

Ivica Vuković, Andja Valent, Branko Hanžek, Željko Hanjš

Visokoškolski udžbenici matematike Marija Kiseljaka

Sažetak: U radu je prikazan prvi visokoškolski udžbenik matematike na hrvatskom jeziku koji je napisao Marije Kiseljak. Usto su prikazani matematički priručnici kojima je autor ili sam Kiseljak ili su pisani prema njegovim predavanjima te Kiseljakov prijevod njemačkog udžbenika. Rad donosi i podatke iz Kiseljakova životopisa koji dosad nisu objavljivani.

Ključne riječi: Marije Kiseljak, Tehnička visoka škola u Zagrebu, visokoškolski udžbenici matematike

Uvod

Od objave prvog matematičkog udžbenika na hrvatskom jeziku, računice Mihalja Šiloboda Bolšića *Arithmetika Horvatszka* godine 1758., do *Udžbenika više matematike* Marija Kiseljaka prošle su 162 godine. Razlog je što redovita visokoškolska nastava prirodoslovja i matematike na obnovljenom Sveučilištu u Zagrebu počinje tek 1876. godine. Ipak, sve to zorno pokazuje gospodarsku zaostalost i nepovoljne društvene i političke prilike u Hrvatskoj tog doba.

Čak i od početka sveučilišne nastave matematike morala su proći četiri desetljeća do prvog pravog visokoškolskog matematičkog udžbenika. Hrvati, kao autori, pisali su i prije matematičke udžbenike namijenjene visokom školstvu. Posebno je bilo cijenjeno trosvezačno djelo Senjanina Ivana Paskvića *Unterrichtinder Mathematischen Analysis und Maschinen-Lehre*, izdano u Leipzigu i pisano gothicom na njemačkom jeziku. Na hrvatskom jeziku javljaju se na prijelazu iz XIX. u XX. stoljeće dva matematička priručnika pisana prema

predavanjima Vladimira Varićaka na Mudroslovnom fakultetu u Zagrebu. Prvi su priručnik objavljena litografirana skripta *Algebarska analiza I.* s podnaslovom *Predavanja priv. docenta Dr. V. Varićaka u zimskom semestru g. 1898 – 99.* Pisana su rukopisom S. Dragića, poslije poznatog hrvatskog stenografa. Primjeri te knjige čuvaju se u Nacionalnoj i sveučilišnoj knjižnici u Zagrebu, Središnjoj matematičkoj knjižnici te Knjižnici Fakulteta elektrotehnike i računarstava u Zagrebu. Akademske godine 1909./1910. Varićakova predavanja iz kolegija Diferencijalne jednadžbe vlastoručno je zabilježio u obliku skripata Božo Širola, budući znameniti hrvatski muzikolog i skladatelj. Primjerak se čuva u Središnjoj matematičkoj knjižnici u Zagrebu.

Svakako je prvi pravi, autorski visokoškolski udžbenik napisao Marije Kisieljak godine 1920. godine i o njemu će biti riječi u radu.

1. Životopis Marija Kiseljaka

Marije Kisieljak rođen je u obitelji koja je dala više istaknutih ličnosti. Marijev djed Ivan Evanđelist Kisieljak (1820. – 1896.), prirodoslovac i književnik, bio je profesor na Kraljevskoj akademiji znanosti te na gimnaziji u Zagrebu. Marijev otac Ivan (Giovanni) Kisieljak (1853. – 1915.), poznati je liječnik, zdravstveni zemaljski savjetnik te potpredsjednik Zemaljskog zdravstvenog vijeća. Vladimir Kisieljak (1849. – 1893.), brat liječnika Ivana, istaknuti je hrvatski šumarnik i profesor na Gospodarsko-šumarskom učilištu u Križevcima, a njihova sestra Marija (Mara) (1855. – 1939.), udana Schneider, bila je pjevačica i glazbena pedagoginja.

U rukom pisanim *Opisu života*, priloženom dokumentima koje je uputio Kr. povjerenstvu za ispitivanje kandidata srednjoškolskog obrazovanja, Marije Kisieljak, pišući o sebi u trećem licu, navodi da je “rođen na Rijeci dne 21. listopada 1883.” Polazio je:

“propisano vrijeme pučku školu u Sušaku, a iza toga kroz osam godina kr. veliku gimnaziju u istom mjestu. Stekavši dne 15. lipnja 1901. svjedočest zrelosti upisao se u c. kr. tehničku visoku školu u Beču i to u stručni odio za gradnju mašina. Nakon jednog semestra prešao je na bečko sveučilište te je kao redoviti slušatelj mudroslovnoga fakulteta slušao predavanja iz filozofije, matematike, fizike i srodnih predmeta za dalnjih sedam semestara i to drugi, treći, četvrti, sedmi i osmi semestar u Beču, a peti i šesti semestar svoga akademskoga naukovanja na kr. bavarskom sveučilištu u Münchenu.”

Za sebe piše:

“da se od svih svojih struka najviše bavio matematikom, a od svih matematičkih disciplina najviše algebrrom i aritmetikom, ponajpoče brojevnom teorijom; u tu zasijeca njegova priložena doktorska disertacija.”

Marije Kiseljak je 20. prosinca 1905. promoviran na bečkom sveučilištu na čast doktora filozofije. Svoju doktorsku disertaciju naslovljenu *Grundlagen einer Zahlentheorie eines speziellen Systems von komplexen Größen mit drei Einheiten*, Kiseljak je preveo na hrvatski kao *Počela brojevne teorije u osobitom sistemu kompleksnih olina s trima jedinicama*.

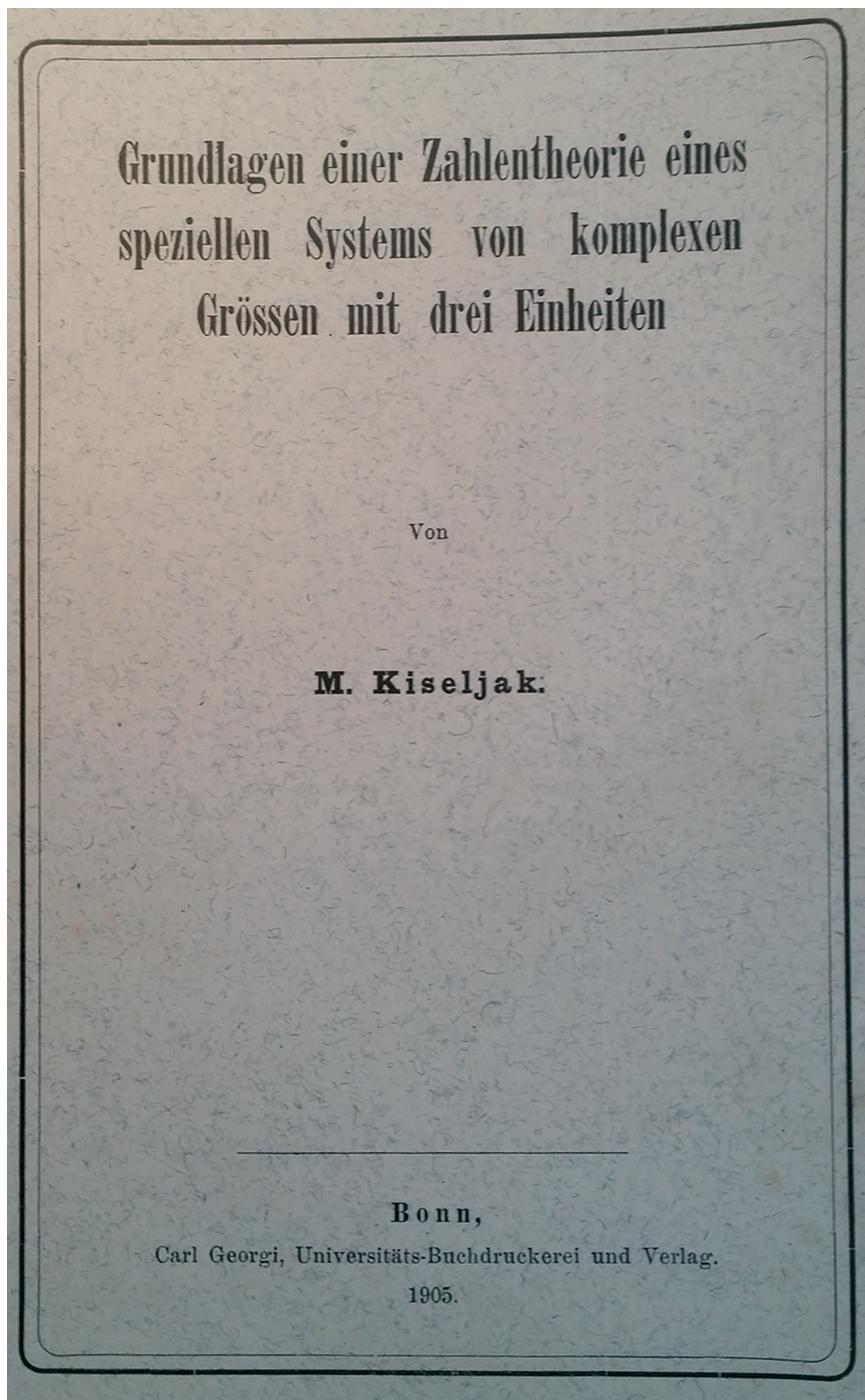
Naime, povjerenstvo za ispitivanje kandidata srednjoškolskog učiteljstva nije Kiseljaku zadalo posebnu domaću radnju iz matematike, nego je primilo doktorsku disertaciju, s tim da se ona prevede na hrvatski jezik. Zanimljivo je da je stari hrvatski termin *olina* u naslovu precrtan i olovkom je dopisana *veličina*. No, u samom tekstu redovito se javlja *olina* i taj prijevod vjerojatno je zadnji matematički rad u kojem se sustavno koristi taj termin. Zanimljivo je da je V. Varićak rad ocijenio *dobrim*.

Domaću radnju iz pedagogije *Vrijednost rješavanja jednadžbi po uzgoju logičkoga zaključivanja* ocijenio je Đ. Arnold odličnom, a iz “geometričkoga crtanja”, u kojoj je trebalo “konstruktivno obraditi perspektivične kartografske mreže”, ocijenio je D. Sezen dobrom. Konačno, nakon provedenih pisanih ispita (tzv. klauzurnih radnja), dvaju iz matematike te po jednog iz geometrijskog crtanja i fizike te usmenih ispita iz matematike, geometrijskog crtanja, fizike i hrvatskog jezika, povjerenstvo u sastavu T. Maretić, predsjednik i članovi V. Varićak i V. Dvořák, utvrdilo je da:

“priznaje kandidatu srednjoškolskog učiteljstva Dr. Mariju Kiseljaku sposobnost, da može učiti matematiku u čitavoj realci ili realnoj gimnaziji, a geometričko crtanje i fiziku u nižoj.”

Odgovarajuća, vrlo detaljno sročena svjedodžba, izdana je 3. svibnja 1906. godine. Teme domaćih radnji dobio je 16. veljače s rokom pisanja od šest mjeseci, a on je u puno kraćem roku ne samo napisao radnje nego i položio sve propisane ispite.

U spomenutom *Opisu života* Kiseljak navodi još neke važne i zanimljive podatke o svojem obrazovanju. Kompetenciju za poučavanje fizike potkrepljuje svjedodžbom izdanom od profesora Röntgena da je dva semestra radio u njegovu fizikalnom laboratoriju u Münchenu. Isto tako, moli povjerenstvo da ga oslobođi polaganja njemačkog jezika jer ga “znade perfektno”. Za francuski i talijanski navodi da zna “dobro, a govori i piše (uz pomoć rječnika) engleski”. Ne



Sl. 1.: Naslovnica Kiseljakoве doktorske disertacije

propušta navesti ni to da se s "Kantom upoznao u izvorniku", pripremajući se za pitanja iz "metafizičke kosmologije". Mladi Kiseljak, koji tad nema ni pune 23 godine, očito je temeljito pripremljen za uspješnu akademsku karijeru.

Kod mladog Kiseljaka uočava se jedna osobitost. Kao mlad čovjek učlanio se u strane matematičke udruge. U popisu članova AMS-a (American Mathematical Society) za godinu 1908. nalazi se i Marije Kiseljak, član od listopada 1906. Niti jedan drugi matematičar iz Austro-Ugarske nije u to vrijeme bio član tog društva. Kiseljak je bio član i društva Deutsche Mathematiker Vereinigung te Circolo Matematico di Palermo.

1906, Oct.	KISELJAK, MARIO, M.A., Ph.D. (Vienna); Member of the Deutsche Mathematiker-Vereinigung; Member of the Circolo Matematico di Palermo; Professor of Mathematics and Physics, State College, Sušak, Croatia. Sušak near Fiume, Hungary.
------------	---

Sl. 2.: Marije Kiseljak u popisu članova društva American Mathematical Society

Kiseljak, M., Dr., Gymnasiallehrer, Fiume (Ungarn), Corso 2.

Marius K., geb. 21. 9. 1882 Fiume, 1901/05 stud. Wien u. München, 1905 prom. Wien, seit 1906 Gymnasiallehrer am Obergymn. Susak. Mitgl. des Circ. mat. di Palermo, der Am. Math. Soc.

Sl. 3.: Marije Kiseljak u popisu članova društva Deutsche Mathematiker Vereinigung

Po završetku bečkog studija Kiseljak radi kao gimnazijski profesor na Sušaku, a od 1910. u Zagrebu. Nakon što je godinu proveo na usavršavanju u Göttingenu, habilitirao se 1914. za privatnog docenta algebre i teorije brojeva na Mudroslovnom fakultetu u Zagrebu. Prema [1], u svojstvu privatnog docenta i sveučilišnog učitelja držao je na Mudroslovnom fakultetu od akad. god. 1914./1915. do 1918./1919. sljedeća predavanja: Teorija brojeva, Dijeljenje kružnice, Teorija algebarskog brojnog tijela, Aritmetička teorija forma, Algebarska analiza, Determinante, Algebarske jednadžbe, Beskonačni redovi, Aditivna teorija brojeva, Verižni razlomci, Rješavanje numeričkih jednadžbi, Transcendentni brojevi, Osnovi aritmetike, Račun vjerojatnosti.

Godine 1916. postaje honorarni docent na Šumarskoj akademiji, gdje će u svibnju 1919. biti imenovan profesorom matematike i deskriptivne geometrije.

Jedno je vrijeme kao profesor I. realne gimnazije u Zagrebu bio "pridieljen na službovanje kr. zem. vlasti, odjelu za bogoštovlje i nastavu". Od 1915. do 1916. uređivao je *Nastavni vjesnik*, zajedno s K. Pavletićem i S. Srkuljem.

U Imeniku dostojanstvenika, činovnika i javnih službenika Kraljevine Hrvatske i Slavonije iz 1917. navodi se da je:

“Marije Kiseljak, dr., profesor donjogradske gimnazije i suplenat na sveučilištu Franje Josipa I. član Povjerenstva za izpite za učiteljsku službu viših pučkih škola.”

Marije Kiseljak djelovao je i u Hrvatskom prirodoslovnom društvu u Zagrebu, kojem je jedno vrijeme bio i blagajnik.

Redovitim profesorom matematike na Tehničkoj visokoj školi u Zagrebu imenovan je 1919. Profesorom geometrije na Mudroslovnem fakultetu u Zagrebu postaje 1925. godine. Kako je to imenovanje provedeno bez suglasnosti fakultetskog vijeća i sveučilišnog senata, Kiseljak je 1926. umirovljen u 43. godini života. Odluku da prihvati to imenovanje Vranić [1] naziva “fatalnom pogreškom”, pri čemu spominje da su “bili po srijedi i politički momenti”, ne ulazeći u objašnjenje o čemu je točno bila riječ. Kiseljakova želja za povratkom na sveučilišnu katedru nije mu se za života ispunila. Vranić [1] spominje još jedan “teški udarac sudsbine”. Naime, Kiseljak je u to vrijeme izgubio i svu svoju imovinu, i to vlastitom krivnjom [1].

Prema odluci¹ Ministarstva prosvjete od 15. ožujka 1946., koje se poziva na rješenje Ministarstva prosvjete u Beogradu, umirovljen je ukazom od 14. siječnja 1926. i ustanovljeno je da je u državnoj službi proveo 19 godina 4 mjeseca i 13 dana. Po umirovljenju, Kiseljak je honorarno predavao na Tehničkom fakultetu te se uspješno posvetio geodetskoj struci.

Kiseljak poslije prekida karijere sveučilišnog profesora matematike nije napustio bavljenje matematikom. Pri kraju životnog vijeka prihvatio se pisanja svojeg posljednjeg djela, *Nauk o skupovima*. Prema [1] Kiseljak je rukopis dovršio neposredno pred smrt. Opseg toga djela je 1160 tipkanih stranica s priloženim opsežnim popisom literature [1]. Nažalost, ni to, vjerojatno Kiseljakovo životno djelo, ne samo da nije otisnuto nego danas nije ni poznato gdje je rukopis završio.

Vrijedno je prenijeti i Vranićev [1] opis Kiseljaka kao osobe. Kaže da je “volio život i bio čovjek duboke kulture i svestranog znanja”. Bio je “odan prijatelj i drug, neumorni planinar”, a posebno ističe da je bio “veliki rodoljub² i u svom stavu prema nauci, životu i društvu uvijek među najnaprednijima”.

Marije Kiseljak umro je u Zagrebu 25. prosinca 1947. godine. Vranić [1] svjedoči da je Kiseljaka tog dana posjetio “intimni krug njegovih prijatelja”.

¹ U spomenutoj odluci navodi se kao datum Kiseljakova rođenja 7. XI. 1883. te piše da se “Marianu dr. Kiseljaku, umirovljenom sveučilišnom profesoru u Zagrebu, priznaje pravo na ličnu mirovinu V. mirovinskog osnova u iznosu od 3128 dinara”. U arhivskoj dokumentaciji iz tog vremena nalazi se i odluka kojom jedna umirovljena učiteljica s 42 godine službe ima pravo na mirovinu od 3800 dinara.

² Zanimljivo je da Kiseljak pišući 1918. u *Nastavnom vjesniku* o reformi nastave matematike navodi kako je “aktivno surađivao kod izradivanja naučne osnove za gimnazije i realne gimnazije”, naglašavajući da je to činio “ne samo iz stručnih, već u prvom redu iz nacionalnih razloga”.

Zacijelo su došli čestitati Božić i to im je bio posljednji razgovor s njim. Iste je noći umro od srčane kapi. Pokopan je na Mirogoju, zajedno sa suprugom Vilhelminom Leopoldinom, rođ. Broschan († 1945.) te roditeljima Ivanom († 1915.) i Julijom († 1936.).

Istaknuti članovi obitelji Kiseljak zastupljeni su u našim najvažnijim enciklopedijama i leksikonima. U V. svesku Hrvatske enciklopedije objavljene su natuknice o prirodoslovcu i književniku Ivanu, matematičaru Mariju i šumarniku Vladimиру Kiseljaku. U Hrvatskom biografskom leksikonu biografije su petero Kiseljaka: prirodoslovca Ivana, liječnika Ivana, matematičara Marija, šumarnika Vladimira i pjevačice Mare, udane Schneider. Natuknica o Kiseljaku uvrštena je i u *Österreichisches Biographisches Lexikon*.

U knjizi *Znameniti i zaslužni Hrvati te pomena vrijedna lica u hrvatskoj povijesti od 925-1925* nije uvršten Marije Kiseljak, a njegov djed Ivan i teta Mara jesu. Sasvim je očito da je prema svim pravilima leksikografske struke to zaslužio. O razlogu tog, ničim opravdanog, izostavljanja može se samo nagađati.

Isto tako, neobično je da Marije Kiseljak nije ni na popisu suradnika Hrvatske enciklopedije, koju je uređivao Mate Ujević. U knjizi Ivana Mužića *Maštonstvo u Hrvata* spominje se Marija Kiseljaka kao člana slobodnozidarske lože *Maksimilian Vrhovac*³. Vranić [1] navodi da je Kiseljak bio dopisni član Akademije.

2. Kiseljakov rad na Kr. tehničkoj visokoj školi u Zagrebu

Pripreme i predradnje za osnivanje tehničke visoke škole u Zagrebu trajale su gotovo četiri desetljeća [2]. Istom 10. prosinca 1918. naredbom Povjereničkog vijeća Kraljevstva Srba, Hrvata i Slovenaca osniva se Tehnička visoka škola u Zagrebu. Prvi redoviti profesori ing. Milan Čalogović, ing. Jaroslav Havliček i arh. Martin Pilar imenovani su 2. travnja 1919. godine. Na taj je način ustanovljeno profesorsko vijeće koje će poslije predložiti Povjereničkom vijeću imenovanje ostalih nastavnika. Među prvima je imenovan Marije Kiseljak. U godišnjim izvješćima, u popisu javnih redovitih profesora, članova profesorskog vijeća, koji su "poredani po danu svoga imenovanja u sadašnjem svojstvu", M. Kiseljak naveden je na trećem mjestu:

³Takve i slične popise uvijek valja primati s razboritim oprezom, posebno kad su čak i imena često pogrešno navedena, kao primjerice Kiseljak dr. Marijo ili pak Kiseljak dr. Marko. U jednom se slučaju navodi da je u ložu primljen 26. travnja 1924. godine.

“Kiseljak Marije, doktor filozofije, javni redoviti profesor matematike, predstojnik zavoda za primjenjenu matematiku, godine 1920.-1921. rektor kr. tehničke visoke škole, Gajeva ulica 53.”

Prema zapisniku 1. sjednice profesorskog vijeća Kr. tehničke visoke škole održane 19. rujna 1919. godine, kojoj su nazočili profesori Čalogović, Horvat, dr. Kiseljak, dr. Njegovan, Pilar i Schön donesene su dvije odluke koje je predložio M. Kiseljak. Prva je da se:

“na predlog Dr. Kiseljaka postavlja g. Lav. V. Vranić svršeni filozof za njegovog pomoćnika uz nagradu od K 1000.- na godinu za naučnu godinu 1919/20.”

Kiseljak izvrsno poznaje Vladimira Vranića, kojem je bio ne samo profesor nego i razrednik u realnoj gimnaziji, sve do mature. Kasnija uspješna znanstvena i stručna Vranićeva karijera dokazuje koliko je to bio izvrstan izbor. Druga je odluka imala dalekosežan značaj:

“Na predlog prof. dr. Kiseljaka zaključuje se jednoglasno zamoliti osnutak instituta za primjenjenu matematiku, prema predlogu i proračunu i statutu predloženom po prof. dr. Kiseljaku.”

Prema [3] Ljetopisu Zavoda za primjenjenu matematiku, što ga je vodio Vranić, Zavod je osnovan naredbom Kr. povjereništva za prosvjetu i vjere od 11. listopada 1919. godine. Predstojnikom je imenovan Marije Kiseljak.

Na sjednici profesorskog vijeća od 25. rujna 1919. jednoglasno je izabrano vodstvo Tehničke visoke škole. Za rektora je izabran profesor Schön, a Kiseljak za dekanu:

“strojo- i elektroinženjerskog i brodogradjevno- i brodostrojevno inženjerskog odjela.”

Profesorsko vijeće zaključilo je da će prvo nastupno predavanje držati prof. dr. Kiseljak o temi *Matematika i tehnika* dana 29. studenog 1919. godine. Rektoru je povjereneno:

“da pozove na to predavanje predstavnike oblasti te kulturni i inih institucija u koliko su u vezi sa tehničkom visokom školom.”

Za podatke o Kiseljakovu radu na Tehničkoj visokoj školi važan su izvor izvješća te ustanove. Nazivi tih izvješća su sljedeći:

Program za naučnu godinu 1920. – 21.

Pregled predavanja u zimskom semestru god. 1921. – 1922.

Red predavanja i akademičke oblasti kr. tehničke visoke škole za ljetni semestar god. 1922.

Pregled predavanja u zimskom semestru god. 1922. – 1923.

Pregled predavanja za naučnu god. 1923. – 1924.

Pregled predavanja za naučnu god. 1924./25.

U akademskoj godini 1920./1921. članovi Zavoda za primijenjenu matematiku su predstojnik M. Kiseljak i asistent dr. Vl. Vranić. U akademskoj godini 1921./1922. kao članovi Zavoda uz predstojnika M. Kiseljaka navedeni su asistent dr. V. Vranić te pomoćnici M. Crnić i T. Budisavljević. Sljedeće ak. god. sastav Zavoda je jednak, s tim da se V. Vranić navodi kao pristav. Akad. god. 1922./1923. kao članovi Zavoda navode se samo M. Kiseljak i V. Vranić.

Kiseljak je akad. god. 1920./1921. obnašao dužnost rektora, a sljedeće prorektora Tehničke visoke škole. U to je vrijeme potaknuta izgradnja studentskog doma u Runjaninovoj ulici, odnosno Djačkog doma visokoškolaca. Na čelu Akcijonog Komiteta za izgradnju bio je rektor sveučilišta Karlo Radoničić, a Kiseljak predsjednik Tehničkog odsjeka Akcijonog Komiteta.

Osim tih dužnosti Kiseljak je član i ispitičač za matematiku u više ispitnih povjerenstava, primjerice, Ispitnog povjerenstva za prvi državni ispit gradjevno-inženjerskog i kulturno-inženjerskog odjela, Ispitnog povjerenstva za državni ispit geodetsko-inženjerskog odjela te Ispitnog povjerenstva za prvi državni ispit strojarsko-inženjerskog, elektro-inženjerskog, brodogradjevno-inženjerskog i brodostrojarsko-inženjerskog odjela.

Zanimljivo je da je još jedan matematičar, "javni redoviti profesor Dr. Željko Marković", obnašao dužnost dekana strojarsko-inženjerskog, elektro-inženjerskog, brodograđevno-inženjerskog i brodostrojarsko-inženjerskog odjela.

Popis kolegija koje je M. Kiseljak predavao od 1919. do 1925. na Tehničkoj visokoj školi:

- Matematika I., 6 sati predavanja i 3 sata vježbi
- Matematika II., 6 sati predavanja i 3 sata vježbi
- Matematika III., 3 sata predavanja i 2 sata vježbi
- Matematika IV., 3 sata predavanja i 2 sata vježbi
- Račun vjerojatnosti, 3 sata predavanja
- Nauk o skupovima, 3 sata predavanja
- Matematički prosseminar, 2 sata
- Matematička teorija kartografije I., 3 sata predavanja
- Matematička teorija kartografije II., 3 sata predavanja i 1 sat vježbi
- Kartografija I., 3 sata predavanja i 1 sat vježbi
- Kartografija II., 3 sata predavanja i 1 sat vježbi.

**UDŽBENIK
VIŠE MATEMATIKE
ZA SLUŠAČE VISOKIH ŠKOLA.**

NAPISAO

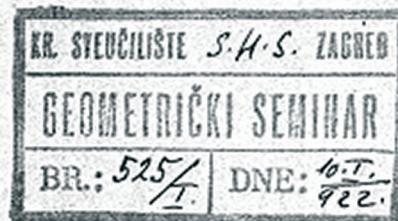
DR. MARIJE KISELJAK,

JAVNI REDOVITI PROFESOR KR. TEHNIČKE VISOKE ŠKOLE U ZAGREBU.

PRVA KNJIGA:
DIFERENCIJALNI RAČUN.

PRVI SVEZAK:
UVOD U VIŠU MATEMATIKU
[ALGEBARSKA ANALIZA].

S 34 CRTEŽA.



ZAGREB, 1920.

NARUDJALNI ZAVOD - TRGOVST AVENUEA KUTUDAKA 12.

Sl. 4. Naslovnica *Udžbenika više matematike*

Već je spomenuto kako je Kiseljak 1925. prešao na Mudroslovni fakultet te time prestaje biti predstojnik Zavoda za primijenjenu matematiku. Tu činjenicu Vranić u Ljetopisu zapisuje sljedećim riječima:

“Budući da je g. prof. dr. Kiseljak imenovan profesorom na filozofskom fakultetu, preuzeo je 6. jula 1925. ovaj zavod g. profesor dr. Željko Marković. U Zagrebu, 6. jula 1925.”

Potpisali su se Kiseljak i Vranić. Tu ujedno prestaje Vranićevo vođenje Ljetopisa.

3. Udžbenik više matematike

Predavanja na zagrebačkoj Tehničkoj visokoj školi počela su u listopadu 1919., a već iduće godine tiskan je prvi matematički udžbenik namijenjen studentima tog učilišta. Naziv djela je *Udžbenik više matematike za slušače visokih škola*.

Na naslovnici stoji kako je riječ o prvoj knjizi *Diferencijalni račun* i prvom svesku *Uvod u višu matematiku (algebarska analiza)*. Iz predgovora, datiranog mjeseca listopada 1920., razvidno je kako je Kiseljak zamislio vrlo ambiciozno djelo, u tri knjige, svaka s po tri sveska. Prvom je knjigom planirao obuhvatiti diferencijalni račun, drugom integralni račun, a trećom diferencijalne jednadžbe. Opseg gradiva odmјeren je prema autorovim predavanjima na Tehničkoj visokoj školi, a Kiseljak smatra da će se njome moći poslužiti i sveučilišni slušači.

Vrijedno je i današnjem nastavniku pročitati Kiseljakove napomene u spomenutom predgovoru. Kiseljak navodi kako:

“knjiga nije vjerna slika predavanja, a predavanja nisu puko recitiranje te knjige; kod predavanja dolaze jače do izražaja metodičko-didaktičke potrebe obuke.”

Prilikom pisanja autor je morao “praviti koncesije zahtjevima sistematskog prikazivanja, naučne strogosti itd.” Prema njemu, predavanja pružaju:

“uobičajenu množinu matematičkoga znanja potrebnom svakom akademički obrazovanom tehničaru, dok knjiga donosi i neke partie, koje su namijenjene tehničaru, koji smatra svoje znanje ‘naukom’, pa želi s razumijevanjem pratiti razvoj problema iz teorije tehničkih disciplina.”

Zanimljivo je i Kiseljakovo mišljenje o izvornosti takvih matematičkih udžbenika. Smatra da se kod knjiga te vrste autorov originalitet “pokazuje u pitanjima izbora i rasporeda gradiva i metodike”, dok se u materijalnom pogledu radi “velikim dijelom o teoremitima, koji su već pred nekoliko vijekova otkriveni”.

Razumije se da je u ‘izboru i rasporedu gradiva’ namijenjenog ‘tehničarima’ bio u dvojbama. Tako izrijekom spominje dva djela “koja zauzimaju najoprečnija stajališta”, a zacijelo su mu oba bila dostupna. Prvo je klasično Jordanova djelo *Cours d’analyse de l’École polytechnique*, za koje kaže da je “namijenjeno čistoj teoriji” i da “zalazi do u najsuptilnija pitanja suvremene matematike”. Drugo je djelo Perryjev *The Calculus for Engineers*, za koje Kiseljak kaže da je “majstorski složena zbirka izrađenih tehničkih zadataka”. Za svoj pristup kaže da “stoji nekako u sredini među tim dvjema stajalištima”. Izrijekom navodi autore u čije se “prokušane knjige” ugledao: Appella⁴, Czubera⁵, Fabryja⁶, Frickea⁷, Humberta⁸, Serreta⁹ i Zorretija.

Za primjere i zadatke navodi kako je mislio da je bolje preuzme li “neke valjane instruktivne primjere drugih autora, nego da u težnji za originalitetom” sam sastavi nove zadatke.

Prvi svezak opseg je 149 stranica i posvećen je algebarskoj analizi. Sastoјi se od triju poglavlja. Prvo poglavlje uvodi iracionalne brojeve te fundamentalne pojmove limesa, konvergencije, funkcije i kontinuiteta. Drugo poglavlje obrađuje teoriju redova, a treće elementarne transcendentne funkcije.

Kiseljak izrijekom navodi nekoliko tema koje se pri prvom čitanju mogu izostaviti (“početnik neka preskoči”). To je pojam jednolike neprekinutosti funkcije, te parografi o uniformnoj konvergenciji redova i beskonačnim produktima.

Na kraju predgovora Kiseljak zahvaljuje svojem asistentu V. Vraniću za pomoć pri korekturi teksta te Eugenu Srp-Matiću na izradi crteža.

Udžbenik ima dotjeran grafički slog, tekst je pregledan, a stil jasan i primijeren studentima. Izvodi su postupni i detaljno objašnjeni. Važni pojmovi

⁴Paul Émile Appell (1855. – 1930.), francuski matematičar, napisao poznati udžbenik *Éléments D’Analyse Mathématique*.

⁵Emanuel Czuber (1851. – 1925.), austrijski matematičar, autor udžbenika *Lehrbuch über Differential und Integral rechnung te Einführung in die höhere Mathematik*.

⁶Eugène Fabry (1856. – 1944.), francuski matematičar.

⁷Robert Fricke (1861. – 1930.), njemački matematičar, profesor više matematike na Technische Hochschule u Braunschweigu.

⁸Marie Georges Humbert (1859. – 1921.), francuski matematičar, autor udžbenika *Cours d’Analyse*, predavao na École Polytechnique.

⁹Joseph Alfred Serret (1819. – 1885.), francuski matematičar, napisao udžbenik *Cours de calcul différentiel et integral*.

tiskani su s povećanim razmakom među slovima, a bitne riječi u tvrdnjama kurzivnim pismom. Sve to čini tekst vrlo čitljivim i razumljivim.

Razvidno je iz samog teksta prvog sveska da je Kiseljak imao pripremljen sadržaj i sljedećih. Naime, na više mesta čitatelje upućuje na sasvim određeni paragraf koji će tek biti u nekom od sljedećih planiranih svezaka. Primjerice, hiperboličke funkcije uvodi u posljednjem, 17. paragrafu prvog sveska “geometričkim načinom”, a čitatelja upućuje na 78. paragraf, u kojem će se pokazati da su tako definirane funkcije identične onima koje su definirane standardnim jednadžbama s pomoću eksponencijalne funkcije.

Oznake i nazivlje koje upotrebljava Kiseljak, uz nekoliko iznimaka, koriste se i danas. Primjerice, u Kiseljakovu udžbeniku znak množenja je točka na dnu retka, a ne povišena kao danas. Suvremeni način pisanja ciklometrijskih funkcija nema razmaka, dok Kiseljak piše arc sin, arc cos, arc tg i arc cot. Danas se oznake trigonometrijskih i hiperboličkih funkcija pišu prema ISO normama, primjerice tan, sinh, cosh, a ne tg, sh ili ch. Kiseljak je u uporabi nekih važnih matematičkih termina dosljedan hrvatskoj tradiciji. Tako koristi termin ‘neprekinuta’ funkcija te ‘taka’ i ‘liha’ funkcija. Zanimljivo je da ne koristi termin ‘poučak’ nego ‘poučka’, dakle imenicu ženskog roda.

Na kraju nekih paragrafa dani su zadaci za vježbu. Kako nisu priložena rješenja, a ni broj zadataka nije dostatan za ozbiljnije pripremanje ispita, djeluju suvišno, gotovo izvan konteksta samog udžbenika, koji inače sadrži pomno riješene primjere. Takav dojam pojačava i činjenica da su zadaci otisnuti puno sitnijim pismom od ostalog teksta.

Kiseljak u tekstu udžbenika izbjegava navođenje povijesnih činjenica jer zna da studentima tehnike, posebice slušaćima temeljnih kolegija matematike, one nisu često ni zanimljive, a ni bitne za razumijevanje gradiva. Ipak, na nekoliko mesta ne uspijeva odoljeti a da ne navede izvor nekih poučaka. Teško je zamisliti da će student tehnike, zacijelo i matematike, posegnuti za izvornom građom, primjerice za *Opuscules mathématiques, Paris 1768, Memoire 35, page 171*, kako u poučku o kriteriju konvergencije redova u fusnoti navodi D'Alembertov rad.

Kiseljakov *Udžbenik više matematike* ambiciozno je zamišljeno, a metodički i metodološki vrlo promišljeno djelo. Velika je šteta što tadašnje društvene i političke prilike nisu dopuštale da se u cijelosti i ostvari. Ovako ostaje pisani svjedok ne samo razine nastave matematike na novootemeljenoj Tehničkoj visokoj školi nego i dalekovidnih shvaćanja tadašnjih profesora, koji su razumijevali važnost i zamašnost svojeg pothvata, intelektualne širine i domoljubne odgovornosti. Zanimljivo je da je Kiseljakov udžbenik uvršten u popis novih publikacija iz područja elementarne matematike u glasilu *Notes of AMS* iz 1922.

Brojeve a_n u (3) zovemo *članovima reda*, a brojeve s_n u (2) za konačne kazaljke *n parcijalnim ili djelomičnim sumama; geometrijska progresija*

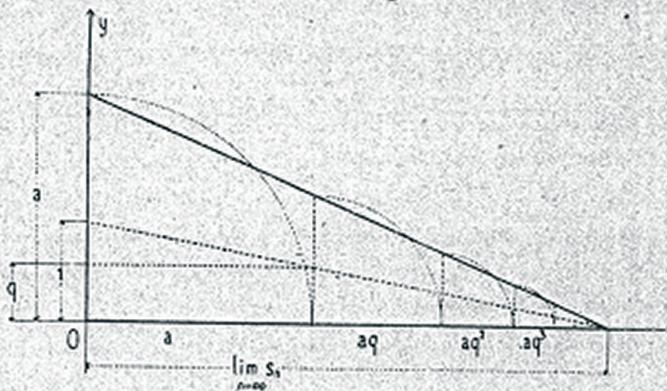
$$a, aq, aq^2, aq^3, \dots, aq^{n-1}, aq^n, \dots$$

primjerice ima parcijalnu sumu

$$s_n = a \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}.$$

Ako je $|q| < 1$, imamo (po formuli 11. drugoga paragrafa) $q^n \rightarrow 0$ za $n \rightarrow \infty$, dakle i

$$\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \frac{a}{1 - q},$$



Sl. 8.

pa je ta progresija konvergentna. Ako je $|q| > 1$, ne postoji konačan limes parcijalnih sum s_n za $n \rightarrow \infty$, dakle je progresija divergentna; isto je i za $q = 1$ poradi

$$s_n = a + a + \dots + a = na,$$

jer za $n \rightarrow \infty$ raste i s_n preko svake granice. Za $q = -1$ imamo $s_n = a - a + a - a + \dots \pm a$, dakle $s_n = 0$ za takо n , a $s_n = a$ za liho n ; to znači, da je u tom slučaju progresija divergentna, jer s_n nema limesa; za tu posebnu vrst divergentnih redova kažemo, da *osciliraju*. Na 8. slici zornim je načinom pre-

§ 6.

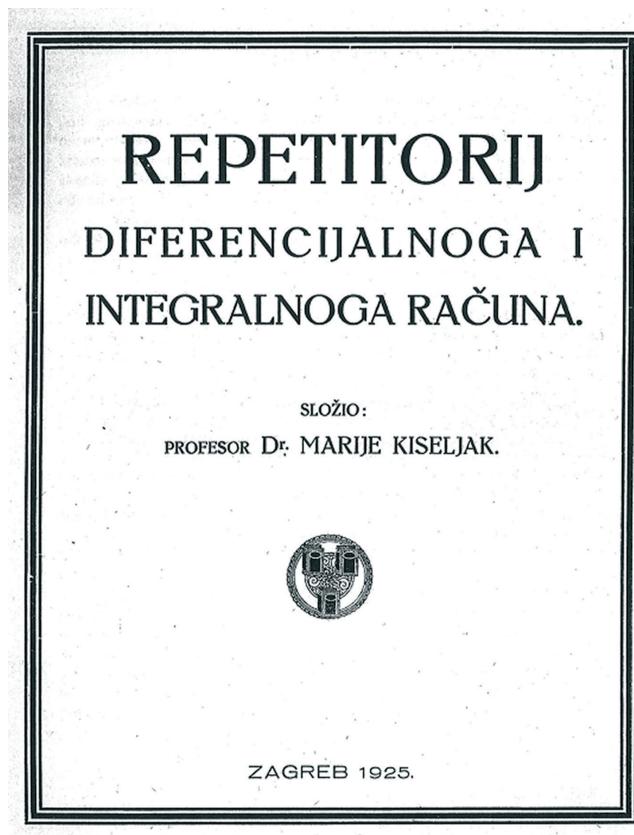
Sl. 5.: Konvergencija geometrijskog reda u Kiseljakovu udžbeniku

KISELJAK (M.). *Udžbenik više matematike. Prvi svezak. (Lehrbuch der höheren Mathematik für Hochschulen.)* Zagreb, 1920.

Sl. 6.: *Udžbenik više matematike* u popisu novih knjiga, *Notes of AMS*, 1922., str. 423.

4. Repetitorij diferencijalnoga i integralnoga računa

Kiseljaku nije uspjelo izdati predviđene nastavke svojeg udžbenika iz 1920. godine. Stoga je 1925. objavio *Repetitorij diferencijalnoga i integralnoga računa* u izdanju Hrvatskog štamparskog zavoda. Knjiga je opsega 323 stranice, mekog uveza, litografirana. Primjeri se čuvaju u Nacionalnoj i sveučilišnoj knjižnici te Središnjoj matematičkoj knjižnici Prirodoslovno-matematičkog fakulteta.



Sl. 7.: Naslovnica *Repetitorija diferencijalnoga i integralnoga računa*

U predgovoru Kiseljak sa žaljenjem konstatira kako su "štamparske cijene naglo poskočile" i moralo se odustati od nakane izdavanja preostalih osam svezaka udžbenika, za koje kaže da su u "čistopisu dovršeni". Stoga je pomiclao litografirati svoju knjigu, ali je i od toga morao odustati. Predviđa da bi ukupan opseg otisnutog djela iznosio oko 1400, a litografiranog oko 4000 stranica.

§ 6. C - D

- 133 -

slijedi

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x \, dx = \frac{n-1}{n} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{n-2} x \, dx$$

$$\frac{\pi}{2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot 2}{1 \cdot 3} \cdot \frac{4 \cdot 4}{3 \cdot 5} \cdot \frac{6 \cdot 6}{5 \cdot 7} \cdots \frac{(2n-2n)}{(2n-1)(2n+1)} \cdot (26)$$

19. poučka (Stirlingova formula, 1730):

Faktorijske možemo približno računati i vrasci

$$n! = n^n e^{-n + \frac{1}{12n}} \sqrt{2\pi n}, \quad (0 < 0 < 1) \quad (27)$$

što možemo pisati i ovako

$$n^n e^{-n} \sqrt{2\pi n} < n! < n^n e^{-n + \frac{1}{12n}} \sqrt{2\pi n} \quad (28)$$

D. Proširenje pojma integrala. Ponajprije promatramo integral, kome interval integracije nije konacan.

2. definicija: Postoji li

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \int_a^z f(x) \, dx = \lim_{z \rightarrow \infty} [\Phi(x)]_a^z = \lim_{z \rightarrow \infty} \Phi(z) - \Phi(a), \quad (29)$$

gde je $\Phi(x) = \int f(x) \, dx$,

označujemo taj limes Račić sa

$$\int_0^\infty f(x) \, dx \quad (30)$$

Sl. 8.: Stranica iz Repetitorija diferencijalnoga i integralnoga računa

Jasno mu je da bi "cijena tako velike knjige sprečavala njezinu prodaju i obarala svaku granicu rentabiliteta". Nije imao izbora do li svoj opsežni udžbenik "sa svim na široko izvedenim dokazima i tumačenjima" preraditi u repetitorij, "gdje se polaže glavna važnost na potpunost i korektnost formula, preciznost definicija, ispravnost poučaka i jasnoću uputa za uporabu tih formula, definicija i poučaka". Pokušava se utješiti kako dokaze "malo ljudi zaista i čita".

Priročnik je podijeljen na tri poglavlja. Prvo sadrži diferencijalni račun i to osnove diferencijalnog računa, računske primjene derivacija, derivacije i diferencijale funkcija dviju i više varijabli te primjene diferencijalnog računa u geometriji. Drugo sadrži integralni račun i to neodređene, određene i višestruke integrale, Fourierove redove i geometrijske primjene integralnog računa. Treće sadrži obične diferencijalne jednadžbe: diferencijalne jednadžbe prvog i drugog reda te sustave običnih diferencijalnih "jednačaba".

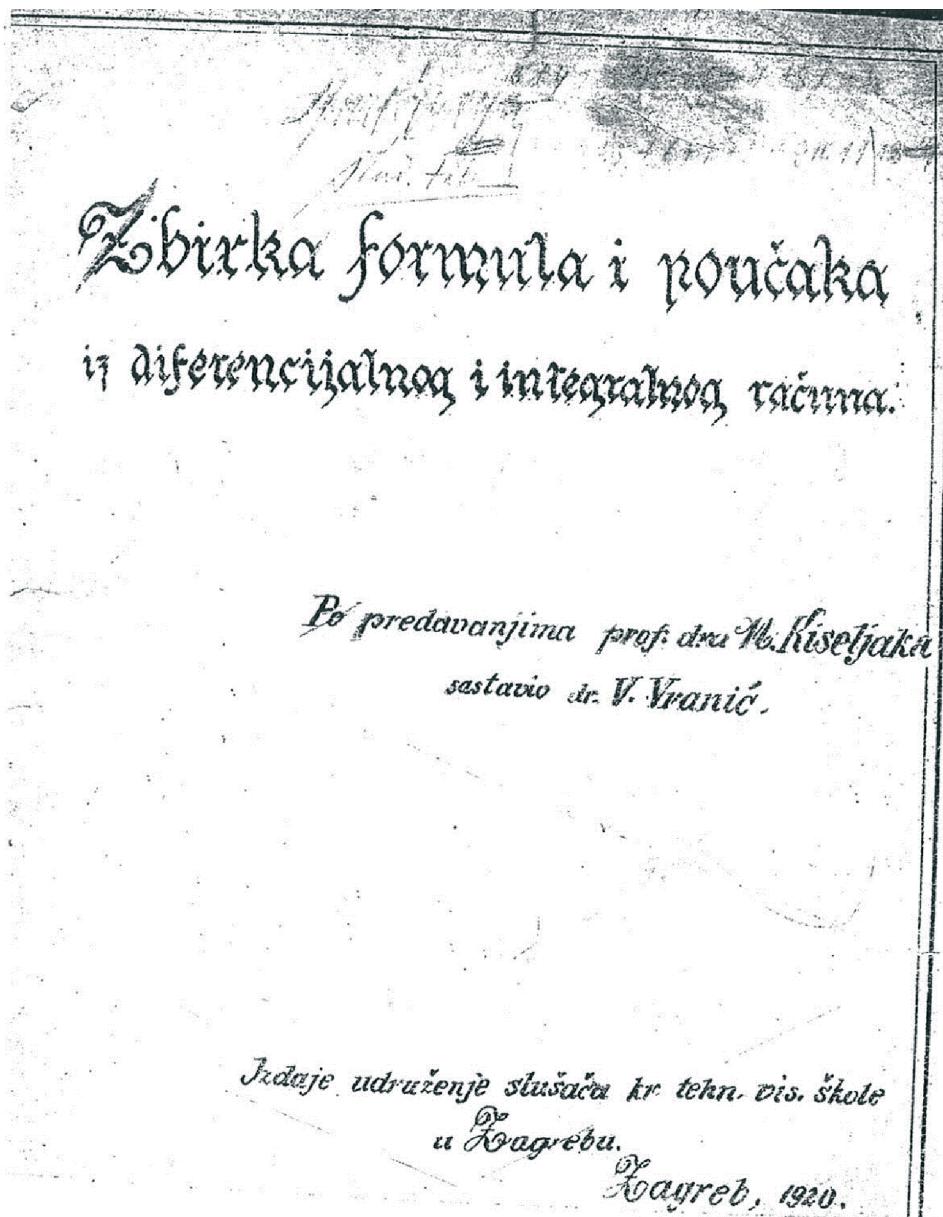
Prikaz *Repetitorija* dali su V. Vranić u *Tehničkom listu* [4] i Vladimir Vrkljan u *Glasniku HPD-a* [5]. Prema Vraniću [4], jedan od razloga izdavanja priročnika bio je i u tome što su njemački matematički udžbenici bili skupi (oko 500 dinara), te su ih mogli nabavljati samo imućniji studenti. Cijena Kiseljakova priročnika bila je znatno niža – 150 dinara. Vranić kao udžbenike koji su se najviše upotrebljavali spominje Czubera i Kieberta¹⁰. Vrkljan [5] u svojem prikazu, nabrajajući sadržaj repetitorija, zamjećuje kako je šteta što u sadržaju nisu ušle i parcijalne diferencijalne jednadžbe.

Kao i kod spomenutog rukopisa knjige o teoriji skupova, ni u ovom slučaju nije poznata sudska Kiseljakova rukopisa na osnovi kojeg je *Repetitorij* napisan iako je riječ o više tisuća stranica.

5. Zbirka formula i poučaka iz diferencijalnog i integralnog računa

Kiseljakov suradnik Vladimir Vranić napisao je dvosvezačnu *Zbirku formula i poučaka iz diferencijalnog i integralnog računa*. Na naslovnici je navedeno "Po predavanjima prof. dra M. Kiseljaka sastavio dr. V. Vranić". Oba sveska izdalo je Udruženje slušača Kr. teh. vis. škole u Zagrebu. Prvi svezak izdan je 1920., a drugi 1921. godine. Svesci su litografirani i primjerici se čuvaju u Nacionalnoj i sveučilišnoj knjižnici u Zagrebu. Prvi svezak, *Matematika I.*, opsegao je 64 stranice, podijeljen je u četiri poglavlja: Uvod, Diferencijalni račun, Diferencijalna geometrija i Integralni račun.

¹⁰Friedrich Wilhelm August Ludwig Kiepert (1846. – 1934.), njemački matematičar, autor dvosvezačnog udžbenika *Grundriss der Differential und Integral-Rechnung*.



Sl. 9.: Naslovica prvog sveska *Zbirke formula i poučaka*

MATEMATIKA II.

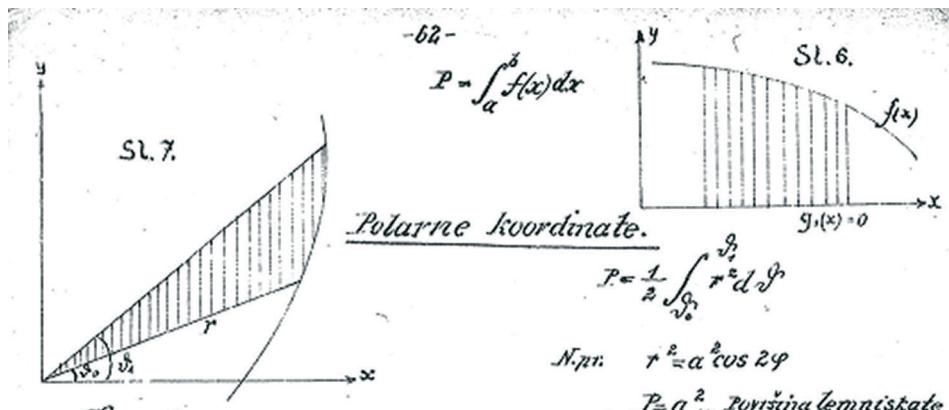
Predavanjima prof. dr. M. Kiseljaka
složio dr. O. Vranić.

P
P
3. 921
O. Vranić.

Isdaje "Udruženje sluš. Kr. tehnič. vis. škole."
u Zagrebu. God. 1921.

Zacijelo je Vranić *Zbirku formula* priredio prema predavanjima samog Kiseljaka. Nije vjerojatno da bi on, kao Kiseljakov mladi suradnik, dodavao sadržaj koji na predavanjima nije obrađen. Stoga se na osnovi popisa podnaslova može vjernije rekonstruirati sadržaj predavanja negoli iz udžbenika ili repetitorija, gdje autor obično izloži opširniji sadržaj gradiva od onog koje stvarno obradi na nastavi. Sadržaj *Zbirke formula*:

Uvod	Integralni račun
Beskonačni slijedovi;	Neodređeni integrali;
Funkcija;	Metode integracije;
Beskonačni redovi;	Integracija racionalnih funkcija;
Algebarske i transcedentne funkcije.	Iracionalne funkcije;
Diferencijalni račun	Binomni integrali;
Derivacija;	Drugi iracionaliteti;
Viši diferencijalni kvocijent;	Transcedentne funkcije;
Neodređeni oblici;	Određeni integral;
Ekstremne vrijednosti;	Nepravi integral;
Redovi;	Neke aplikacije;
Analitička geometrija prostora;	Integracija beskonačnih redova,
Diferenciranje funkcija od dvije ili više varijabla;	Približna integracija;
Ekstremne vrijednosti od dvije ili više varijabla;	Dvostruki integrali;
Transformacija varijabla;	Trostruki integrali;
Diferencijalna geometrija	Krivocrtni integrali:
Tangente i normale;	Integrali po površini:
Asimptote;	Rektifikacija;
Singularne točke;	Komplanacija;
Zakrivljenost;	Kubatura;
Diferencijalna geometrija u prostoru	Fourierovi redovi.



37.) Kompljanacija.

a) Upoštevajući $z = \varphi(x, y)$ $P = \iint_D \sqrt{\varphi_x'^2 + \varphi_y'^2 + 1} dx dy$

Transformacija koordinata: $x = \varphi(u, v)$ $y = \psi(u, v)$ $z = \chi(u, v)$

$$P = \iint_{(P_k)} \sqrt{\varphi(x, y)^2 + \varphi(y, z)^2 + \varphi(z, x)^2} du dv \quad \dots \text{gdje je}$$

$$\varphi(x, y) = x'_u y'_v - x'_v y'_u$$

$$\varphi(y, z) = y'_u z'_v - y'_v z'_u$$

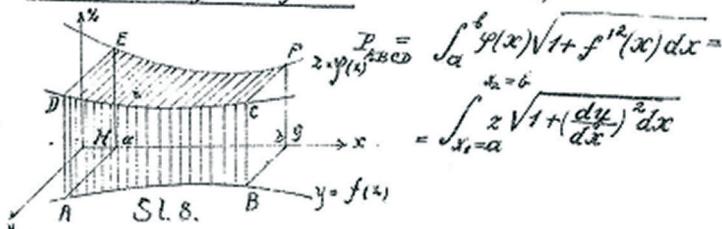
$$\varphi(z, x) = z'_u x'_v - z'_v x'_u$$

Spec. Sferne polарne koordinate.

$$P = \iint_{(P_k)} r \sqrt{r^2 + \left(\frac{\partial r}{\partial u}\right)^2 \cos^2 \vartheta + \left(\frac{\partial r}{\partial v}\right)^2} dudv$$

Cilindrične polарne koordinate ... $P = \iint_{(P_k)} \sqrt{u^2 + \left(u \frac{\partial z}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial v}\right)^2} dz du$

b) Kompljanaciju uveliku.



Sl. 11.: Stranica iz Zbirke formula i poučaka

Na kraju sveska napisana je napomena: Konac II. semestra. Dakle, navedene teme obrađene su u prvim dvama semestrima.

Drugi svezak, naslovljen *Matematika II.*, opsegom 24 stranice, podijeljen je u dva poglavlja: Jednadžbe i Diferencijalne jednadžbe.

Jednadžbe	Singularna rješenja.
Algebarske jednadžbe;	Trajektorije;
Približne metode;	Linija zakrivljenosti i asimptotičke linije;
Determinanta;	Diferencijalne jednadžbe reda višega od prve.
Diferencijalne jednadžbe	Geodetske linije:
Diferencijalne jednadžbe I. reda.	Linearne diferencijalne jednadžbe;
Separacija varijabla;	Sistemi diferencijalnih jednadžbi;
Homogene jednadžbe;	Integracija s pomoću redova;
Linearne jednadžbe I. reda;	Parcijalne diferencijalne jedn.
Neki specijalni tipovi;	

Prema napomeni na kraju teksta, navedene teme obrađuju se u III. semestru. Na zadnjoj stranici, iza sadržaja, dani su ispravci uočenih pogrešaka.

6. Kiseljakov prijevod Bauleova udžbenika

Pri kraju života Kiseljak se, osim pisanja svojeg neobjavljenog djela *Nauk o skupovima*, prihvatio još jednog zahtjevnog posla: prevođenja udžbenika matematike namijenjenog prirodoslovцима i tehničarima. Riječ je o nizu od sedam knjiga njemačkog matematičara Bernharda Baulea *Matematika prirodoslovaca i inženjera*. Ni taj puta Kiseljak nije imao sreće doživjeti tiskanje cjelokupnog djela. Godine 1946. otisnut je samo prvi svezak toga udžbenika u nakladi knjižare Juraj Križanić¹¹. Knjiga je izdana kao prva u nizu Znanstvena knjižnica.

Bernhard Baule (München, 1891. – Graz, 1976.), njemačko-austrijski matematičar. Studirao je u Kielu, Münchenu i Göttingenu, gdje je doktorirao kod D. Hinberta. Poznat je po nizu od sedam svezaka *Die Mathematik des Naturforschers und Ingenieurs*, koji su dugo bili u uporabi kao standardni udžbenici na austrijskim visokim učilištima. Baule je cijeli život bio zauzeti član katoličkih udruga i otvoreni neprijatelj nacional-socijalizma. Ipak, ostao je pošteđen nacističkog progona, kao jedan od rijetkih preživjelih iz bitke kod Langemarcka godine 1917., kojoj je Hitlerov režim pripisao gotovo mitski značaj. Moguće je da je Kiseljak pri odabiru djela koje će prevoditi vodio računa i o autoru.

¹¹ Nakladna knjižara Juraj Križanić izdala je 1946. i *Laboratorijski priručnik za anorgansku hemiku tehničku analizu*, I Opći dio, autora Petra Sabiocella i Ivana Filipovića. Nije nam poznato da je poslije taj nakladnik izdao druge naslove.

Z N A N S T V E N A K N J I Ž N I C A
K N J I G A I.

M A T E M A T I K A
P R I R O D O S L O V A C A I I N Ž E N J E R A

K N J I G A I.

D I F E R E N C I J A L N I I I N T E G R A L N I R A Č U N
sa 161 slikom

N a p i s a o :
PROF. DR. B. BAULE
P r e v e o :
PROF. DR. M. KISELJAK



Z A G R E B
N A K L A D A K N J I Ž A R E „J U R A J K R I Ž A N I Ć“
1 9 4 6.

Godine 1946. teško bi se tiskao prijevod nekog autora s njemačkog govornog područja čiji bi odnos prema poraženom režimu bio imalo dvojben. Opseg knjige je 200 stranica, a počinje prevoditeljevim predgovorom, za koji se navodi da je pisan "mjeseca decembra" 1945.

Slijedi Iz piščeva predgovora prve izdanju. Na kraju knjige, na devet stranica nalaze se Prevodiočevi dodaci prvoj knjizi, tj. ukupno 86 napomena, objašnjenja i povijesnih podataka koji su se Kiseljaku činili važni, toliko da se ispod predgovora nalazi i Važna uputa za čitaoce! Kiseljak upućuje čitatelja da, čim se namjeri na oznaku dodatka, "prekine čitanje teksta i pređe odmah na čitanje tog dodatka".

U predgovoru Kiseljak objašnjava zašto se prihvatio prijevoda takve vrste udžbenika. Svjestan kako je Bauleov udžbenik:

"namijenjen u prvom redu praktičarima, koji odgovara današnjoj tendenciji omladine, koja sve više nagnije praktičnoj strani prirodnih nauka i samoj tehnici",

na kraju priznaje da se Bauel:

"može u matematičkom pogledu staviti neki prigovor, ali pohvaljuje izbor gradiva s obzirom na praksu te svestran i originalan izbor primjera."

Navedene su i četiri zadaće prevoditeljevih dodataka:

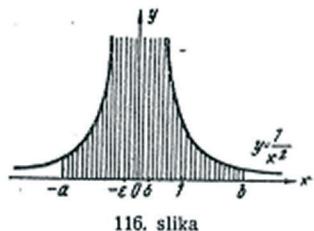
"da objasne neka mjesta, koja su u originalu ostala za kojeg čitaoца možda nejasna; da nadopune neka mjesta; da pribilježe neke korekture i da donese neke historijske podatke."

Iz teksta nadopuna vidi se kako je Kiseljaku pomagao i Danilo Blanuša, kojem na više mjesta izrijekom zahvaljuje.

Ipak, uza sva objašnjenja, nije u cijelosti jasno zašto se Kiseljak prihvatio prevodenja tog udžbenika. Već u rujnu 1945. izdan je prvi svezak monumentalnog *Uvoda u višu analizu* Željka Markovića, knjige koja matematičkom razinom, obiljem povijesnih podataka, pa i njegovanim jezikom i stilom nadmašuje Bauleov udžbenik. Doduše, kao izvor mnoštva razmjerno jednostavnih i postupno riješenih primjera, može biti studentima komplementaran priručnik uz Markovićev udžbenik.

Vranić spominje kako je jedno vrijeme, poslije 1945. godine, izgledalo da će biti ispunjena Kiseljakova želja: vratiti se na sveučilište. Možda je prijevod također bio povezan s tim ciljem. To potkrepljuju i neke, za to vrijeme uobičajene i česte fraze, primjerice:

146



Primjer 2. Isto za funkciju $y = \frac{1}{x^2}$

$$\begin{aligned} \int_{-a}^b \frac{dx}{x^2} &= \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{-\epsilon}^{-a} \frac{dx}{x^2} + \lim_{\delta \rightarrow 0} \int_a^{\delta} \frac{dx}{x^2} \\ &= \lim_{\substack{\epsilon \rightarrow 0 \\ \delta \rightarrow 0}} \left\{ \left| -\frac{1}{x} \right|_{-a}^{-\epsilon} + \left| -\frac{1}{x} \right|_a^{\delta} \right\} \\ &= \lim_{\substack{\epsilon \rightarrow 0 \\ \delta \rightarrow 0}} \left\{ \frac{1}{\epsilon} - \frac{1}{a} - \frac{1}{b} + \frac{1}{\delta} \right\} = \underline{\underline{\infty}}. \end{aligned}$$

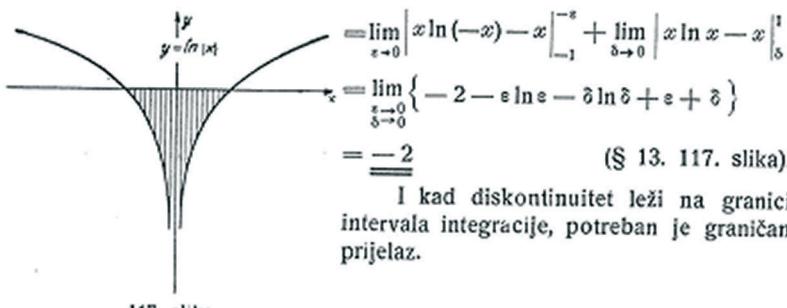
Ovdje bi bilo

$$\int_{-a}^b \frac{dx}{x^2} = \left| -\frac{1}{x} \right|_{-a}^b = -\frac{1}{b} - \frac{1}{a}$$

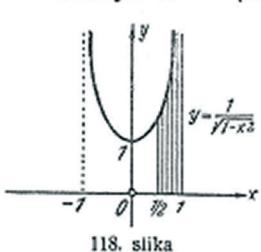
pogrješno! (116. slika).

Primjer 3.

$$\int_{-1}^{+1} \ln|x| dx = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{-1}^{-\epsilon} \ln(-x) dx + \lim_{\delta \rightarrow 0} \int_{\delta}^{+1} \ln x dx$$



Primjer 4. (118. slika).



$$\begin{aligned} \int_{-0,5}^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} &= \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{-0,5}^{1-\epsilon} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ &= \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left| \arcsin x \right|_{-0,5}^{1-\epsilon} \\ &= \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \arcsin(1-\epsilon) - \arcsin 0,5 \\ &= \arcsin 1 - \arcsin \frac{1}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = \underline{\underline{\frac{\pi}{3}}}. \end{aligned}$$

“o obnovi opljačkane zemlje, podizanju njezinog blagostanja, velikim vremenima i najsvjetlijim časovima što ih naši oslobođeni i ujedinjeni narodi baš proživljavaju”

i slično, kojima inače nema mjesta u predgovorima matematičkih udžbenika. Možda je Kiseljak time jednostavno želio utri put ostvarenju svoje želje.

Zaključak

Mariju Kiseljaku, autoru prvog hrvatskog visokoškolskog udžbenika matematike, utemeljitelju i prvom predstojniku Zavoda za primijenjenu matematiku, pripada važno mjesto u povijesti hrvatske znanosti. Spletom nesretnih okolnosti, koje nisu do kraja istražene, Marije Kiseljak nije ostvario svoje zamašne planove, nije objavio udžbenike i knjige koje je napisao niti je ostvario akademsku i znanstvenu karijeru kojoj je težio. Ostaje na istraživačima hrvatske znanstvene baštine rasvijetliti nepoznate detalje životne subbine samog Kiseljaka, ali i obilja njegovih zagubljenih rukopisa.

Zahvala

Zahvaljujemo profesoru Ivanu Ivanšiću, nekadašnjem predstojniku Zavoda za primijenjenu matematiku, na pomoći pri traženju izvora za pisanje rada.

Literatura

- [1] Vladimir Vranić: Dr. Marije Kiseljak (1883. – 1947.), *Glasnik matematičko-fizički i astronomski*, Zagreb, 1948., str. 205-209.
- [2] Zvonimir Vrkljan: *Sjećanja*, Sveučilište u Zagrebu, Zagreb, 1995.
- [3] Vladimir Vranić: *Ljetopis Zavoda za primijenjenu matematiku*, 1919./20., 6. 7. 1925., rukopis.
- [4] Vladimir Vranić: Dr. Marije Kiseljak: Repetitorij diferencijalnoga i integralnoga računa, *Tehnički list*, br. 23. od 1. 12. 1925., str. 356.
- [5] Vladimir Vrkljan: Dr. Marije Kiseljak: Repetitorij diferencijalnoga i integralnoga računa, *Glasnik HPD*, god. XXXVI, za god. 1924., str. 151, Zagreb, 1925.