$

Prema (5.1)

$$C = \frac{S}{D^2 L n} = \frac{\pi^2 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{2} \cdot 60} \cdot 0,966 \cdot 350 \cdot 10^2 \cdot 0,85 = 3,34 \quad \left| \frac{kVA}{m^3 \cdot min^{-1}} \right|$$

Slijedi

$$D^2 L = \frac{S}{C n} = \frac{125}{3,34 \cdot 500} = 0,075 \quad |m^3|$$

Dužina paketa

$$L = 1,1 \frac{D\pi}{12} = 0,287 D$$

pa je

$$D^2 L = 0,287 D^3 = 0,075 \quad |m^3|$$

odnosno

$$D = \sqrt[3]{\frac{0,075}{0,287}} = 0,64 \quad |m|$$

Sada je

$$L = 0,287 \cdot 0,64 = 0,1836 \quad |m|$$

Usvajamo:

$$L = 0,18 \quad |m|$$

Polni korak

$$\tau = \frac{0,64 \cdot \pi}{12} = 0,168 \quad |m|$$

$f = \frac{p \cdot n}{60}$   
 $p = \frac{60 \cdot f}{n} = 6$   
 $2p = 12$

Tok po polu

$$\phi = 0,168 \cdot 0,18 \cdot \frac{2}{\pi} \cdot 0,85 = 0,01635 \text{ Vs}$$

Fazni napon

$$U_{2f} = \frac{440}{\sqrt{3}} \text{ |V|}$$

Slijedi

$$254 = 4,44 \cdot 0,966 \cdot 0,01635 \cdot 50 \cdot w_2$$

$$w_2 = \frac{254}{4,44 \cdot 0,966 \cdot 0,01635 \cdot 50} = 72,5$$

Usvajamo:

$$w_2 = 72$$

Broj vodiča po utoru

$$z_u = \frac{3 \cdot 72 \cdot 2}{72} = 6$$

Fazna struja

$$I_2 = \frac{125 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 440} = 164 \text{ |A|}$$

Strujni oblog

$$A_2 \cong \frac{164 \cdot 72 \cdot 6}{0,64 \cdot \pi} = 35200 \text{ } \left| \frac{\text{A}}{\text{m}} \right|$$

$$A_2 = 352 \text{ } \left| \frac{\text{A}}{\text{cm}} \right|$$

5.3. Trofazni sinhroni generator 10 MVA, 6000 V, 60 Hz treba premotati za napon 10500 V i frekvenciju 50 Hz. Pretpostavite da će se punjenje utora zbog povećanog napona smanjiti za 10 % te da gustoću struje treba smanjiti također za 10 %. Pretpostavite da rotor dozvoljava eventualno potrebno preopterećenje.

- Kolika je snaga premotanog stroja?
- Kako se odnose faktori iskorištenja?

R:

a)

$$\frac{U_2'}{U_2} = \frac{w_2' f'}{w_2 f}$$

$$\frac{w_2'}{w_2} = \frac{10500 \cdot 60}{6000 \cdot 50} = 2,1$$

Usvajamo

$$w_2' = 2 w_2$$

$$\frac{I_2'}{I_2} = \frac{1}{2} \frac{f_{pu}'}{f_{pu}} \frac{G_2'}{G_2} = \frac{1}{2} \cdot 0,9 \cdot 0,9 = 0,405$$

$$\frac{S'}{S} = \frac{U_2' I_2'}{U_2 I_2} = \frac{10500}{6000} \cdot 0,405 = 0,709$$

Snaga premotanog stroja

$$S' = 7,09 \text{ |MVA|}$$

b) Odnos faktora iskorištenja

$$\frac{C'}{C} = \frac{A_2' B_{1m}'}{A_2 B_{1m}} = \frac{w_2' I_2' B_{1m}'}{w_2 I_2 B_{1m}} = 2 \cdot 0,405 \cdot \frac{2,1}{2} = 0,8505$$

Također je prema (5.1)

$$\frac{C'}{C} = \frac{S' f'}{S f} = 0,709 \cdot \frac{60}{50} = 0,8505$$

5.4. Stator šesterepolnog sinhronog generatora ima 12 utora po polu i jednoslojni dijametralni namotaj sa 40 vodiča po utoru. Broj okretaja  $n = 1000 \text{ o/min}$ , tok u zračnom rasporu po polu iznosi  $0,028 \text{ Vs}$ , struja vodiča  $I_2 = 50 \text{ A}$ . Pod pretpostavkom sinusne raspodjele indukcije odredite najveću snagu generatora u |kVA| za tri različite izvedbe armaturnog namotaja

- jednofazno
- dvofazno
- trofazno.

R:

a) Faktor namota osnovnog harmonika prema (2.1) je:

$$f_{n1} = \frac{\sin(12 \cdot \frac{15^\circ}{2})}{12 \sin \frac{15^\circ}{2}} = 0,637$$

Broj zavoja po fazi  $w_2 = 1440$ 

Efektivna vrijednost inducirane e.m.s.

$$E_2 = 4,44 \cdot 50 \cdot 0,637 \cdot 1440 \cdot 0,028 = 5700 \text{ |V|}$$

Snaga generatora

$$S = 5700 \cdot 50 \cdot 10^{-3} = 285 \text{ |kVA|}$$

b) Faktor namota

$$f_{n1} = \frac{\sin(6 \cdot \frac{15^\circ}{2})}{6 \sin \frac{15^\circ}{2}} = 0,902$$

Broj zavoja po fazi  $w_2 = 720$ .

Efektivna vrijednost inducirane e.m.s.

$$E_2 = 4,44 \cdot 50 \cdot 0,902 \cdot 720 \cdot 0,028 = 4030 \text{ |V|}$$

Snaga generatora

$$S = 2 \cdot 4030 \cdot 50 \cdot 10^{-3} = 403 \text{ |kVA|}$$

c) Faktor namota

$$f_{n1} = \frac{\sin(4 \cdot \frac{15^\circ}{2})}{4 \sin \frac{15^\circ}{2}} = 0,958$$

Broj zavoja po fazi

$$w_2 = 480$$

Inducirana e.m.s.

$$E_2 = 4,44 \cdot 50 \cdot 0,958 \cdot 480 \cdot 0,028 = 2860 \text{ |V|}$$

Snaga generatora

$$S = 3 \cdot 2860 \cdot 50 \cdot 10^{-3} = 430 \text{ |kVA|}$$

5.5. Izračunajte volumen zraka za hladjenje u  $\text{m}^3/\text{s}$  koji je potrebno privesti generatoru 2000 kVA,  $\cos \phi = 0,8$  koji pri punom opterećenju ima gubitke  $P = 670 \text{ kW}$ . Temperatura zraka na ulazu u stroj iznosi  $15^\circ\text{C}$  a na izlazu iz stroja  $35^\circ\text{C}$ . Specifična toplina zraka pri konstantnom pritisku iznosi  $0,2375 \text{ kcal/kg }^\circ\text{C}$ , a volumen zraka iznosi  $0,775 \text{ m}^3/\text{kg}$  pri  $0^\circ\text{C}$  i atmosferskom pritisku.

R:

$$P(\text{kW}) = Q(\text{kg/sek}) \cdot C \left( \frac{\text{kW sek}}{\text{kg }^\circ\text{C}} \right) \cdot t (^\circ\text{C}) \quad (5.4)$$

$$C = 0,2375 \left( \frac{\text{kcal}}{\text{kg }^\circ\text{C}} \right) = 0,993 \left( \frac{\text{kW s}}{\text{kg }^\circ\text{C}} \right)$$

Prema (5.4) je:

$$Q = \frac{670}{0,993 \cdot 20} = 33,7 \text{ |kg/s|}$$

Potrebni volumen zraka pri  $0^\circ\text{C}$ 

$$V_0 = 33,7 \cdot 0,775 = 26,15 \text{ |m}^3/\text{s|}$$

Potrebni volumen zraka pri  $15^\circ\text{C}$ 

$$\begin{aligned} V_{15} &= V_0 \left( 1 + \frac{1}{273} t \right) \\ &= 26,15 \frac{273 + 15}{273} \\ &= 27,6 \text{ |m}^3/\text{s|} \end{aligned}$$

5.6. U armaturnom namotu sinhronog stroja pri nazivnom naponu imamo gustoću struje  $G_2 = 4 \text{ A/mm}^2$ . Stroj odjednom biva podvrgnut snažnom simetričnom strujom preopterećenju konstantnog iznosa peterostruke nazivne struje. Koliko sekundi smije stroj podnositi ovakav udarac, a da apsolutna temperatura armaturnog namota ne predje  $150^\circ \text{ C}$ ? Prilikom nastupa preopterećenja namot je bio hladan, s temperaturom okoline  $20^\circ \text{ C}$ . Zbog kratkog trajanja ovakve pojave može se zanemariti odvod topline iz namota.

R:

Gubici energije u bakru

$$E_{\text{cu}} = I_2^2 R_2 t = m_{\text{cu}} C_{\text{cu}} \theta$$

Budući da je otpor

$$R_2 = \frac{\rho l}{q} ,$$

struja opterećenja

$$I_2 = q G_2 ,$$

masa bakra

$$m_{\text{cu}} = V \gamma$$

slijedi:

$$\frac{G_2^2 \rho}{\gamma} t = C_{\text{cu}} \theta$$

ili

$$t = \frac{C_{\text{cu}} \gamma \kappa}{G_2^2} \theta \quad (5.5)$$

Za bakar je

$$C_{\text{cu}} = 390 \frac{\text{Ws}}{\text{kg } ^\circ\text{C}} , \quad \gamma_{\text{cu}} = 8,9 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} , \quad \kappa_{75} = 46,1 \left| \frac{\text{m}}{\Omega \text{ mm}^2} \right|$$

pa je prema (5.5)

$$t = \frac{390 \cdot 8,9 \cdot 46,1 \cdot 10^{-3}}{G_2^2} \theta \quad |s|$$

$$t = 160 \frac{\theta}{G_2^2} \quad |s|$$

Kako je

$$G_2 = x G_{2n} ,$$

to je

$$t = 160 \frac{\theta}{x^2 G_{2n}^2}$$

ili

$$t = 160 \cdot \frac{130}{5^2 \cdot 4^2} = 52 \quad |s|$$

PREGLED OZNAKA

- a, b, c - oznake faza
- A, B, C - počeci faza a, b, c
- X, Y, Z - krajevi faza a, b, c
- l - veličina uzbude
- 2 - veličina armature
- n - nazivna vrijednost, broj okretaja
- B - bazna vrijednost
- r<sub>v</sub> - relativna vrijednost
- d - uzdužna os simetrije rotora
- q - poprečna os simetrije rotora, broj utora po polu i fazi, jalova snaga
- p - radna (aktivna) snaga, broj pari polova, preop-  
teretivost
- s - prividna snaga
- m - broj faza, moment, maksimalna vrijednost
- f - frekvencija
- f<sub>n</sub> - ukupni faktor namota
- f<sub>z</sub> - zonski faktor namota
- f<sub>t</sub> - tetivni faktor namota
- f<sub>o</sub> - faktor oblika krivulje indukcije
- k - kratkospojni omjer
- r - radni (aktivni) otpor
- x<sub>σ</sub> - rasipna reaktancija
- x<sub>d</sub>, x<sub>q</sub> - sinhrona reaktancija u uzdužnoj i poprečnoj osi
- x<sub>d</sub><sup>\*</sup> - zasićena sinhrona reaktancija
- x<sub>p</sub> - Potierova reaktancija

- z - impedancija, broj vodiča jedne faze
- w - broj zavoja jedne faze
- i<sub>10</sub> - uzbuda praznog hoda
- i<sub>1r</sub> - rezultirajuća uzbuda
- i<sub>1k</sub> - uzbuda kratkog spoja
- e<sub>o</sub> - napon rotora
- e<sub>2</sub> - rezultirajuća e.m.s. armature
- z<sub>u</sub> - broj vodiča u utoru
- τ<sub>u</sub> - korak utora
- τ - polni korak
- N - broj utora
- Y - korak svitka
- L - dužina stroja, induktivitet
- D - promjer provrta, prigušni namot u uzdužnoj osi
- Q - prigušni namot u poprečnoj osi
- G - gustoća struje
- mD<sup>2</sup> - zamašna masa
- GD<sup>2</sup> - zamašni moment
- J - moment inercije
- j - imaginarna jedinica
- ū - napon u kompleksnom računu
- ī<sup>\*</sup> - konjugirano-kompleksna vrijednost struje
- a - strujni oblog
- b - indukcija
- h - jakost polja
- v - obodna brzina
- T - vremenska konstanta
- ω<sub>meh</sub> - mehanička kutna brzina
- ω - električka kutna brzina (kružna frekvencija)

- $\phi$  - tok jednog pola
- $\psi$  - tok namotaja (ulančeni tok)
- $\phi$  - fazni kut
- $\theta$  - protjecanje (uzbuda)
- $\nu$  - red harmonika
- $\delta$  - veličina zračnog raspora, kut opterećenja
- $\eta$  - iskoristivost
- $\mu$  - permeabilnost
- $\lambda$  - vodljivost
- kph - karakteristika praznog hoda
- kks - karakteristika kratkog spoja
- kr - krivulja regulacije

Veličine izražene u relativnim vrijednostima označene su malim,  
a veličine izražene u apsolutnim vrijednostima velikim slovima.

LITERATURA

- B.F.Bailey - "Alternating - Current Machinery" ✓  
McGraw - Hill, New York, 1951.
- H.Cotton - "Electrical technology", Pitman, London, 1957.
- Fitzgerald, Kingsley - "Electric Machinery", McGraw - Hill, New York, 1952. ✓
- E.Levi, M.Panzer - "Electromechanical Power Conversion", McGraw - Hill, New York, 1966.
- N.Nikolić - "Električne mašine", Naučna knjiga, Beograd 1969.
- G.N.Petrov - "Električki strojevi" Tehnička knjiga, Zagreb, 1950.
- W.J.Potter - "Solution of problems in electrical machines", Pitman, London 1961.
- Samuel Seely - "Electromechanical energy conversion", McGraw - Hill, New York, 1962.
- N.Schmitz, D.Novotny - "Introductory electromechanics", Ronald Press, New York, 1965.
- ETF - Zagreb - Riješeni primjeri iz "Električkih strojeva II".