



17. savjetovanje HRO CIGRE
Šibenik, 9. - 12. studenoga 2025.

PREDSTAVLJANJE NOVE KNJIGE

The logo for FER (Faculty of Electrical Engineering, Robotics and Computing). It consists of the letters 'FER' in a bold, black, stylized sans-serif font. The 'F' and 'R' have horizontal bars that extend to the right, creating a sense of motion or connectivity.



The logo for ELEMENT. The word 'ELEMENT' is written in a bold, black, sans-serif font. The letter 'E' is highlighted in red, while the remaining letters are black.



Priručnik Sveučilišta u Zagrebu

Manualia Universitatis studiorum Zagrabienis

TRANSFORMATORI

zbirka primjera i zadataka s rješenjima

Autor: **Drago Ban**

Sveučilište u Zagrebu

Fakultet elektrotehnike i računarstva

Zavod za elektrostrojarstvo i automatizaciju

Recenzenti:

prof. dr. sc. Damir Žarko

Sveučilište u Zagrebu - Fakultet elektrotehnike i računarstva
Zavod za elektrostrojarstvo i automatizaciju

izv. prof. dr. sc. Zlatko Hanić

Sveučilište u Zagrebu - Fakultet elektrotehnike i računarstva
Zavod za elektrostrojarstvo i automatizaciju

dr. sc. Branko Tomičić

Tehničko veleučilište Zagreb
Elektrotehnički odjel

“... autor kombinira svoje veliko znanje iz oblasti elektrotehnike s bogatim iskustvom koje je stekao rješavajući praktične probleme...”

“Zbirka predstavlja vrijedan obrazovni materijal, osobito za studente koji se specijaliziraju za teme povezane s transformatorima.”

“Djelo po svom sadržaju, strukturi i tehničkoj kvaliteti u potpunosti ispunjava svoju primarnu svrhu, a to je da posluži kao priručnik studentima prijediplomskih i diplomskih studija elektrotehnike pomoću kojega oni, kroz rješavanje konkretnih numeričkih zadataka utemeljenih na znanstvenoj teoriji, poznatim fizikalnim principima i tehničkoj praksi, upotpunjuju teorijska znanja iz područja transformatora stečena tijekom predavanja.”

U predstavljanju sudjeluju:

Urednica

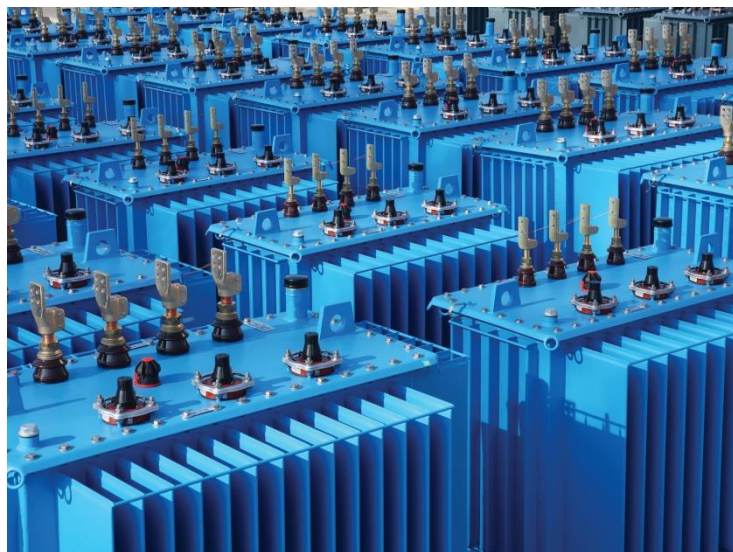
Sandra Gračan, dipl. ing.

Recenzent

prof. dr. sc. Damir Žarko, dipl. ing.

Autor

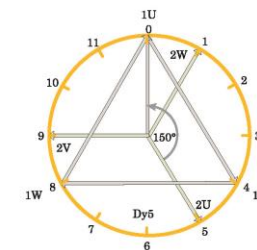
prof. dr. sc. Drago Ban, dipl. ing.



Drago Ban

TRANSFORMATORI

zbirka primjera i zadataka s rješenjima



1. izdanje

Zagreb, 2025.

Sadržaj

| | |
|--|-----|
| Predgovor | v |
| 1. Osnovne fizikalne pojave i veličine elektromagnetske pretvorbe | 1 |
| 1.1. Magnetsko polje, protjecanje, magnetski tok i indukcija | 1 |
| <i>Zadaci</i> | 24 |
| 1.2. Nadomjesne sheme i fazorski dijagrami dvonamotnog transformatora | 33 |
| <i>Zadaci</i> | 44 |
| 2. Primjena nadomjesnih shema i fazorskih dijagrama | 49 |
| 2.1. Nadomjesne sheme | 49 |
| <i>Zadaci</i> | 75 |
| 2.2. Primjena sustava jediničnih vrijednosti u teoriji transformatora | 78 |
| 3. Spojevi i spojne grupe namota trofaznih transformatora | 81 |
| <i>Zadaci</i> | 85 |
| 4. Promjenjivi uvjeti rada, korisnost i prematanje transformatora | 91 |
| <i>Zadaci</i> | 104 |
| 5. Paralelni rad transformatora | 109 |
| 5.1. Podsjetnik o uvjetima za paralelni rad | 109 |
| 5.2. Raspodjela opterećenja grupe transformatora u paralelnom radu | 113 |
| <i>Zadaci</i> | 123 |
| 6. Zagrijavanje, zagrijanje i vijek trajanja transformatora | 125 |
| <i>Zadaci</i> | 145 |
| 7. Primjena zakona sličnosti – skaliranja transformatora | 151 |
| <i>Zadaci</i> | 158 |

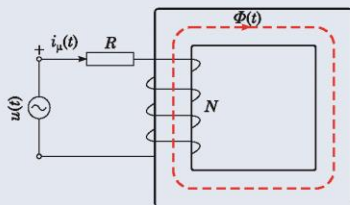
| | |
|---|-----|
| 8. Primjeri obrade rezultata ispitivanja transformatora | 161 |
| <i>Zadaci</i> | 172 |
| 9. Nesimetrični režimi rada trofaznog transformatora | 177 |
| 9.1. Simetrična i nesimetrična stanja višefaznih sustava | 177 |
| 9.2. Primjena metode simetričnih komponenta | 179 |
| <i>Zadaci</i> | 189 |
| 10. Autotransformator | 191 |
| 10.1. Podsjetnik, definicija i osnovna načela rada autotransformatora | 191 |
| <i>Zadaci</i> | 209 |
| 11. Tronamotni transformatori | 211 |
| 11.1. Raspored namota na jezgri i nadomjesna shema | 212 |
| <i>Zadaci</i> | 243 |
| Rješenja i postupci za pojedine zadatke | 245 |
| Literatura | 255 |

1. Osnovne fizikalne pojave i veličine elektromagnetske pretvorbe

1.1. Magnetsko polje, protjecanje, magnetski tok i indukcija

Primjer 1.1.

Na stezaljke svitka (zavojnice) formiranog od N gusto namotanih i jednoliko raspoređenih zavoja na stupu feromagnetske jezgre, slika 1.1, priključen je napon trenutne vrijednosti $u(t) = U_{\max} \sin(\omega t)$ kojemu je U_{\max} amplituda, $\omega = 2\pi f$ je kružna frekvencija i t je vrijeme.



Slika 1.1. Svitak protjecan izmjeničnom strujom na željeznoj jezgri

Treba izvesti izraze trenutnih vrijednosti:

- magnetskog toka $\Phi(t)$ u ovisnosti o naponu $u(t)$ i
- struje magnetiziranja $i_{\mu}(t)$ u ovisnosti o svojstvima gradiva magnetskog kruga.

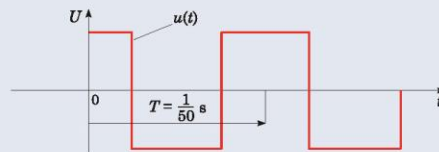
TRANSFORMATORI – zbirka primjera i zadataka s rješenjima

Primjer 1.2.

Napon teoretski pravokutnog oblika frekvencije 50 Hz jednakih pozitivnih i negativnih polualova amplitude U , slika 1.3 a), priključen je na svitak formiran od 1000 gusto omotanih zavoja na željeznu jezgru „čistog“ presjeka željeza $S_{Fe} = 0,002 \text{ m}^2$. Treba:

- nacrtati vremenski oblik inducirano napona i magnetskog toka u jezgri
- izračunati koliki se najveći napon smije priključiti na svitak da indukcija u jezgri ne bude veća od 1 T.

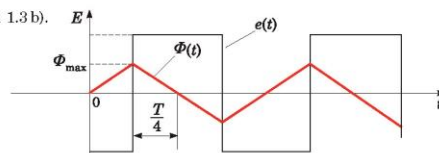
Radni otpor svitka se zanemaruje.



Slika 1.3. a) Narinuti napon

Rješenje

a) Na slici 1.3 b).



Slika 1.3. b) Magnetski tok i inducirani napon

b) Za zadanu maksimalnu vrijednost magnetske indukcije $B_{\max} = 1 \text{ T}$ magnetski tok u jezgri iznosi

$$\Phi_{\max} = B_{\max} \cdot S_{Fe} = 1 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ Vs.}$$

Apsolutna vrijednost inducirano napona je prema Faradayevu zakonu

$$|E| = \left| N \frac{d\Phi(t)}{dt} \right| = 1000 \frac{d\Phi(t)}{dt} = 1000 \frac{\Phi_{\max}}{T/4} = 1000 \cdot 200 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 400 \text{ V.}$$

Napon na koji se smije priključiti svitak može se izračunati i iz poznatog izraza za inducirani napon, tzv. transformatorske jednadžbe

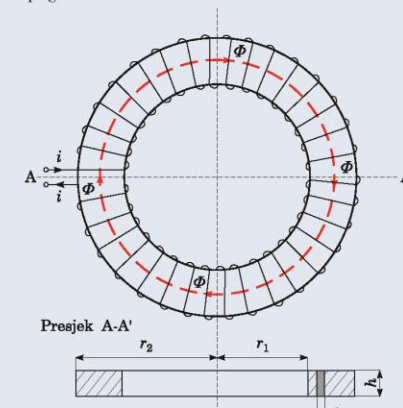
$$U \cong E = 4 \cdot \xi \cdot N \cdot f \cdot \Phi_{\max}$$

U navedenoj formuli ξ je tzv. faktor oblika po definiciji jednak omjeru efektivne i srednje vrijednosti, u ovom slučaju ima iznos jedan, a kod „čisto“ sinusnog oblika napona iznosi 1,116.

$$U \cong E = 4 \cdot 1 \cdot 1000 \cdot 50 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 400 \text{ V.}$$

Primjer 1.3.

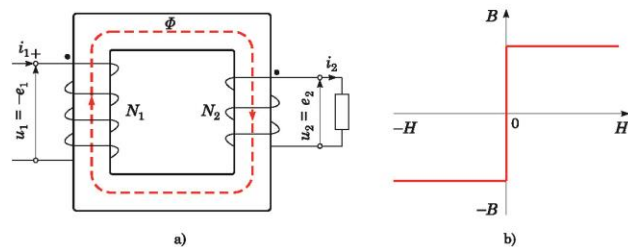
Na prstenastu jezgru pravokutnog presjeka, slika 1.4, izradenu od željeznih limova dimenzija: $r_1 = 180 \text{ mm}$, $r_2 = 270 \text{ mm}$, $h = 30 \text{ mm}$ gusto je namotano i jednoliko raspoređeno $N = 1000$ zavoja bakrene žice tako da se dobije kompaktna prigušnica.



Slika 1.4. Namot na prstenastoj magnetskoj jezgri

Idealni transformator

Idealni transformator je zamišljeni jednostavni elektromagnetski uređaj shematski prikazan na slici 1.5a), sastavljen od dvaju namota različitih brojeva zavoja, primarnog N_1 i sekundarnog N_2 , namotanih na željeznu jezgru. Hipoteze za idealni transformator su: zanemaruju se radni otpori namota, $R_1 = R_2 = 0$, u jezgri postoji samo jedan magnetski tok koji ulančuje (obuhvaća) sve zavojice primarnog i sekundarnog namota, nema rasipnih magnetskih tokova, magnetski otpor i gubici u željezu jezgre su zanemarivo mali (površina petlje histereze teoretski jednaka nuli, slika 1.5b).



Slika 1.5. a) Shematski prikaz i b) krivulja magnetiziranja jezgre idealnog transformatora

Uz navedene hipoteze magnetski tok Φ stvoren trenutnim strujama primarnog i sekundarnog namota inducira u svakom od N_1 zavoja primarnog i N_2 zavoja sekundarnog namota jednaki napon zavoja

$$e_z = -\frac{d\Phi}{dt},$$

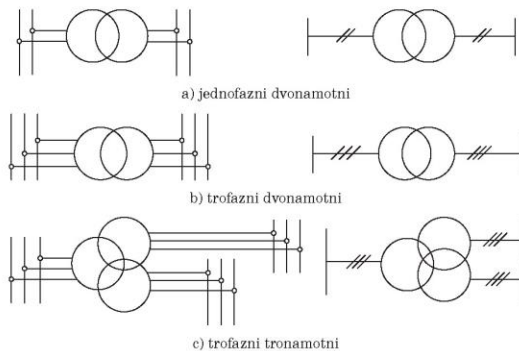
a između stezaljki svakog od namota ukupni je inducirani napon

$$u_1 = e_1 = e_z N_1 = -N_1 \frac{d\Phi}{dt}$$

$$u_2 = e_2 = e_z N_2 = -N_2 \frac{d\Phi}{dt}.$$

Inducirani naponi na stezaljkama primarnog i sekundarnog namota idealnog transformatora odnose se kao brojevi zavoja

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{e_1}{e_2} = \frac{N_1}{N_2}.$$



Slika 1.10. Simbolički prikazi i jednodolne sheme energetskih transformatora u električnim mrežama

Primjer 1.6.

Neki jednofazni transformator 230/24 V, 50 Hz ima na primaru 286 zavoja, presjek željezne jezgre $2,72 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$, srednju duljinu silnica u jezgri 0,7 m, a krivulja prvog magnetiziranja limova je kao na slici 1.2. Treba izračunati i nacrtati trenutne vrijednosti indukcije B i struje magnetiziranja i_μ za jednu poluperiodu. Utjecaj rasipnih otpora i histereze može se zanemariti.

Rješenje

Primjenom osnovne formule za sinusni inducirani napon (1.3) i podataka u zadatku dobije se

$$E = 4,44 \cdot f \cdot N \cdot \Phi_{\max} = 4,44 \cdot f \cdot N \cdot B_{\max} \cdot S_{Fe}$$

$$230 = 4,44 \cdot 50 \cdot 286 \cdot B_{\max} \cdot 2,72 \cdot 10^{-3}$$

$$B_{\max} = 1,33 \text{ T.}$$

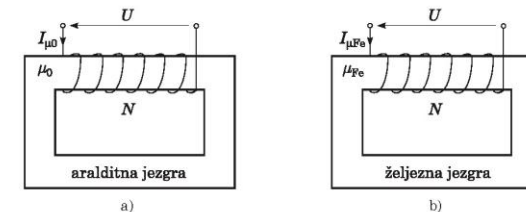
Za sinusni oblik napona priključenog na primarni namot transformatora magnetski tok i indukcija u jezgri mijenjaju se prema istom zakonu

$$B = B_{\max} \sin \omega t = 1,33 \sin 314t.$$

Zadaci

Zadatak 1.1.

Svitak od N gusto namotanih zavoja od bakrene žice na aralditnu jezgru, slika 1.13a), priključen na izvor sinusnog napona efektivne vrijednosti U i frekvencije f uzima iz mreže struju magnetiziranja efektivne vrijednosti $I_{\mu 0}$. Radni otpor svitka može se zanemariti.



Slika 1.13. Svitak namotan na a) aralditnu jezgru i b) željeznu jezgru

- Koliku bi struju magnetiziranja uzimao isti svitak iz istog izmjeničnog izvora ako se aralditna jezgra zamijeni željeznom relativne permeabilnosti $\mu_{Fe} = 2000$, slika 1.13b)?
- Kolika bi struja tekla svitkom na slici 1.13a) ako bi se napon U smanjio na pola, a frekvencija povećala dvostruko?
- Kolika bi struja magnetiziranja tekla svitkom na slici 1.13b) uz pretpostavku da je magnetski otpor jezgre zanemaren (permeabilnost jezgre $\mu_{Fe} \rightarrow \infty$) i da se zanemari radni otpor svitka?

Zadatak 1.2.

Radna točka praznog hoda transformatora skiciranog na slici 1.14a) označena je na krivulji, slika 1.14b). Ako bi se sklopkom Q napravio na desnom stupu kratki spoj jednog omotanog zavoja zanemarivog radnog i induktivnog otpora, kako bi se približno promijenile veličine:

- indukcije u srednjem, lijevom i desnom stupu jezgre
- napona sekundara U_2

2. Primjena nadomjesnih shema i fazorskih dijagrama

2.1. Nadomjesne sheme

Nadomjesne sheme jednofaznih transformatora

Primjer 2.1.

Za neki jednofazni transformator poznati su podaci: 100 kVA, 15000/231 V, 50 Hz, radni otpori u pogonski toplom stanju VN namota $R_1 = 19,5 \Omega$ i NN namota $R_2 = 3,6 \cdot 10^{-3} \Omega$. Izračunani rasipni otpori (reaktancije) VN i NN namota iznose $X_{\sigma 1} = 70 \Omega$, $X_{\sigma 2} = 0,016 \Omega$.

U pokusu praznog hoda pri naponu 15300 V, 50 Hz, izmjerena je struja $I_0 = 0,79$ A i gubici $P_0 = 700$ W, a pri struji tereta $I_2 = 332$ A i faktoru snage tereta $\cos \varphi_2 = 0,8$ induktivno je izmjeren na sekundarnim stezaljkama napon $U_2 = 231$ V. Na osnovi navedenih podataka treba izračunati:

- inducirani napon na sekundarnim stezaljkama E_2
- inducirani napon na primarnim stezaljkama E_1
- koliki treba napon U_1 da bi pri navedenom teretu na sekundaru bio napon $U_2 = 231$ V
- faktor snage na primarnoj strani, $\cos \varphi_1$
- pad napona u transformatoru, ΔU %.

TRANSFORMATORI – zbirka primjera i zadataka s rješenjima

Rješenje

Zadatak se može rješavati primjenom fazorskog dijagrama ili metodom bilance snaga, tj. odvojenim računanjem radne i jalove snage na primaru i sekundaru te njihovim sumiranjem. Primjenom bilance radnih i jalovih snaga (Boucherotov teorem) ukupna reaktivna snaga u nekoj nadomjesnoj elektromagnetskoj shemi može se izračunati aritmetičkom sumom njezinih komponenata kao i ukupna radna snaga aritmetičkom sumom njezinih pojedinačnih komponenata.

Prividna je snaga vektorski zbroj sume svih jalovih i svih radnih komponenata snaga

$$S^2 = \sum_{i=1}^n Q_i^2 + \sum_{i=1}^n P_i^2 \rightarrow S = \sqrt{\sum_{i=1}^n Q_i^2 + \sum_{i=1}^n P_i^2}$$

Radna snaga koju uzima teret iznosi

$$P_{12} = U_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2 = 231 \cdot 332 \cdot 0,8 = 61353,6 \text{ W.}$$

Gubici u sekundarnom namotu su

$$P_{12R2} = I_2^2 \cdot R_2 = 332^2 \cdot 3,6 \cdot 10^{-3} = 396,8 \text{ W.}$$

Ukupna radna snaga koja se glavnim magnetskim tokom prenosi na sekundarni namot iznosi

$$P_2 = 61353,6 + 396,8 = 61750,4 \text{ W.}$$

Jalova snaga koju uzima teret je

$$Q_{12} = U_2 \cdot I_2 \sin \varphi_2 = 231 \cdot 332 \cdot 0,6 = 46015 \text{ VAR.}$$

Jalova snaga potrebna za rasipni tok sekundara iznosi

$$Q_{\sigma 2} = I_2^2 \cdot X_{\sigma 2} = 332^2 \cdot 0,016 = 1763 \text{ VAR.}$$

Ukupna jalova snaga koja se glavnim magnetskim tokom prenosi na sekundar je

$$Q_2 = Q_{12} + Q_{\sigma 2} = 47778 \text{ VAR.}$$

Primjer 2.2.

Treba nacrtati nadomjesnu T shemu transformatora s podacima izračunatima u primjeru 2.1, sve preračunano na primarnu stranu, tj. na 15 kV.

Rješenje

Koristi se nadomjesna shema transformatora sa slike 1.26 i izračunaju parametri tzv. uzdužne grane i tzv. poprečne grane u Ω .

a) Uzdužna grana

$$R_1 = 19,5 \Omega, \quad X_{\sigma 1} = 70 \Omega$$

$$R'_2 = R_2 \left(\frac{U_1}{U_2} \right)^2 = 3,6 \cdot 10^{-3} \left(\frac{15000}{231} \right)^2 = 15,31 \Omega$$

$$X'_{\sigma 2} = X_{\sigma 2} \left(\frac{U_1}{U_2} \right)^2 = 0,016 \left(\frac{15000}{231} \right)^2 = 68,05 \Omega.$$

b) Poprečna grana

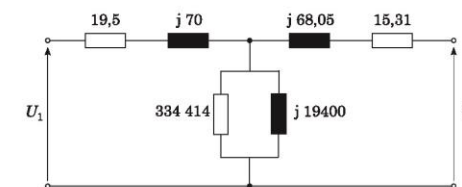
Ako se zanemari pad napona zbog struje praznog hoda na R_1 i $X_{\sigma 1}$, vrijedi

$$E_1 \cong U_1$$

$$R_0 = \frac{E_1^2}{P_0} \cong \frac{U_1^2}{P_0} = \frac{15300^2}{700} = 334414 \Omega$$

$$X_m = \frac{E_1}{I_m} \cong \frac{U_1}{I_0 \sin \varphi_0} = \frac{15300}{0,79 \cdot 0,9983} = 19400 \Omega.$$

Nadomjesna T shema s upisanim iznosima u Ω prikazana je na slici 2.1.

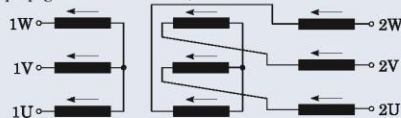


Slika 2.1. Nadomjesna shema transformatora s brojevanim iznosima parametara

3. Spojevi i spojne grupe namota trofaznih transformatora

Primjer 3.1.

Transformator nazivne snage $S = 125 \text{ kVA}$, $10/0,4 \text{ kV}$, 50 Hz , spojne grupe Yz5, slika 3.1, treba prespojiti na sekundaru tako da se dobije transformacija $10/0,266 \text{ kV}$. Skicirajte shemu novog spoja tako da spojna grupa ostane 5 (spojne grupe pogledati u tablici 3.1).



Slika 3.1. Spojna grupa Yz5

Rješenje

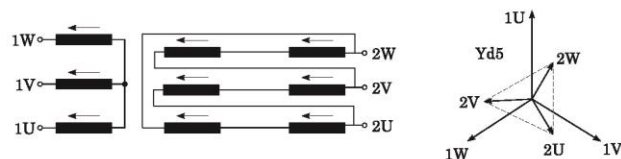
Sekundarni linijski i fazni napon je

$$U_2 = 400 \text{ V}, \quad U_{2f} = \frac{400}{\sqrt{3}} = 231 \text{ V}.$$

U jednoj polovini sekundarnog namota inducira se napon

$$U_{1/2} = \frac{400}{3} = 133,3 \text{ V}.$$

Budući da se na sekundaru traži 266 V, treba polovice toga namota koje su na istom stupu spojiti u seriju, a zatim faze spojiti u trokut čime se dobije spojna grupa Yd5, slika 3.2.



Slika 3.2. Spoj Yd5 i fazorski dijagrami napona sekundarnog namota

Primjer 3.2.

Treba obilježiti i obrazložiti najčešće primjenjivane spojne grupe transformatora s pripadnim oznakama stezaljki (nacionalne prakse), fazorskim dijagramima i spojevima u tablici 3.1.

Rješenje

Tablica 3.1. Oznake spojeva i fazorski dijagrami energetskih transformatora

| satni broj | oznaka spoja | fazorski dijagram | | spoj | |
|------------|--------------|-------------------|----|------|----|
| | | VN | NN | VN | NN |
| 0 | Dd0 | | | | |
| | Yy0 | | | | |
| | Dz0 | | | | |
| 5 | Dy5 | | | | |
| | Yd5 | | | | |
| | Yz5 | | | | |

| satni broj | oznaka spoja | fazorski dijagram | | spoj | |
|--|--------------|-------------------|----|------|----|
| | | VN | NN | VN | NN |
| 11 | Dy11 | | | | |
| | Yd11 | | | | |
| | Yz11 | | | | |
| 0 | Ya0 | | | | |
| jednofazni transformatori za trofazni sistem | | | | | |
| 0 | Ii0 | | | | |
| 0 | Ia0 | | | | |

Prema VDE normama primarne transformatorske stezaljke označavaju se slovima A,B,C, sekundarne a,b,c, zvjezdiste primara N, sekundara n.

Spojne grupe diktira namjena transformatora. Najviše se primjenjuju grupe satnog broja 0, 5 i 11.

Spoj trokut (Dd) povoljan je za namote s velikim strujama i nižim naponima. U kombinaciji s namotom u spoju zvijezda (Dy) smanje se nesimetričnosti faznih namota kada su na sekundaru nesimetrični tereti.

Spoj zvijezda (Yy) kada ima dostupne nul-točke ekonomičan je za višenaponske namote, omogućava jednofazna opterećenja, može se uzemljiti neposredno ili posredno preko impedancije za uzemljenje, što je bitno za zaštite u sustavu.

4. Promjenjivi uvjeti rada, korisnost i prematanje transformatora

Promjene frekvencije i/ili napona

Primjer 4.1.

Transformator vrlo stare izvedbe snage 400 kVA, spoju Yd5, 42 Hz, prienosnog omjera 5000/400 V ima gubitke praznog hoda 1800 W. Otpori mjereni U-I metodom i preračunani na referentnu temperaturu 75 °C između stezaljki višeg napona iznose $R_{1st} = 0,76 \Omega$, a nižeg napona $R_{2st} = 0,0046 \Omega$.

- Treba izračunati omjer gubitaka u bakrenim namotima i željezu.
- Koliki bi bio taj omjer ako se transformator priključi na mrežu istog napona frekvencije 50 Hz, a nazivna snaga treba ostati nepromijenjena? Može se pretpostaviti da se gubici zbog histereze mijenjaju približno promjeni frekvencije i kvadratu promjene indukcije i da se gubici vrtložnih struja mogu zanemariti.
- Kod kojih bi tereta u pogonskom slučaju b) (5000 V, 50 Hz), transformator radio s najvećom korisnošću i koliko bi ona iznosila?

Rješenje

- Omjer gubitaka u bakrenim namotima i u željezu jezgre, ξ , računa se iz podataka

$$P_0 = 1800 \text{ W}$$

$$P_k = 1,5 \cdot I_1^2 \cdot R_{1st} + 1,5 \cdot I_2^2 \cdot R_{2st}$$

$$= 1,5 \cdot 46,18^2 \cdot 0,76 + 1,5 \cdot 578^2 \cdot 0,0046 = 4736 \text{ W}$$

$$I_2 = \frac{S}{\sqrt{3} \cdot U_1} = \frac{400 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 400} = 578 \text{ A}$$

91

4. Promjenjivi uvjeti rada, korisnost i prematanje transformatora

Snaga tereta pri kojoj se postiže maksimalna teoretska korisnost bit će

$$S_t = S \cdot \sqrt{\frac{P_{Fe}}{P_k}} = 400 \cdot \sqrt{\frac{1512}{4736}} = 226 \text{ kVA.}$$

Ukupni gubici i korisnost pri snazi 226 kVA su

$$P'_g = P'_k + P'_{Fe} = 2 \cdot P_{Fe} = 2 \cdot 1512 = 3024 \text{ W}$$

$$\eta_{\max} = \frac{S_t}{S_t + P'_k + P'_{Fe}} = \frac{226}{226 + 3024} = 0,9866.$$

Primjer 4.2.

Transformator napravljen za rad na mreži frekvencije 60 Hz treba premotati za rad na mreži 50 Hz nepromijenjenog napona. Prematanje (promjenu broja zavoja) treba izvršiti tako da napon, struja i gubici praznog hoda ostanu nepromijenjeni. Pri računanju broja zavoja primarnog namota treba pretpostaviti da se histerezni gubici mijenjaju približno linearno s promjenom frekvencije i približno s kvadratom promjene indukcije. Gubici vrtložnih struja kao i primarni radni i rasipni otpori, R_1 i X_{e1} , zbog pojednostavljenja mogu se zanemariti.

Rješenje

Kada se zanemare padovi napona na primarnim otporima zbog struje praznog hoda, vrijedi:

- prije prematanja

$$U \cong E = 4,44 \cdot N \cdot f \cdot B \cdot S_{Fe}$$

- nakon prematanja, oznake veličina apostrofofom

$$U' = U \cong E = 4,44 \cdot N' \cdot f' \cdot B' \cdot S_{Fe}.$$

Prema zadatku je

$$\frac{U}{U'} = 1 \text{ pa vrijedi}$$

$$\frac{N \cdot f \cdot B}{N' \cdot f' \cdot B'} = 1$$

Zadatci

Zadatak 4.1.

Prilikom prematanja nekog transformatora potkrala se izvedbena pogreška pa je namot primara namotan s 10 % manje zavoja nego je određeno projektom. Kako će se ova pogreška u izradi primijetiti kod ispitivanja premotanoga transformatora:

- u pokusu praznog hoda
- u pokusu kratkog spoja
- na naponu sekundara?

Skicirajte i usporedite karakteristike praznog hoda i kratkog spoja pogrešno i pravilno premotanoga primara transformatora.

Zadatak 4.2.

Neki stari trofazni transformator 220/3000 V, spoj Yd5, 42 Hz, ima 20 zavoja na strani 220 V, a treba ga premotati za 400/5000 V, spoj Yy0, 50 Hz. Prematanje treba izvršiti tako da se ukupni gubici tereta i u željezu ne promijene. Pretpostavke: histerezni gubici mijenjaju se proporcionalno s promjenom frekvencije i kvadratom promjene indukcije, gubici vrtložnih struja mogu se zanemariti.

Izračunajte:

- brojeve zavoja N_1 i N_2 premotanog transformatora
- snagu premotanog u odnosu na snagu nepremotanog transformatora.

Zadatak 4.3.

Transformator snage 100 kVA uzima iz mreže 1000 W u praznom hodu kod nazivnog napona i frekvencije, a u pokusu kratkog spoja nazivnom strujom uzima 3000 W.

- Kolika bi bila korisnost toga transformatora pri 110 % opterećenja i faktoru snage tereta $\cos \varphi_2 = 0,88$?
- Kolika je korisnost u kratkom spoju i u praznom hodu?

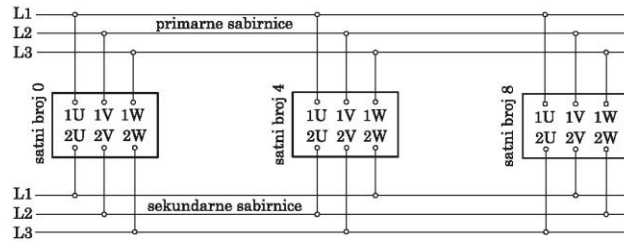
104

5. Paralelni rad transformatora

5.1. Podsjetnik o uvjetima za paralelni rad

Dva ili više transformatora su u paralelnom radu ako su im primarni namoti priključeni na zajedničke sabirnice pod stalnim naponom, oznake L1, L2 i L3, a sekundarni namoti na zajedničke sekundarne sabirnice L1, L2 i L3 na koje se priključuje opterećenje kao što je prikazano na slikama 5.1a) i 5.1b) za trofazne transformatore koji ispunjavaju uvjete za paralelni pogon.

Osnovni razlozi za paralelni rad transformatora su povećanje sigurnosti pogona (tzv. redundancija ili zalihost, u slučaju kvara jednog teret preuzimaju ostali), mogućnost optimiranja pogona (kada je smanjena potreba za potrošnjom, smanji se broj transformatora u pogonu), pri stalnom povećanju potrošnje moguća je dogradnja novog transformatora.



Slika 5.1. a) Primjer spajanja 3 trofazna transformatora za paralelni rad

Teoretski bi idealni uvjeti za paralelni rad transformatora bili: jednaki prijenosni omjeri i nazivni naponi, isti satni broj (grupa spoja), jednaki naponi kratkog spoja (u_k), jednaki fazni pomaci kratkog spoja ($tg\phi_k$), jednake nazivne snage. Navedene

Uvjet a) mora biti ispunjen. Ako uvjet b) nije ispunjen, namotima paralelno spojenih transformatora već će u praznom hodu protjecati struje izjednačenja (tzv. kružne struje), stoga su uvjeti a) i b) obavezni.

Nejednaki naponi kratkog spoja, uvjet c), uzrokuju nejednaku raspodjelu opterećenja između transformatora tako da je transformator s najmanjim u_k relativno najviše opterećen.

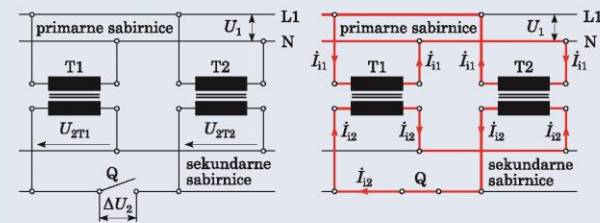
Ako uvjet d) nije ispunjen, bit će slaba iskoristivost instalirane snage svih transformatora jer niti jedan ne smije biti preopterećen.

Nejednaki nazivni naponi (za koji postotak), uvjet e), mogu utjecati na iznose struja magnetiziranja i gubitke praznoga hoda što treba analizirati u svakom konkretnom slučaju.

Utjecaj prijenosnog omjera na rad paralelno spojenih transformatora

Primjer 5.1.

Dva transformatora T1 i T2 imaju jednake nazivne snage S_n , primarne napone U_n i napone kratkog spoja $u_k = 5\%$, a razlikuju se samo u prijenosnom omjeru za 1%, slika 5.2. Što će se dogoditi ako ih spojimo primarno na nazivni napon U_n , a sekundarno u paralelni rad bez tereta, sklopka Q zatvorena, slika 5.2b)?



a) naponi sekundara prije spajanja u paralelni rad
b) struje izjednačenja nakon spajanja u paralelni rad
Slika 5.2. Struje izjednačenja paralelno spojenih neopterećenih transformatora

Zadaci

Zadatak 5.1.

Kolika bi potekla struja izjednačenja ako bi se trofazni transformator snage 1000 kVA, 10/0,4 kV, 50 Hz, Yy6, $u_k = 5\%$ spojio paralelno s transformatorom 1500 kVA, 10/0,4 kV, 50 Hz, Yd5, $u_k = 5\%$? Smije li se dozvoliti takav pogon?

Zadatak 5.2.

Tri jednofazna transformatora T1, T2 i T3 imaju snage 75, 100 i 125 kVA, napone kratkog spoja $u_{k1} = 6\%$, $u_{k2} = 5,5\%$ i $u_{k3} = 5\%$ i rade paralelno na zajedničke sabirnice. Izračunajte:

- maksimalnu snagu koju mogu dati sva tri transformatora u paralelnom radu, a da niti jedan ne bude preopterećen
- iskoristivost instalirane snage trafostanice
- kako bi se opterećenje iznosa 300 kVA u paralelnom radu raspodijelilo na pojedine transformatore.

Zadatak 5.3.

Transformator TA snage 8 MVA ima prijenosni omjer 35/10 kV i $u_k = 7\%$, a transformator TB iste snage i napona kratkog spoja ima prijenosni omjer 35/10,5 kV. Svi su im ostali podatci jednaki. Kolika bi potekla struja izjednačenja ako ih se primarno priključi na mrežu 35 kV, 50 Hz a sekundarno u paralelni rad bez opterećenja?

Zadatak 5.4.

U trafostanici 30/10 kV, 50 Hz na raspolaganju su tri trofazna uljna transformatora T1, T2 i T3 nazivnih podataka

- T1: 630 kVA, 30/10 kV, 50 Hz, $u_k = 6,0\%$, spoj Yd5
- T2: 1000 kVA, 36/12 kV, 50 Hz, $u_k = 6,3\%$, spoj Dy1
- T3: 1250 kVA, 30/11 kV, 50 Hz, $u_k = 6,5\%$, spoj Dy5.

- Koje se od triju navedenih transformatora smije spojiti u paralelni rad?

6. Zagrijavanje, zagrijanje i vijek trajanja transformatora

Zagrijavanje i zagrijanje

Proces zagrijavanja i hlađenja transformatora priključenog na mrežu zbiva se istovremeno. Zagrijanje je po definiciji razlika temperature namota ili nekog drugog dijela strukture transformatora i temperature rashladnog medija (zraka, ulja ...).

Primjer 6.1.

Treba izvesti izraz za zagrijanje bakrenog namota transformatora u ovisnosti o gustoći struje koja njime teče. Poznati su podaci o površini presjeka, dužini, specifičnoj gustoći, specifičnoj toplini kao i specifičnom električnom otporu vodiča.

Pretpostavke/pojednostavljenja: namot transformatora je u pogledu zagrijavanja homogeno tijelo (u cijelom se volumenu podjednako razvija toplina zbog strujnih gubitaka), a fizikalni proces zagrijavanja odvija se adijabatski, tj. bez prijenosa topline iz namota na okolinu. Odabrana oznaka za temperaturu je θ , a za njezinu promjenu u vremenskom intervalu Δt oznaka je $\Delta\theta$.

Rješenje

Uz navedene pretpostavke ukupna razvijena toplina zbog strujnih gubitaka u namotu (dovod topline je stalan), oznaka $P_{12R} \cdot \Delta t$, povećavat će u vremenskom intervalu Δt temperaturu namota θ za iznos $\Delta\theta$ prema relacijama (6.1) i (6.2)

$$P_{12R} \cdot \Delta t = m_N \cdot c_N \cdot \Delta\theta \quad (6.1)$$

$$\frac{I^2 \cdot R(\theta) \cdot \Delta t}{P_{12R}} = m_N \cdot c_N \cdot \Delta\theta, \quad (6.2)$$

6. Zagrijavanje, zagrijanje i vijek trajanja transformatora

$$P_{kt} = 0,462 \cdot P_{kn}$$

$$S_t = S_n \sqrt{\frac{P_{kt}}{P_{kn}}} = S_n \sqrt{0,462} = 0,679 \cdot S_n \cong 68 \% S_n,$$

što daje priličnu razliku u snazi jer je udio gubitaka u željezu značajan u ukupnim gubicima.

Primjer 6.5.

Transformator građen za dozvoljenu nadtemperaturu $\theta_{maxn} = 65$ K zagrijao se opterećen strujom 25 A u trajnom radu na $\theta_{maxt} = 60$ K. Kolikom se strujom, u odnosu na nazivnu, bio opterećen i kolikom se strujom smije opteretiti, a da ne prekorači nazivnu nadtemperaturu ako je omjer promjenljivih, P_k , i stalnih gubitaka, P_0 , $\xi = 6$. Transformator u pogledu zagrijavanja promatra se kao da je homogeno tijelo, a promjena otpora bakrenih namota s promjenom temperature u ovako uskom intervalu može se zanemariti.

Rješenje

Omjer konačnih (ustaljenih) nadtemperatura transformatora pri različitim opterećenjima približno je jednak omjeru ukupnih gubitaka pri takvim opterećenjima:

$$\frac{\theta_{maxt}}{\theta_{maxn}} \cong \frac{P_{gt}}{P_{gn}}$$

Ukupni gubici u transformatoru P_g sadrže dio koji ne ovisi o opterećenju, oznaka P_0 (gubici praznog hoda) i dio ovisan o opterećenju, oznaka P_k (teretni gubici)

$$P_g = P_0 + P_k.$$

Pri opterećenju različitim od nazivnoga zbog konstantnog napona na primaru transformatora mijenjaju se samo teretni gubici P_k (ovise o kvadratu struje), pa ukupni gubici iznose

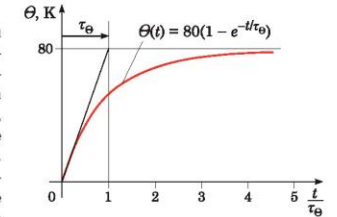
$$P_{gt} = P_{kt} + P_0 = P_{kn} \left(\frac{I_t}{I_n}\right)^2 + P_0$$

gdje je I_t struja stvarnog, a I_n nazivnog opterećenja. Opterećenje pri kojemu bi se transformator zagrijao do nadtemperature 60 K računa se

$$P_{gt} = P_{kn} \left(\frac{I_t}{I_n}\right)^2 + P_0 = P_{kn} \left(\frac{25}{I_n}\right)^2 + P_0.$$

Zadatak 6.7.

U toplinski homogenom tijelu razvija se konstantno 2 kW gubitaka pri čemu bi se to tijelo zagrijalo u jako dugom vremenu na ustaljenu nadtemperaturu 80 K, slika 6.6. Temperatura okoline iznosi 20 °C i nepromjenjiva je. Skicirati u isti dijagram krivulju zagrijavanja za slučaj da se u tom tijelu konstantno razvija 1 kW gubitaka.

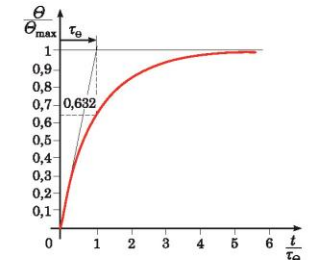


Slika 6.6. Eksponencijalna krivulja zagrijavanja homogenog tijela

Zadatak 6.8.

Nazivno opterećen suhi transformator zagrijava se prema dijagramu zagrijavanja na slici 6.7. Maksimalna nadtemperatura stacionarnog stanja iznosi 80 K, što je 100 % dozvoljene.

Skicirajte u isti dijagram tokove krivulja zagrijavanja ako bi opterećenje transformatora bilo: a) 50 % i b) 90 % nazivnog. U pogledu zagrijavanja transformator promatrajte kao da je homogeno tijelo, utjecaj gubitaka u željezu i promjenu otpora namota s temperaturom može se zanemariti. Pretpostavite da se temperatura okolnog zraka transformatora ne mijenja.



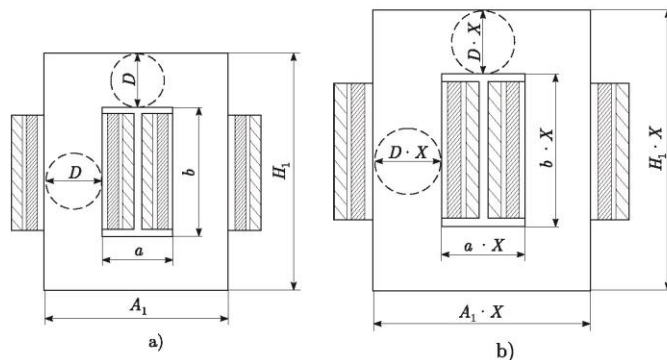
Slika 6.7. Krivulja zagrijavanja transformatora kao homogenog tijela

7. Primjena zakona sličnosti – skaliranja transformatora

Podsjetnik

Pri projektiranju transformatora i električnih rotacijskih strojeva primjenjuju se matematičke metode sličnosti/skaliranja poznate i pod nazivom zakoni sličnosti (engl. *Scaling Laws*).

Ako transformatoru TA (nazovimo ga original), slika 7.1.a), povećamo sve linijske izmjere (duljinu, širinu, visinu) istim faktorom proporcionalnosti, oznaka X , dobije se slični transformator TB, 7.1.b). Pri tome se pretpostavlja da su građeni od jednakih materijala, istom tehnologijom i konstrukcijom i da su im jednaka specifična magnetska i električna opterećenja. Na slici je pojednostavljeni dvodimenzionalni prikaz jezgre širine A_1 i visine H_1 , promjera stupa i jarma D i "prozora" za smještaj namota s potrebnim izolacijskim razmacima (širina a , visina b).



Slika 7.1. Uz pojam sličnosti transformatora: a) poznati transformator b) slično projektirani transformator

Radna komponenta I_{0r2} i ukupna struja praznog hoda skaliranog transformatora I_{02} bit će

$$I_{0r2} = \frac{P_{02}}{U_2} = \frac{8485}{20000} = 0,424 \text{ A,}$$

$$I_{02} = \sqrt{I_{0r2}^2 + I_{02}^2} = \sqrt{4,9^2 + 0,424^2} = 4,918 \text{ A.}$$

Primjer 7.3.

Transformator snage $S = 300 \text{ kVA}$ ima gubitke u željezu $P_0 = 2500 \text{ W}$, korisnost $\eta = 96 \%$ pri faktoru snage tereta $\cos \varphi_2 = 1$ i pad napona na rasipnoj reaktanciji $u_x = 3,57 \%$. Treba izračunati:

- faktor snage kratkog spoja $\cos \varphi_k$
- korisnost i $\cos \varphi_k$ te omjer gubitaka slično građenog transformatora snage $S' = 2500 \text{ kVA}$ uz pretpostavku da se gustoća struje i magnetska indukcija ne mijenjaju ($I' = I, B' = B$), tj. da je problem hlađenja konstrukcijski riješen.

Rješenje

- a) $u_x = 3,57 \%$ prema zadatku, a u_r se izračuna iz gubitaka u namotu

$$u_r = p_{12R} = \frac{P_{12R} \cdot 100}{S_n} = \frac{(P_g - P_0) \cdot 100}{S_n}$$

$$= \frac{S_n (1 - \eta) - P_0}{S_n} \cdot 100$$

$$= \frac{300(1 - 0,96) - 2,5}{300} \cdot 100 = 3,17 \%$$

$$u_k = \sqrt{3,17^2 + 3,57^2} = 4,77 \%$$

$$\cos \varphi_k = \frac{u_r}{u_k} = \frac{3,17}{4,77} = 0,665.$$

Uz pretpostavljene uvjete snaga skaliranog transformatora, oznaka S' , povećava se s četvrtom potencijom promjene dimenzija X

$$S' = S \cdot X^4 \rightarrow X = \sqrt[4]{\frac{S'}{S}} = \sqrt[4]{\frac{2500}{300}} \cong 1,7.$$

$P_g = 1000 \text{ W}$ ako bi mu se dimenzije udvostručile, a prigrađenim uredajima bi se osiguralo da se nadtemperatura održi u dozvoljenim granicama.

Zadatak 7.5.

Dva transformatora iz iste serije TA i TB dizajnirana su primjenom metode sličnosti/skaliranja. Veći TA ima snagu $S = 250 \text{ kVA}$, napon kratkog spoja $u_{k1} = 4,7 \%$, $u_{x1} = 4,2 \%$, omjer gubitaka u namotima i jezgri $P_{12R}/P_{Fe} = 3$ i masu $m = 1500 \text{ kg}$, a manjem TB poznata je samo masa iznosa 750 kg . Izračunajte snagu, korisnost, omjer gubitaka u namotima i željezu te napon kratkog spoja transformatora TB ako su indukcije u jezgri i gustoće struje jednake.

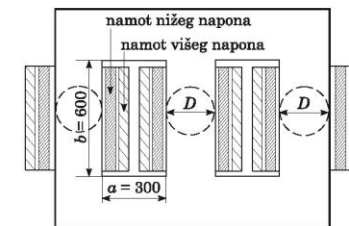
Napomena: zakone sličnosti primjenjujemo samo za povećanje, odnosno rast dimenzija ili drugih procesa.

Zadatak 7.6.

Transformatori TA i TB projektirani su prema zakonima sličnosti. Ako TA ima u jediničnim vrijednostima $r_1 + r_2' = 0,02$ i $x_{01} + x_{02}' = 0,12$ pri zanemarenoj struji magnetiziranja, kolike iznose ima TB ako su mu sve dimenzije dvostruko veće od onih u TA?

Zadatak 7.7.

Trofazni uljni transformator ima tri stupa i dva jarma jednakog promjera D i jednakih bruto površina presjeka, $S_{Fe} = 200 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$, a dimenzije prozora jezgre za smještaj namota su, $a = 300 \text{ mm}$, $b = 600 \text{ mm}$, slika 7.2.



Slika 7.2. Skica smještaja cilindričnih namota na stupovima jezgre trofaznog transformatora

8. Primjeri obrade rezultata ispitivanja transformatora

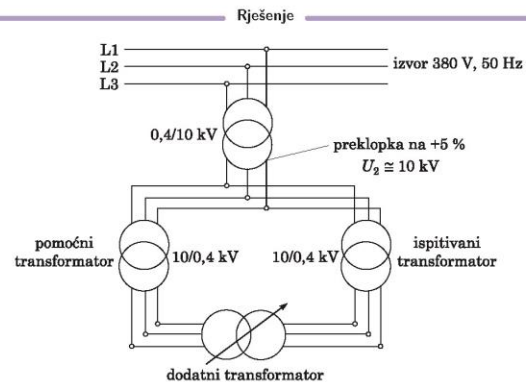
Primjer 8.1.

Potrebno je izvršiti pokus zagrijavanja u povratnom radu (engl. *back-to-back load test*) trofaznog transformatora snage 250 kVA, 10/0,4 kV, 50 Hz, Yz5. Namot za 10 kV ima odcijepa $\pm 5\%$ s preklopkom. Pri kratko spojenim stezaljkama namota 0,4 kV i priključenom naponu 380 V, 50 Hz na stezaljke od 10 kV izmjerena je struja 17,7 A i snaga kratkoga spoja 3270 W. Pokus zagrijavanja u povratnom radu treba provesti s isto takvim transformatorima, a za ispitivanje u laboratoriju na raspolaganju je izvor napona 380 V, 50 Hz. Treba:

- skicirati shemu spoja za napajanje i terećenje dvaju jednakih transformatora u povratnom radu, pazeci da zasićenje u željezu odgovara što bliže nazivnom
- odrediti podatke dodatnog zakretnog transformatora kojim se može postići nazivna struja ispitivanog transformatora
- izračunati radni otpor koji treba dodati u svaku fazu da bi se dobila nazivna struja ako se koriste preklopke s odcijepima ($\pm 5\%$) na oba transformatora u povratnom radu
- isto kao c) ako se umjesto radnog otpora koristi induktivni otpor (prigušnica).

Prodiskutirati 2 moguća rješenja, tj. priključak s niskonaponske strane, 0,4 kV, ili s visokonaponske strane, 10 kV, preko trećeg jednakog transformatora.

161



Slika 8.1. Spojna shema za zagrijavanje u povratnom radu s 3 transformatora

- Spojna shema skicirana je na slici 8.1. Potrebna su tri jednaka transformatora i preklopke za podešavanje napona odcijepima da zasićenje željezne jezgre bude što bliže nazivnom.

Nazivni podatci transformatora koji treba ispitati u povratnom radu su

$$I_{n2} = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_{n2}} = \frac{250 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 400} = 361 \text{ A}$$

$$I_{n1} = I_{n2} \cdot \frac{U_{n2}}{U_{n1}} = 361 \cdot \frac{400}{10000} = 14,43 \text{ A}$$

$$U_{k1} = U_{k1nj} \cdot \frac{I_{n1}}{I_{k1nj}} = 380 \cdot \frac{14,43}{17,7} = 310 \text{ V}$$

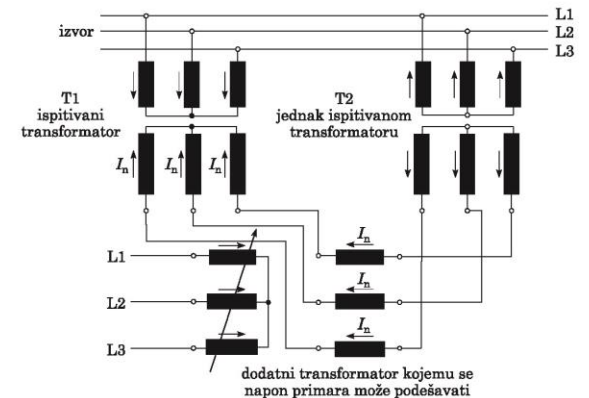
$$U_{k2} = U_{k1} \cdot \frac{400}{10000} = 310 \cdot \frac{400}{10000} = 12,4 \text{ V}$$

$$u_k = \frac{310}{10000} \cdot 100 = 3,1 \%$$

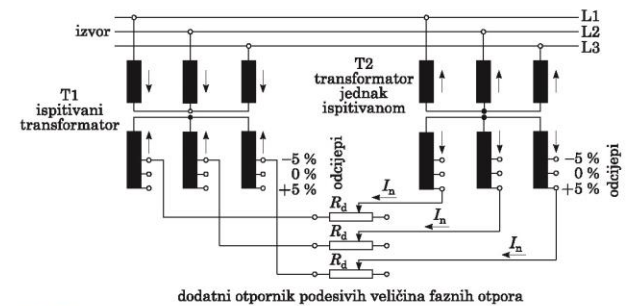
b) Dodatni transformator

Na sekundarnoj strani dodatni transformator u otvorenom spoju s mogućnosti podešavanja napona na koji se priključuje (detaljniji spoj na slici 8.4) treba dimenzionirati za

162



Slika 8.4. Spojna shema za ispitivanje transformatora u povratnom radu primjenom dodatnog transformatora



Slika 8.5. Spojna shema ispitivanja transformatora u povratnom radu korištenjem odcijepa i dodatnih faznih otpora

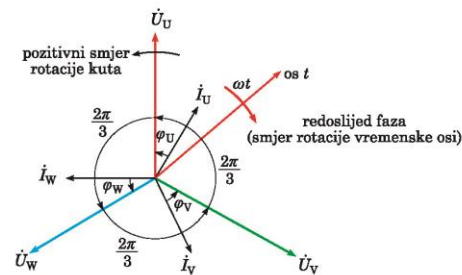
166

9. Nesimetrični režimi rada trofaznog transformatora

9.1. Simetrična i nesimetrična stanja višefaznih sustava

Podsjetnik

Kod simetričnih pogonskih stanja višefaznih sustava dovoljno je razmatrati samo jednu fazu jer se u ostalim fazama događaju isti procesi. Stoga se sve nadomjesne električne sheme (modeli) rade za jednu fazu. Tipičan trofazni simetrični sustav napona i struja prikazan je na slici 9.1. Na istoj je slici označen dogovoreni pozitivni smjer zakretanja kuta kao i redosljed faza trofaznog sustava (smjer vrtnje vremenske osi).



Slika 9.1. Simetrični trofazni sustav struja i napona i redosljed faza

9.2. Primjena metode simetričnih komponenta

Nesimetrična pogonska stanja trofaznih transformatora analiziraju se primjenom matematičke metode simetričnih komponenta, koju je u inženjersku praksu uveo dr. Charles L. Fortescue davne 1918. god. [10].

Prema toj metodi nesimetrični sustav (engl. *unbalanced system*) 3 vektora, ili 3 simbolička vektora-fazora, može se rastaviti na dva simetrična trofazna podsustava, jedan direktni (dogovoreni pozitivni smjer rotacije), jedan inverzni (dogovoreni negativni smjer rotacije) i jedan istofazni – nulti sustav.

Pri rješavanju zadataka metodom simetričnih komponenta koristi se operator zakreta j

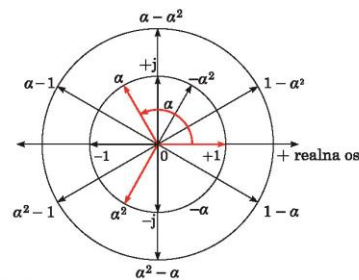
$$e^{±j\frac{2\pi}{3}} = ±j$$

$$±j = ±\sqrt{-1}$$

kojim se jedinični vektor 1 zakreće u ravni kompleksnih brojeva za $±90°$ ($±\pi/2$) i operator zakreta α

$$\alpha = 1 \cdot e^{+j120^\circ} = 1 \cdot e^{+j\frac{2\pi}{3}} = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + j \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

kojim se jedinični vektor 1 zakreće u pozitivnom smjeru rotacije za $120°$ ($+2\pi/3$) kako je to grafički prikazano na slici 9.3.



Slika 9.3. Svojstva operatora rotacije α i j u kompleksnoj ravni

Struje u dovodima (linijske struje) primara do stezaljki su

$$I_{L1} = I_U - I_V = -\frac{1}{\sqrt{3}} I_t$$

$$I_{L2} = I_V - I_W = 0$$

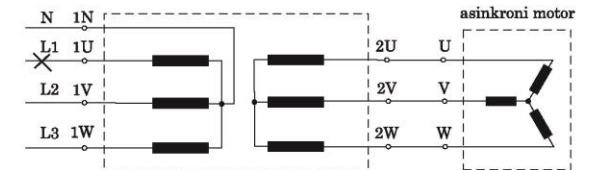
$$I_{L3} = I_W - I_U = \frac{1}{\sqrt{3}} I_t$$

Grafičkim prikazom simetričnih komponenta na slici 9.10 skraćuje se analitičko računanje i dobiva jedan oblik fizikalne predodžbe. Primjenom spoja trokut -zvijezda nesimetrično opterećenje na sekundaru prenosi se samo na jednu fazu primara transformatora pa stoga može biti do iznosa nazivnog faznog opterećenja. Dovodi do transformatora (ili izvora) su dvofazno simetrično opterećeni. Takav se spoj primjenjuje za očekivana nesimetrična opterećenja na sekundaru.

Zadaci

Zadatak 9.1.

Trofazni suhi jezgrasti transformator 1000 kVA, 20/6 kV, 50 Hz priključen je primarno na krutu mrežu, a na sekundaru mu je priključen trofazni asinkroni motor snage 800 kW, koji iz transformatora uzima snagu 900 kVA pri nazivnom opterećenju na osovini, slika 9.11. Što će se dogoditi ako u pogonskim uvjetima (vrtnji motora) dođe do prekida napajanja u dovodu L1? Zanemarite utjecaj struje magnetiziranja.



Slika 9.11. Prekid napajanja u jednoj fazi primara trofaznog transformatora opterećenog na sekundaru asinkronim motorom

10. Autotransformator

10.1. Podsjetnik, definicija i osnovna načela rada autotransformatora

Autotransformator ili transformator u štednom spoju ima samo jedan namot od kojega je dio zavoja zajednički za primar (izvor) i sekundar (teret). Na slici 10.1 simbolički su crteži triju spojnih shema, a odnose se na:

- tzv. varijak, laboratorijski autotransformator za kontinuirano podešavanje sekundarnog napona od $U_2 = 0 \text{ V}$ do $U_2 = U_1$
- tzv. silazni autotransformator, $U_2 < U_1$
- tzv. uzlazni autotransformator, $U_2 > U_1$.

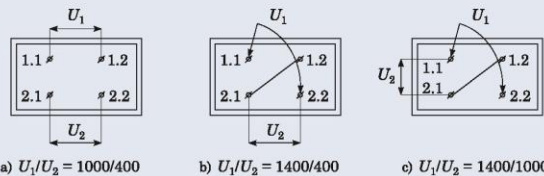


Slika 10.1. Načelne spojne sheme autotransformatora za: a) kontinuirano podešavanje napona kliznim kontaktom, b) sniženje i c) povećanje napona

Primjer 10.3.

Nazivni podatci dvonamotnog laboratorijskog transformatora su: $S_n = 20 \text{ kVA}$, omjer transformacije $U_1/U_2 = 1000/400$, 50 Hz , $u_r = 2 \%$, $u_k = 5 \%$, korisnost pri $\cos \varphi = 1$ iznosi $\eta = 96 \%$.

Koje omjere transformacije i koje nazivne podatke se može dobiti ako ga se prespaja u autotransformator kao što je na prikazano shemama na slici 10.8? Početni i krajevi namota izvedeni su na stezaljke smještene na poklopcu.



Slika 10.8. Sheme prespajanja dvonamotnog transformatora u autotransformator

Struju praznog hoda dvonamotnog transformatora može se zanemariti, kao i pretpostaviti da su gubici u namotima podjednako raspoređeni i da im se veličine ne mijenjaju nakon prespajanja u autotransformator.

Rješenje

Snaga dvonamotnog transformatora naziva se tipiska, oznaka S_t , a autotransformatora prolazna, oznaka S_a . U ovom je primjeru $S_t = 20 \text{ kVA}$ i prema njoj su dimenzionirani namoti i jezgra.

a) Prespoje li se namoti u autotransformator kao na slici 10.8b), prijenosni omjer je

$$U_1/U_2 = (1000 + 400)/400 = 1400/400,$$

a nazivna snaga autotransformatora (prolazna snaga)

$$S_a = S_t \frac{U_1}{U_1 - U_2} = 20 \cdot \frac{1400}{1400 - 400} = 28 \text{ kVA}.$$

Ukupni su gubici, uz pretpostavku da ostaju isti zbog dozvoljenog zagrijavanja, kao u dvonamotnom transformatoru i $\cos \varphi = 1$

$$P_g = S_t(1 - \eta) = 20000 \cdot 0,04 = 800 \text{ W}.$$

Zadaci

Zadatak 10.1.

Autotransformator za snižavanje napona ima prijenosni omjer $400/231 \text{ V}$ i prolaznu snagu 30 kVA . U pokusu kratkog spoja pri narinutom naponu $U_k = 11,4 \text{ V}$ izmjereni su gubici kratkog spoja $P_k = 150 \text{ W}$. Izračunajte približnom formulom $\Delta u = u_r \cdot \cos \varphi_2 + u_k \cdot \sin \varphi_2$ pad napona u transformatoru pri nazivnom opterećenju i faktoru snage tereta $\cos \varphi_2 = 0,8$.

Zadatak 10.2.

Skicirajte trofazni štedni transformator u spoju zvijezda i izračunajte omjer prolazne i tipске snage ako je sekundarni napon jednak 50% primarnog.

Zadatak 10.3.

Ako autotransformatoru za sniženje napona s 230 V na 24 V dođe do prekida vodiča u zajedničkom dijelu namota, koliki bi se napon pojavio na stezaljkama priključenih trošila? Obrazložite prikladnom skicom. Treba li zajednički dio namota i izvod 24 V naponski dimenzionirati (izolirati) kao i za 230 V ?

Zadatak 10.4.

Tipiska snaga nekog dvonamotnog transformatora iznosi 100 kVA , a napon kratkog spoja $u_k = 5 \%$. Prespajanjem u autotransformator može se dobiti prolazna snaga 200 kVA . Koliki će biti napon kratkog spoja autotransformatora uz pretpostavku da se ukupni gubici u namotima ne mijenjaju zbog prespajanja?

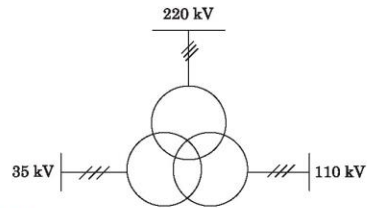
Zadatak 10.5.

Neki autotransformator ima podatke 315 MVA , $420/230 \text{ kV}$. Kolika bi mu teoretski bila nazivna snaga ako bi ga se prespojilo u klasični dvonamotni transformator?

11. Tronamotni transformatori

Podsjetnik o tronamotnim transformatorima

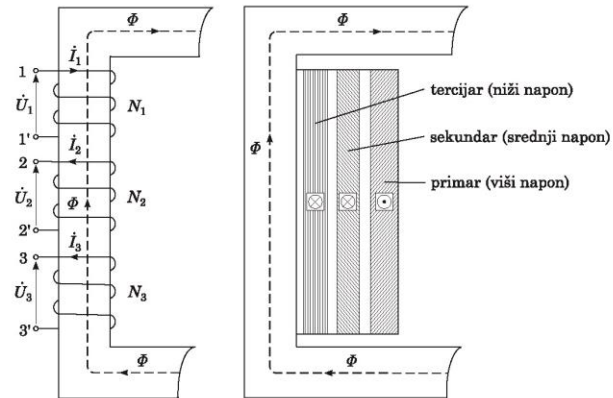
Uobičajeni simbolički prikaz nekog tronamotnog trofaznog transformatora u tehničkoj literaturi dan je na slici 11.1, a spojna shema i oznake stezaljki na slici 11.2. Svaki od triju namota, jedan primarni i dva sekundarna (koristi se i termin tercijar za drugi sekundarni namot), ima definiranu prividnu snagu i napon, a nazivnom snagom se po definiciji smatra ona koja je najveća. Snage triju namota mogu biti i jednake veličine, ovisno o namjeni.



Slika 11.1. Simbolički prikaz trofaznog tronamotnog transformatora

Jedan primjer osnovnih podataka tronamotnog trofaznog transformatora je: 220/110/35 kV, 50 Hz, 80/60/20 MVA. Iz navedenih se podataka zaključuje da se između namota 220 i 110 kV može transformirati snaga 60 MVA, između 220 i 35 kV snaga 20 MVA, a između 110 i 35 kV snaga 20 MVA. Nazivna snaga transformatora je 80 MVA.

Tronamotni trofazni transformatori u pravilu se grade za velike snage i primjene u elektranama, transformatorskim stanicama, postrojenjima i prijenosnim mrežama gdje treba imati 3 napona npr. 10, 35 i 110 kV. Ako npr. u istoj elektrani treba



Slika 11.3. a) Shematski prikaz triju namota tronamotnog transformatora na stupu jezgre i b) njihov fizički smještaj u prozoru jezgre

Kako se vidi na slici 11.3 a), „glavni“ nadomjesni magnetski tok Φ kao posljedica narinutog napona U_1 istovremeno ulančuju sva tri namota, primarni 1-1', sekundarni 2-2' i tercijarni 3-3' i inducira u svakom od njih jednaki napon jednog zavoja E_z

$$E_z \cong \frac{E_{10}}{N_1} = \frac{E_{20}}{N_2} = \frac{E_{30}}{N_3}$$

gdje su E_{10} , E_{20} i E_{30} inducirani naponi triju namota, a N_1 , N_2 i N_3 brojevi zavoja tih triju namota. Kad se zanemari struja praznog hoda, može se uzeti da je $U_{10} = E_{10}$, stoga se prijenosni omjeri napona u praznom hodu mogu prikazati relacijama

$$k_{12} = \frac{U_{10}}{U_{20}} = \frac{N_1}{N_2}$$

$$k_{13} = \frac{U_{10}}{U_{30}} = \frac{N_1}{N_3}$$

$$k_{23} = \frac{U_{20}}{U_{30}} = \frac{N_2}{N_3} = \frac{N_2/N_1}{N_3/N_1} = \frac{k_{13}}{k_{12}}$$

Prijenosni omjeri dobiju se mjerenjem u praznom hodu, $I_1 = I_0$, $I_2 = I_3 = 0$.

Zadaci

Zadatak 11.1.

Izračunajte padove napona u tronamotnom trofaznom transformatoru 20/20/20 MVA kad je opterećen tako da sekundar 1 uzima 14 MVA pri faktoru snage $\cos \varphi_2 = 0,8$ ($\alpha_2 = 0,7$, $\cos \varphi_2 = 0,8$), a sekundar 2 (tercijar) uzima 6 MVA ($\alpha_3 = 0,3$, $\cos \varphi_3 = 0,9$). Padovi napona na radnim otporima i rasipnim reaktancijama triju namota pojedinačno u % iznose

| | | |
|--|--------------------|-------------------|
| Primarni namot | $u_{r1} = 0,16 \%$ | $u_{x1} = 7,2 \%$ |
| Sekundarni namot oznaka 2 | $u_{r2} = 0,16 \%$ | $u_{x2} = 0,3 \%$ |
| Sekundarni namot oznaka 3 (tercijarni) | $u_{r3} = 0,20 \%$ | $u_{x3} = 13 \%$ |

Zadatak 11.2.

Trofazni tronamotni mrežni transformator ima podatke natpisne pločice: 40/40/13 MVA, 110/35/10,5 kV, 50 Hz, naponi kratkog spoja

| | |
|----------------------|------------------|
| $u_{k1-2} = 11,5 \%$ | za snagu 40 MVA |
| $u_{k1-3} = 14 \%$ | za snagu 13 MVA |
| $u_{k2-3} = 5 \%$ | za snagu 13 MVA. |

Izračunajte reaktancije direktnog sustava u apsolutnim i jediničnim vrijednostima za nazivni primarni napon 110 kV, 50 Hz.

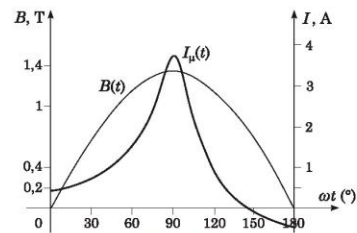
Zadatak 11.3.

Izračunajte inverzne reaktancije transformatora u zadatku 11.2.

R Rješenja i postupci za pojedine zadatke

Poglavlje 1

- 1.1. a) Mnogostruko manji (oko 2000 puta), b) približno 4 puta manja nego u a), c) uz pretpostavku da $\mu_{Fe} \rightarrow \infty$ struja teoretski teži iznosu nula.
- 1.2. a) Jednake maksimalne vrijednosti, lijevi stup dvostruka, desni stup smanjena, b) $U_2 = U_2$, nepromijenjena, c) struja magnetiziranja povećala bi se na iznos $(5/3)I_0$, d) gubici u željezu porasli bi zbog povećane indukcije u lijevom stupu, $P'_{Fe} \cong (5/3)P_{Fe}$.
- 1.3. a) $U_{1-2} = U_{3-4} = 0,5 \cdot U$, b) $U_{1-2} = U$, c) Približno 0 V (ako je radni otpor zavoja zanemaren) d) Ne bi se promijenio.
- 1.4. Rješenje na slici R.1.4.



Slika R.1.4.

- 1.5. To je teoretski kao kratki spoj za mrežu, zaštita bi isključila dovod napona.
- 1.6. $I_0 = 4$ A.

R. Rješenja i postupci za pojedine zadatke

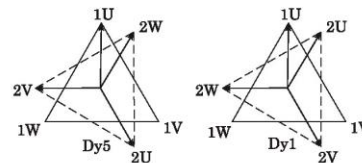
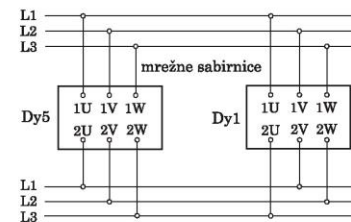
4.15. $S' = 538,35$ kVA, $\eta = 98,2$ %.

4.16. $m = \frac{P_{Cu}(75 \cdot C) \cdot \gamma_{Cu} \cdot K_{Cu}}{1,22 \cdot I^2 \cdot 10^3} = \frac{4280 \cdot 8,9 \cdot 57}{1,22 \cdot 3^2 \cdot 10^3} = 200$ kg

- 4.17. a) U položaju $(-2,5$ %) veća je indukcija u jezgri.
b) Ovisi, definira se jedan osnovni položaj. c) Preklopka na $(-5$ %).

Poglavlje 5

- 5.1. Napon između istoimenih stezaljki sekundara $\Delta U = 119,54$ V, struja izjednačenja $I_1 = 8967,74$ A, pogon nije moguć zbog različite spojne grupe.
- 5.2. a) 278,4 kVA, b) 92,8 %, c) $S_{11} = 67,35$ kVA, $S_{21} = 97,96$ kVA, $S_{31} = 134,69$ kVA.
- 5.3. Potekla bi struja izjednačenja $I_1 = 156,91$ A (vidi sliku 5.2 i riješeni primjer).
- 5.4. a) Paralelno smiju raditi transformatori T1 i T2, jednaki prijenosni omjer.
b) Snaga T2 se zbog smanjenog napona smanjuje na 833,3 kVA, $u_k = 5,25$ %, ukupno opterećenje u paralelnom radu ne smije biti veće od 1384,58 kVA.



Slika R.5.4. Spajanje transformatora spoja Dy5 i Dy1 za paralelni pogon

c) Transformatore treba priključiti na mrežne sabirnice L1, L2, L3 i sekundarno kao na slici R.5.4.

TRANSFORMATORI – zbirka primjera i zadataka s rješenjima

10.4. $\Delta U = 2,5$ %.

10.5. $S = \frac{420 - 230}{420} \cdot 315 = 142,5$ MVA.

Poglavlje 11

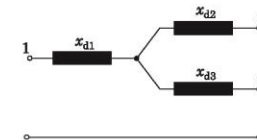
- 11.1. $\Delta u_1 = 0,9961(0,16 \cdot 0,833 + 7,2 \cdot 0,5529) = 4,098$ %
 $\Delta u_2 = 0,7(0,16 \cdot 0,8 + 0,3 \cdot 0,6) = 0,2156$ %
 $\Delta u_3 = 0,3(0,2 \cdot 0,9 + 13 \cdot 0,435) = 1,754$ %
 $\Delta u_{1-2} = 4,098 + 0,2156 = 4,3136$ %
 $\Delta u_{1-3} = 4,098 + 1,754 = 5,852$ %

11.2. Reaktancije u Ω su

- kratkog spoja:
 $X_{d12} = 34,76 \Omega$, $X_{d13} = 130,31 \Omega$, $X_{d23} = 46,53 \Omega$.
- namota (u granama nadomjesne zvijezde):
 $X_{d1} = 59,28 \Omega$, $X_{d2} = -24,49 \Omega$, $X_{d3} = 71,78 \Omega$.

Reaktancije u jediničnim (per unit) vrijednostima su

- kratkog spoja:
 $x_{d12} = 0,11$, $x_{d13} = 0,430$, $x_{d23} = 0,154$.
- namota pojedinačno (u granama nadomjesne zvijezde), slika R.11.3:
 $x_{d1} = 0,196$, $x_{d2} = -0,081$, $x_{d3} = 0,235$.



Slika R.11.3. Nadomjesna shema reaktancija direktnog sustava tranomotnog transformatora

- 11.3. Jednake su izračunanim. Direktna i inverzna reaktancija dobivene na osnovi mjerenja u kratkom spoju ne ovise o spoju ni uzemljenju nul-točke.

Literatura

- [1] Žarko, D.; Čučić, B: *Transformatori u teoriji i praksi*, Graphis, Zagreb, 2021.
- [2] Dolenc, A.: *Transformatori I i II*, Sveučilišna naklada Liber, Zagreb, 1968.
- [3] Pinter, V.: *Osnovi elektrotehnike*, Tehnička knjiga, Zagreb, 1970.
- [4] Chapman, S. J.: *Electric Machinery Fundamentals*, International Student Edition, McGraw Hill Series in Electrical Engineering, New York 1991
- [5] Laithwaite, E. R.; Freris, L. L.: *Electric Energy: its generation, transmission and use*, McGRAW-HILL Book Company, London 1980
- [6] Wolf, R.: *Ispitivanje električnih strojeva, I. dio: Transformatori*, Sveučilište u Zagrebu, Zagreb, 1960.
- [7] Ban, D.; Štivec, V.; Gašparac, I.: *Osnove elektromehaničke pretvorbe energije i električnih strojeva*, zbirka zadataka i ispitnih pitanja, Element, Zagreb, 1996.
- [8] IEC chapters 1 to 21 of the 60076 Power Transformers Standards
www.iec.ch
- [9] Schönholzer, E.: *Mathematiques et technique des courants alternatifs*, Dunod, Paris 1953
- [10] Fortescue, C. L.: Method of symmetrical coordinates, applied to the solution of polyphase networks, *Journal of the American Institute of Electrical Engineers*, 1918, pp. 629
- [11] Chatelain, J.: *Machines electriques*, Volume X, Presses polytechniques romandes, CH 1015 Lausanne, Suisse, 1983
- [12] Karasai, K.; Kerenyi, D; Kiss, L.: *Large Power Transformers*, Elsevier Amsterdam 1987
- [13] Kelemen, T: *Transformatori*, skripta, Sveučilište u Zagrebu, Elektrotehnički fakultet Zagreb, Zagreb, 1990.
- [14] Tehnički priručnik, peto izdanje, Končar Elektroindustrija d.d., Zagreb, 1991.
- [15] Maljković, Z.: *Elektromehaničke i električne pretvorbe energije, predavanja*, FER Zagreb, akademska godina 2014./2015.
- [16] Piotrovskij, L. M.: *Električni strojevi*, prijevod s ruskog, Tehnička knjiga Zagreb, 1967.

Zahvala sponzorima

Izdavanje ove knjige podržali su tvrtka KONČAR – Distributivni i specijalni transformatori d.d. i Hrvatski ogranak Međunarodnog vijeća za velike elektroenergetske sustave, HRO CIGRE.

KONČAR
D&ST



cigre
Hrvatska Croatia



ELEMENT

www.element.hr